

## CAPITULO VIII.

### NIVELACIÓN TERMO-BAROMÉTRICA.

287. El barómetro de mercurio, cuyo uso como instrumento de nivelación se ha expuesto en el Capítulo que precede, no es el único que permite la medida de la presión atmosférica. Hay otros barómetros tales como el llamado *aneroide*, y el barómetro metálico de Bourdon, que aunque fundados en otros principios, se aplican también al mismo objeto.

El barómetro aneroide consiste en una pequeña caja metálica de paredes muy delgadas, y de cuyo interior se extrae el aire: la presión atmosférica que se ejerce en su exterior, no teniendo ninguna fuerza que la equilibre, deprime más ó menos, en razón de su intensidad, las paredes de la caja, la cual al variar ligeramente de forma, comunica pequeños movimientos á un juego conveniente de engranes y palancas, que á su vez hacen mover una aguja ó índice que señala la presión correspondiente en un cuadrante, dividido en partes equivalentes á los milímetros del barómetro común.

El barómetro de Bourdon consta de un tubo curvo formado también de láminas metálicas muy delgadas. Extraído igualmente el aire de su interior, la presión atmosférica lo obliga á encorvarse más, en proporción de la fuerza con que obra en su superficie externa, ocasionando de esa manera los pequeños movimientos que se comunican al índice del cuadrante.

Tanto este barómetro como el aneroide, son muy sensibles á las variaciones de la presión atmosférica, y más portátiles que el de mer-

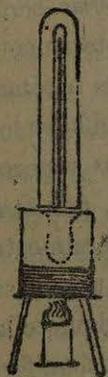
curio; pero su construcción más complicada los expone probablemente á frecuentes desarreglos, pues es raro que transportados de un lugar á otro, en que la presión sea muy diferente, marchen enteramente de acuerdo con el de mercurio. Además de esto, las correcciones por la temperatura, deben ser más difíciles, en atención á las diversas substancias de que están contruídos; y así es que en caso de usarlos para la nivelación, lo que me parece más conveniente es hacer una serie de comparaciones, numerosa y variada, de sus indicaciones con las de un buen barómetro común, á fin de deducir de ellas el sistema de correcciones que deben aplicárseles en cada caso particular.

288. Hay todavía otro aparato propio para la medida de la presión del aire, el cual se llama *termómetro de ebullición*, *termo-barómetro* y más comunmente *hipsómetro*. Su fundamento, enteramente diverso de los que sirven para la construcción de los demás barómetros, es el siguiente. Se sabe que el fenómeno de la ebullición en los líquidos, se verifica en el momento en que la tensión de sus vapores es igual á la presión que se ejerce en su superficie. Como, por otra parte, la tensión ó fuerza elástica de un vapor aumenta generalmente con la temperatura, resulta que calentando gradualmente una masa líquida, llega un instante en que la tensión del vapor adquiere la potencia necesaria para vencer la resistencia que se opone á su formación; y de aquí se deduce que debe haber cierta relación entre la temperatura del líquido, ó por mejor decir, de su vapor en el momento de la ebullición, y la resistencia ó presión que se opone á ella. Si, pues, averiguada esta relación, se mide la temperatura del vapor que, como se sabe, es constante en igualdad de circunstancias, vendremos en conocimiento de la presión correspondiente, la cual puede valuarse en partes de una columna de mercurio del mismo peso; y en consecuencia, emplearse en la fórmula barométrica para medir las alturas.

El agua común es el líquido de que se hace uso en el hipsómetro. Es bien sabido que al nivel del mar, ó cuando la presión atmosférica equivale á 0<sup>m</sup>.760 de mercurio, entra en ebullición á 100° centesimales de temperatura; mientras que en los lugares elevados hierve á una temperatura más baja, en proporción de lo que en ellos disminuye el

peso del aire. En México, por ejemplo, la ebullición se verifica á poco menos de  $93^{\circ}$ . La relación en que decrecen la temperatura de la ebullición del agua y la presión atmosférica correspondiente, se ha determinado experimentalmente por Mr. Regnault, cuyos resultados tomé por base para la formación de las pequeñas tablas que se pondrán en seguida, y que suministran la presión cuando se conoce la temperatura; pero antes de explicar su uso, indiquemos el modo de adquirir este último dato, dando á conocer la sencilla construcción del hipsómetro.

