

COMPROBACIÓN.—Número menor de relojes... $19 \times 75 = \$1425$
 Número mayor de relojes... $24 \times 125 = \$3000$
 Relojes..... 43 Costo, $\$4425$

TERCER PROBLEMA DE FALSA POSICIÓN DOBLE.

Se impusieron \$4693 en dos partidas, al 5 y 9% anual: se ganaron \$343,65 de réditos en un año: ¿cuánto se impuso al 5, y cuánto al 9% anual?

ANÁLISIS.

Examinando esta cuestión, se advertirá que para resolverla *no sería conveniente* elegir los números 1 y 10, supuesto que el capital de base en el tanto por ciento, es el de *cien*; por esto este número será el menor que se suponga; en la inteligencia que con cualquiera otro menor que se supusiera, la operación saldría bien, pero dificultándose algo más el procedimiento en razón de algunas fracciones que deberían presentarse.

RESOLUCION.

Primera suposición.	Segunda suposición.
$100 \times 5\% = 5,00$	$200 \times 5\% = 10,00$
$4593 \times 9\% = 413,37$	$4493 \times 9\% = 404,37$
Total de réditos falsos... <u>418,37</u>	Total de réditos falsos... <u>414,37</u>
Rédito verdadero..... <u>343,65</u>	Rédito verdadero..... <u>343,65</u>
Error por exceso <u>$\\$74,72$</u>	Error por exceso <u>$\\$ 70,72$</u>
Primer error..... $74,72 \times 200$ (suposición 2. ^a) = 14944,00	
Segundo error..... $70,72 \times 100$ (suposición 1. ^a) = 7072,00	
Diferencia de errores... <u>4,00</u>	Diferencia de productos, <u>7872</u> <small>4 Diferencia de errores.</small>
	Número menor.. <u>1968</u>
COMPROBACIÓN.— $\$1968 \times 5\% = \$ 98,40$	Total..... <u>4693</u>
<u>$\\$2725 \times 9\% = \\$245,25$</u>	Número mayor. <u>2725</u>
Capital impuesto <u>$\\$4693$</u> Réditos, <u>$\\$343,65$</u>	

La parte expuesta respecto de esta regla, basta para darla á comprender; advirtiéndole que dicha regla es una de las que mayor práctica necesitan para llegarla á poseer.

SÉPTIMA SECCION.

Teoría y práctica de la Regla de Aligación.

Regla de Aligación es la que sirve para encontrar el precio medio á que deben venderse distintos objetos de diversos precios designados, á fin de hallar el mismo producto que vendidos á los precios primitivos; ó bien la que determina las porciones que de distintos objetos deban mezclarse proporcionalmente para poderse vender á un precio medio fijado, obteniendo el mismo producto que el que resultara vendiendo las porciones á sus respectivos precios.

Como de la definición anterior se deduce, esta regla comprende dos casos generales.

El primero se refiere á encontrar el precio medio entre otros varios, de los cuales unos sean mayores y otros menores, circunstancia indispensable para que el primero sea en realidad precio medio.

La regla que para tal caso debe aplicarse se reduce á la que en seguida se expone:

Dados los objetos con sus precios correspondientes, se colocan los primeros en forma de sumandos y los segundos se ponen, en seguida, bajo el mismo orden, interponiéndoles el signo de multiplicar. Después se multiplicará cada número de los objetos por su precio indicado, colocando á continuación cada producto, y en el orden debido para verificar su suma. Dicha suma se dividirá por la de los objetos, expresando el cociente que se hallare el precio medio pedido.

PROBLEMA DEL PRIMER CASO.—¿A qué precio medio se podrá vender un conjunto de varas de alfombra, poniéndose 48 varas de 12 reales vara, 56 de á 18 rs., 32 de á 20 rs. y 64 de á 26 rs.

Varas.	Precios.	Productos.
48	× 12 rs.	= 576
56	× 18 rs.	= 1008
32	× 20 rs.	= 640
64	× 26 rs.	= 1664
<u>200</u>		<u>3888</u> 200
		1888 19,44 <small>Precio medio pedido.</small>
		0880
		0800
		000

La comprobación de que el resultado es bueno, consistirá en que el producto del conjunto de las varas por su precio medio sea igual á la suma de los productos parciales.