Consiste este aparato (fig. 216<sup>a</sup>) en una vasija de cobre de 0<sup>m</sup>.1 próximamente de altura y otro tanto de diámetro, en cuya boca se atornilla una pieza que sostiene un termómetro, de manera que el receptáculo de éste quede en el interior del vaso y á poca distancia de una pequeña cantidad de agua que se pone en él. La escala del termómetro sólo tiene señalados los últimos grados, generalmente desde  $85^{\circ}$  hasta  $100^{\circ}$  ó  $101^{\circ}$ , cuya extensión debe ser suficiente para que puedan apreciarse sus pequeñas fracciones por medio de un vernier provisto de un índice movable á lo largo del tubo termométrico. La llama de una lámpara de alcohol, que se aplica en la parte inferior del vaso metálico, comunica al agua el calor necesario para determinar su ebullición.

Fig. 216<sup>a</sup>

Luego que la temperatura del líquido se aproxima á la del hervor, se ve subir rápidamente la columna mercurial del termómetro hasta el grado que corresponde á la presión atmosférica, punto en el cual permanece fija su parte superior por todo el tiempo que dura la ebullición. El vapor que va formándose se escapa por una abertura practicada en la base superior de la vasija y baña el tubo termométrico, sin lo cual ejercería una fuerte presión en la superficie del líquido, que impediría el hervor ó que determinaría la explosión del mismo vaso. Cuando la ebullición está en plena actividad, se lleva el índice á la extremidad de la pequeña columna mercurial, se lee el grado de temperatura y la fracción que señala el vernier, y se obtiene así el

argumento para tomar de la tabla la presión correspondiente, tal como la indicaría un barómetro común después de reducida á  $0^{\circ}$ .

Como el vidrio de que está formado el tubo del termómetro es mal conductor del calórico, tarda algo en dilatarse, y por eso á veces se nota alguna leve oscilación en la altura del mercurio. Para evitar el pequeño error que podría originarse de esta circunstancia, conviene dejar transcurrir dos ó tres minutos desde que ha comenzado la ebullición, antes de hacer la lectura, ó mejor todavía, repetirla varias veces para cerciorarse de que la columna no cambia ya de altura.

Cuando el agua de que se hace uso es destilada ó químicamente pura, no hay inconveniente en que el receptáculo del termómetro entre en el líquido, pues la temperatura de éste es igual á la de su vapor; pero como no siempre es fácil procurarse agua destilada, tampoco hay inconveniente en servirse de la común, con tal que se tenga cuidado de no sumergir en ella el receptáculo; porque conteniendo algunas sales en disolución, su temperatura, al hervir, puede ser notablemente mayor que la que corresponde al agua pura. Afortunadamente la del vapor es la misma, ya sea que provenga de agua pura ó de la que contenga substancias extrañas; y por esto exponiendo el receptáculo termométrico solamente al baño del vapor, se obtendrá siempre la temperatura invariable de éste. Por lo general basta que sea de 7 á 8 milímetros la altura del agua que se pone en el interior de la vasija; porque de ese modo, sin elevarse hasta el receptáculo, deja también mayor espacio libre para la circulación del vapor.

La escala termométrica del hipsómetro está dividida en grados centígrados en los instrumentos de construcción francesa, y en grados de Fahrenheit en los ingleses. (1) Aunque es muy fácil la reducción de