Por ejemplo:—Suma de los productos parciales . . . 3 8 8 8

Número de varas . . .	2 0 0
Precio medio . . . ×	1 9, 4 4
	<u>3 8 8 8</u> 0 0 igual <u>3 8 8 8</u>

El primer caso de que se viene tratando no presenta dificultad alguna, y sólo se advierte que cuando los precios son heterogéneos, como si fueran unos en pesos y otros en reales, se anotarian convertidos á una misma especie, que en el caso serian reales, y por consecuenia homogéneos.

La operación que sigue pone en claro este punto.

PROBLEMA.—Qué precio medio sacará la @ de azúcar en un conjunto compuesto de 200 @ á 12 rs., 325 á \$2 y 475 á \$2.4 rs?

Según antes se dijo, los precios se considerarán todos convertidos en reales al plantear el problema; entonces el procedimiento se verifica como sigue:

Arrobas.	Reales.	Productos.
200	× 12	= 2400
325	× 16	= 5200
475	× 20	= 9500
<u>1000</u>		<u>17100</u> 1000
		07100 17,10 <small>precio medio en reales.</small>
		01000
		0000

Por supuesto que para dividir cualquiera cantidad por mil, bastará separar sus tres últimas cifras de la derecha, por lo que la división anterior se repite bajo el supuesto indicado:

17(100

El segundo caso que la definición abarca, consiste en que conocidos los precios de los objetos y el precio medio, se busque la parte proporcional que de cada objeto debe ponerse, á fin de que sumadas éstas, den la mezcla general, la que vendida al precio medio fijado, produzca la misma cantidad que las partidas proporcionales multiplicadas por sus precios respectivos.

Para conseguir tal resultado obsérvese la regla siguiente:

Colóquense los precios en forma de sumandos, encerrándolos por la izquierda con una llave, colocando fuera de ella y en su punto intermedio el precio medio fijado. De los precios de los objetos se elegirán dos, bajo la circunstancia precisa de que sean uno menor y otro mayor que el referido precio medio. Se comparará éste con el menor, colocando su diferencia al lado del precio mayor, separándolos por medio de un guión. Luego se buscará la diferencia entre el precio mayor y el medio, colocándola al lado del precio menor. Este mismo procedimiento se observará con los demás términos que el problema pudiese contener. Estas diferencias representarán la porción que de cada efecto debe ponerse, esto es, el número colocado en dirección del precio menor indicará la porción que se pondrá del efecto de ese precio; considerando análogamente la porción relativa al precio mayor.

PROBLEMA.—¿Cuántos relojes de á \$15, de \$25, de \$40 y de \$55 se pondrán para formar un conjunto que pueda venderse á razón de \$30 el reloj?

Precios.	Porciones.
15-25	relojes.
25-10	"
40-5	"
55-15	"
	<u>55</u> conjunto de las porciones pedidas.

Para comprobar el problema anterior, así como todos los de su género, se multiplicará cada porción por el precio primitivo que le corresponda, y la suma de todos esos productos parciales deberá ser igual al producto del conjunto hallado, multiplicado por el precio medio, como se ve á continuación:

Comprobación. Proporciones.	Precios.	Productos. parciales.
	25 × \$ 15 =	375
	10 × \$ 25 =	250
	5 × \$ 40 =	200
	15 × \$ 55 =	825
55 conjunto.		
× 30	precio medio.	
<hr/>		<hr/>
1650		= 1650

Es de advertirse que cuando en los diversos precios que se fijan en esta clase de problemas, sólo uno de ellos sea mayor ó menor que el precio medio, ese mismo precio mayor ó menor se tomará para compararse con cada uno de los otros, á fin de buscar las diferencias, y por consecuencia el referido precio mayor ó menor tendrá á su lado tantas diferencias como sean los otros términos. La suma de estas distintas porciones representará la total relativa al precio respectivo.

PROBLEMA.—¿Cuántos tápalos de á \$4, de á \$6, de á \$8, y de á \$12 se han de poner para hacer un conjunto que pueda venderse á razón de \$10 el tápalo?

Operación.	Comprobación.
10 { 4-2	= 2 × 4 = 8
6-2	= 2 × 6 = 12
8-2	= 2 × 8 = 16
12-6+4+2	= 12 × 12 = 144
Conjunto de porciones	18 × 10 = 180

El segundo caso de la regla de aligación de que se está tratando, comprende otras tres cuestiones de géneros distintos, las cuales pueden denominarse de *Doble* y *Triple Aligación*.

Consiste la de *Doble Aligación* en que el problema que la comprende no sólo demandá las porciones parciales que deban buscarse según los casos generales anteriores, sino además, que la suma de esas porciones se ajuste á la prefijada en la cuestión propuesta.

Otra circunstancia que también ocasiona la *Doble Aligación*, es la de indicarse en el problema que se ponga de alguno de los efectos cantidad fija ó determinada.

En cualquiera de los dos últimos supuestos, ya se deja comprender la necesidad de dos operaciones distintas, á fin de obtener el resultado pedido. Tal necesidad sanciona la *Doble Aligación*.

Las cuestiones que se llaman de *Triple Aligación*, serán las que exijan que se busquen los tres datos que puedan desconocerse en la regla de que se trata, y los cuales se han considerado en lo que se deja expuesto.

A fin de aclarar el significado de *Triple Aligación*, se marcan por orden los tres datos distintos que en dichos problemas deben demandarse:

1.º Hallar las porciones generales.

2.º Que las sumas de estas porciones se ajusten á la prefijada en el problema.

3.º Que una de las porciones halladas se ajuste á otra determinada.

PROBLEMA DE DOBLE ALIGACIÓN.—¿Qué número de cargas de frijol, de á \$5, de á \$7 y de á \$10 deberán incorporarse para hacer una mezcla de 150 cargas que pueda venderse á \$6 por precio medio.

ANÁLISIS.—Este problema exige dos operaciones distintas. La primera para hallar las porciones generales. Tal operación se verifica como ya se dejó expuesto.

La segunda operación se practica por la Regla de Tres, y con la cual la mezcla hallada se ajustará á la pedida.

Las Reglas de Tres que en el caso deben hacerse, serán tantas como las partidas proporcionales que se hayan encontrado. El razonamiento se hará así:

Si la mezcla general hallada es menor que la pedida en el problema, entonces se dirá:

La mezcla general hallada ha de subir á la mezcla pedida, como cada porción particular encontrada subirá á la porción relativa que se busca.

Si al contrario, el conjunto que se encontró fuere mayor que el que se pide, entonces las Reglas de Tres se establecerán diciendo:

La mezcla pedida ha de bajar á la que se encontró, como cada partida parcial bajará á su relativa.

Según las teorías anteriores, se procede á la resolución del problema.

PRIMERA OPERACION.

$$6 \left\{ \begin{array}{l} 5-4+1=5 \\ 7-1 =1 \\ 10-1 =1 \end{array} \right.$$

7 mezcla general.

SEGUNDA OPERACION.

$$7 < 150 :: 5 < x = 107 \frac{1}{7}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 750 \mid 7 \\ 050 \quad 107 \frac{1}{7} \\ \hline 1 \end{array}$$

$$7 < 150 :: 1 < x = 21 \frac{3}{7}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 150 \mid 7 \\ 10 \quad 21 \frac{3}{7} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$7 < 150 :: 1 < x = 21 \frac{3}{7}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 150 \mid 7 \quad 150 \text{ mezcla pedida.} \\ 10 \quad 21 \frac{3}{7} \\ \hline 3 \end{array}$$

La comprobación de este problema se verificará bajo el mismo respecto que la del problema anterior, considerando por supuesto para ello las porciones y mezcla general últimamente encontradas. De este modo:

Porciones.	Precios.	Importe.
107 $\frac{1}{7}$	× \$ 5	= 535 $\frac{5}{7}$
21 $\frac{3}{7}$	× \$ 7	= 150
21 $\frac{3}{7}$	× \$ 10	= 214 $\frac{3}{7}$

Mezcla pedida	150	
Precio medio.	× 6	
	<u>900</u>	<u>= 900</u>

Sin la comprobación en esta clase de problemas, no se puede tener seguridad de sus resultados, pues que bien puede suceder que la mezcla general pedida resulte exacta, y sin embargo las porciones que la formen no sean las proporcionales verdaderas.

PROBLEMA CON DIFERENTE DOBLE ALIGACIÓN.—¿Cuántas mantillas de á \$40, de á \$60 y de á \$75 se deberán poner con 20 de á \$100, para venderlas al precio medio de \$50?

ANÁLISIS.—Este problema deberá resolverse por la regla general, á fin de encontrar las partes proporcionales que deban incorporarse. Des-

pues se harán las Reglas de Tres necesarias para subir ó bajar dichas porciones, según lo que deba verificarse para ajustar á la pedida, la encontrada respecto del precio \$100. Por ejemplo:

PRIMERA OPERACION

Precios.	Porciones.	Mezclas proporcionales.
\$ 40	— 50	+ 10 + 25 = 85
\$ 60	— 10	= 10
\$ 75	— 10	= 10
\$ 100	— 10	= 10

Precio medio, \$50

SEGUNDA OPERACION.

Las Reglas de Tres que ahora se establecerán se basarán en las 10 mantillas que á \$100 debían ponerse, según la operación anterior; el raciocinio será: Si las 10 mantillas indicadas de á \$100 han de subir á 20 que exige el problema, ¿cada una de las demás porciones á qué subirá?

$$10 < 20 \left\{ \begin{array}{l} 85 < 170 \times 40 = 6800 \\ 10 < 20 \times 60 = 1200 \\ 10 < 20 \times 75 = 1500 \\ 10 < 20 \times 100 = 2000 \end{array} \right.$$

Mezcla general...	230	
Precio medio...	50	
	<u>11500</u>	<u>= 11500</u>

Las cuestiones de Triple Aligación de que en seguida se va á tratar, comprenden alguna dificultad en los cálculos sucesivos que para su resolución deben verificarse. La regla general que para resolver tales cuestiones debe aplicarse, es como sigue:

Búsquese el valor total del conjunto fijado en el problema, multiplicándolo por el precio medio dado; del referido conjunto y de su producto, se restarán respectivamente las unidades propuestas á cierto precio y su producto por ese mismo precio. Con tal operación quedará eliminado dicho dato. Después dividiéndose la diferencia de los productos por la de las unidades relativas, se obtendrá un nuevo precio medio, con el cual y los precios de las demás unidades pendientes ya se podrá formar un problema de doble aligación que se resolverá por las reglas que ya se dieron á conocer.

La regla que antecede se comprenderá en la resolución progresiva del problema que en seguida se propone. De esta manera se facilita mucho más la aplicación é inteligencia de la mencionada regla.

PRIMER PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántos quintales de café de á \$30 y de á \$15 se incorporarán con 10 quintales de á \$9 para hacer una mezcla de 100 quintales que pueda venderse á \$20 por precio medio?

RESOLUCIÓN COMPRENDIENDO LA REGLA DEL PROCEDIMIENTO.—Búsquese el valor total de los 100 qq. á \$20, lo que dará (100 qq. × \$20=2000).—De este resultado réstese el producto de los 10 qq. á \$9 y se tendrán (10 qq. × \$9=90).—Dividiendo ahora \$1910 (que resultan de \$2000-\$90) entre 90 qq. (diferencia entre 100 de la mezcla general, menos 10 qq. fijados de \$9), se tendrán:

$$\begin{array}{r} \$1910 \mid 90 \text{ qq.} \\ 110 \quad 21\frac{2}{3} \text{ resultado que representa un se-} \\ 20 \quad \text{gundo precio medio á que sa-} \end{array}$$

len los 90 qq. que se van á formar ahora con el café de á \$30 y de \$15 el qq. Estos 90 quintales se forman conforme á la Regla de Aligación general, tomando por precio medio los 21 $\frac{2}{3}$

Esta segunda operación se dispone así:

$$21\frac{2}{3} \left\{ \begin{array}{l} 30-6\frac{2}{3} \\ 15-8\frac{1}{3} \end{array} \right.$$

De donde resulta que para formar 15 qq. á \$21 $\frac{2}{3}$ deberán tomarse 6 $\frac{2}{3}$ qq. de á \$30 y 8 $\frac{1}{3}$ de á \$15.

Para tener la mezcla de los 90 qq. se establecerán las siguientes proporciones que representan la tercera operación:

$$15 : 90 :: \left\{ \begin{array}{l} 6\frac{2}{3} : x = 37\frac{5}{15} \\ 8\frac{1}{3} : x = 52\frac{10}{15} \end{array} \right.$$

90 qq.

Para comprobar los resultados y ponerlos en claro, se establecen las igualdades siguientes:

COMPROBACION.

$$\begin{array}{r} 37\frac{5}{15} \text{ qq.} \times \$ 30 = 1120 \\ 52\frac{10}{15} \text{ " } \times \$ 15 = 790 \\ 10 \text{ " } \times \$ 9 = 90 \\ \hline 100 \text{ qq.} \\ \times \$20 \text{ precio medio.} \\ \hline \underline{\$2000} \qquad \underline{= \$2000} \end{array}$$

SEGUNDO PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántas piezas de casimir de á \$90 y de á \$50 se pondrán con 15 piezas de á \$30 para hacer un conjunto de 80 piezas que puedan venderse á \$58,75 por precio medio?

Para resolver este problema, se seguirá el mismo procedimiento que en el anterior, aplicando punto por punto la regla que en el mismo problema se comprendió. Para mayor claridad, se anotarán las cantidades y datos que deban considerarse.

RESOLUCION.

1ª OPERACIÓN.

$$\begin{array}{r} \text{Conjunto} \dots 80 \text{ piezas} \times \$58,75 \text{ precio medio} = \$4700 \left\{ \begin{array}{l} \text{Valor de la mezcla al} \\ \text{precio medio.} \end{array} \right. \\ \text{Cantidad fijada } 15 \text{ " } \times \$30,00 \text{ su precio} \dots = \$ 450 \\ \text{Diferencia} \dots \underline{65} \text{ " } \text{ valor correspondiente} \dots = \underline{4250} \quad \begin{array}{l} 65 \\ 350 \quad 65\frac{25}{65} \left\{ \begin{array}{l} \text{Precio medio} \\ \text{nuevamente} \\ \text{hallado.} \end{array} \right. \\ 25 \end{array} \end{array}$$

2ª OPERACIÓN.

3ª OPERACION.

$$\begin{array}{r} \text{Precios. Porciones,} \\ \text{Nuevo pre-} \left\{ \begin{array}{l} 90 - 15\frac{25}{65} \\ 50 - 24\frac{40}{65} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de nue-} \\ \text{vas porciones.} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 65 \\ \text{Diferen-} \\ \text{c.a.} \end{array} \right. :: \left\{ \begin{array}{l} 15\frac{25}{65} : x = 25 \\ 24\frac{40}{65} : x = 40 \end{array} \right. \\ \hline 40 \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de nue-} \\ \text{vas porciones.} \end{array} \right. \qquad \qquad \qquad \underline{65} \end{array}$$

COMPROBACION.

Piezas.	Precios.	Productos.
25	× \$90	= 2250
40	× \$50	= 2000
15	× \$30	= 450

$$\begin{array}{r} \text{Suma de piezas.} \quad 80 \\ \text{Precio medio} \dots \times \$58,75 \\ \hline 4700(00) \qquad \underline{= 4700} \end{array}$$

TERCER PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántas cajas de vino de á \$30, de á \$24, de á \$16 y de á \$14 se pondrán con 8 cajas de á \$20 para hacer un conjunto de 46 cajas que puedan venderse á \$22 $\frac{4}{6}$ por precio medio de caja?

$$\begin{array}{r}
 46 \times 22\frac{44}{40} = 1056 \\
 8 \times 20 = 160 \\
 \hline
 38 \qquad 896 \\
 896 \mid 38 \\
 136 \quad 23\frac{22}{33} \text{ Nuevo precio medio.} \\
 \hline
 22 \\
 \hline
 24
 \end{array}$$

COMPROBACIÓN.

$$\begin{array}{l}
 1^a \quad 24 : 38 :: 9\frac{22}{33} : x = 15\frac{4}{24} \times 30 = \$455 \\
 2^a \quad 24 : 38 :: 7\frac{22}{33} : x = 12 \times 24 = 288 \\
 3^a \quad 24 : 38 :: 0\frac{16}{38} : x = 0\frac{16}{24} \times 16 = 10\frac{16}{24} \\
 4^a \quad 24 : 38 :: 6\frac{16}{38} : x = 10\frac{4}{24} \times 14 = 142\frac{8}{24} \\
 \text{Cantidad fija de cajas, } 8 \times 20 = 160 \\
 \hline
 46 \text{ cajas} \times 22\frac{44}{40} = 1056
 \end{array}$$

CUARTO PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACIÓN.—¿Cuántos quintales de arroz, de á \$10, de á \$9, de á \$7 y de á \$6 se mezclarán con 20 quintales de á \$5 para hacer un conjunto de 90 quintales, que puedan venderse á \$6\frac{2}{3} por precio medio?

$$\begin{array}{r}
 90 \text{ qq.} \times 6\frac{2}{3} = 582 \quad 482 \mid 70 \\
 20 \text{ qq.} \times 5 = 100 \quad 62 \quad 6\frac{2}{3} \text{ Nuevo precio medio.} \\
 \hline
 70 \text{ qq.} \quad \$ 482
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 10 - 6\frac{2}{3} \\
 9 - 6\frac{2}{3} \\
 7 - 6\frac{2}{3} \\
 6 - 3\frac{7}{10} + 2\frac{8}{70} + \frac{8}{70} = 5\frac{24}{70}
 \end{array}$$

$$\text{Conjunto, } 8 \frac{210}{000} \frac{70}{3}$$

$$\begin{array}{l}
 8 : 70 :: \frac{62}{70} : x = \frac{62}{8} = 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \\
 8 : 70 :: \frac{62}{70} : x = \frac{62}{8} = 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \\
 8 : 70 :: \frac{62}{70} : x = \frac{62}{8} = 7\frac{6}{8} \text{ qq.} \\
 8 : 70 :: 5\frac{24}{70} : x = \frac{374}{8} = 46\frac{6}{8} \text{ qq.} \\
 \hline
 70 \text{ qq.} \\
 \hline
 90 \text{ qq.} \times 6\frac{2}{3} = 582
 \end{array}$$

Con lo que se deja expuesto respecto á la presente regla, se ha dado á conocer todo lo que en general á ella pueda referirse. En dicha regla ha puesto el autor mucho de su parte, como todo lo relativo á la "Triple Aligación," cuyas teorías y problemas ningún autor, de los que el conoce, las había tratado, ni en álgebra ni en aritmética.

a

3

7

5

4

7

OCTAVA SECCION.

Teoría y práctica de la Regla para hallar la fecha, plazo ó término medio.

La Regla de fecha, plazo ó término medio, es la que sirve para encontrar el número ó grado proporcional entre otros varios, de los cuales unos sean más altos y otros más bajos.

Esta operación es de frecuente uso entre los negociantes, y su procedimiento se basa en el determinado para el primer caso de la Aligación.

REGLA.—Para verificar esta operación, redúzcanse á números las cantidades que en ella se consideren, contando los días pertenecientes á cada capital, desde una fecha fijada arbitrariamente, siempre que ella sea anterior á la del vencimiento de la primera partida ó desde esta misma fecha de vencimiento hasta la fecha referente á cada capital. En el segundo caso, la cantidad respectiva no tendrá número, supuesto que no se le encontrará tiempo alguno.

Reducidas ya á números todas las cantidades, súmense los números y dividase esta suma por la que resulte de las cantidades primitivas, y el cociente que se obtuviere representará los días que han de fijar la fecha media, los cuales se contarán desde la fecha que ha servido de punto de partida hasta que se completen, siendo la fecha en que esto suceda la fecha media que se buscaba.

PROBLEMA.—¿En qué fecha media se podrán pagar las libranzas que con sus fechas de vencimientos respectivas á continuación se citan, tomando por fecha de partida el 10 de Febrero?