(1) El irresistible apego de los ingleses á su sistema de medidas se opone á que adopten el decimal, aun para la construcción de los instrumentos científicos. Sus barómetros siempre están divididos en pulgadas y décimos de pulgada, apreciándose con el vernier las fracciones menores. Para reducir las indicaciones de estos barómetros á la medida decimal, se tendrá presente que la pulgada inglesa equivale á 0<sup>m</sup>.0254. Respecto del termómetro de Fahrenheit, se recordará que señala  $32^{\circ}$  á la temperatura de la fusión del hielo, y  $212^{\circ}$  á la de la ebullición del agua al nivel del mar; y como en las mismas circunstancias el centesimal indica  $0^{\circ}$  y  $100^{\circ}$  respectivamente, tendremos que  $212^{\circ} - 32^{\circ}$  de Fahrenheit equivalen á  $100^{\circ}$  centesimales, ó se hallarán en la relación de 9 á 5. Según esto, designando por  $f$  un número cualquiera de grados de Fahrenheit y por  $c$  el correspondiente de centígrado, se tiene la relación  $c = \frac{5}{9}(f - 32)$ , que se convierte fácilmente en la que sigue:  $c = 0.556f - 17.8$ .

Así se halla que, por ejemplo,  $f = 203^{\circ}$  equivale á  $c = 95^{\circ}$ .

unos á otros, con el fin de evitarla he calculado también la tabla de presiones para las temperaturas expresadas en grados de Fahrenheit.

PRESIONES ATMOSFERICAS CORRESPONDIENTES A LA TEMPERATURA DEL VAPOR EN LA EBULLICION DEL AGUA.					
ESCALA CENTESIMAL.					
Temperatura.	Presión.	Diferencia.	Temperatura.	Presión.	Diferencia.
85° .0	0 <sup>m</sup> .4330	86	93° .0	0 <sup>m</sup> .5884	111
85 .5	.4416	87	93 .5	.5995	113
86 .0	.4503	89	94 .0	.6108	114
86 .5	.4592	90	94 .5	.6222	116
87 .0	.4682	91	95 .0	.6338	118
87 .5	.4773	93	95 .5	.6456	120
88 .0	.4866	95	96 .0	.6576	122
88 .5	.4961	96	96 .5	.6698	123
89 .0	.5057	98	97 .0	.6821	125
89 .5	.5155	99	97 .5	.6946	127
90 .0	.5254	101	98 .0	.7073	129
90 .5	.5355	102	98 .5	.7202	130
91 .0	.5457	104	99 .0	.7332	133
91 .5	.5561	106	99 .5	.7465	135
92 .0	.5667	108	100 .0	.7600	138
92 .5	.5775	109	100 .5	.7738	140
93 .0	0 .5884		101 .0	0 .7878	
ESCALA DE FARENHEIT.					
188°	0 <sup>m</sup> .4622	101	201°	0 <sup>m</sup> .6082	127
189	.4723	103	202	.6209	129
190	.4825	105	203	.6338	131
191	.4930	106	204	.6469	133
192	.5036	108	205	.6602	136
193	.5144	110	206	.6738	138
194	.5254	113	207	.6876	140
195	.5367	114	208	.7016	142
196	.5481	116	209	.7158	145
197	.5597	118	210	.7303	147
198	.5715	120	211	.7450	150
199	.5835	123	212	.7600	152
200	.5958	124	213	.7752	154
201	0 .6082		214	0 .7906	

Por la inspección de la tabla se advertirá que la presión varía próximamente á razón de 0<sup>m</sup>.002 por un décimo de grado centesimal de temperatura; y como 0<sup>m</sup>.002 de error en la presión, produciría otro de más de 20<sup>m</sup> en la altura de la estación, se comprenderá la importancia de poder apreciar la temperatura del vapor con la mayor precisión. Por eso es tan conveniente que cada uno de los 15 ó 20 grados que abraza la escala del hipsómetro, tenga por lo menos 0<sup>m</sup>.01 de extensión, y que el vernier dé centésimos de grado.

La pequeña incertidumbre que puede haber en las lecturas que, como se ha visto, es de bastante trascendencia, y más que esto, la variación del *cero*, que probablemente se hace sentir en el hipsómetro lo mismo que en toda clase de termómetros, son la causa de que este instrumento no sea susceptible de tanta exactitud como el barómetro común. Sus principales ventajas consisten en ser muy portátil, pues todo el aparato se transporta fácilmente en una caja de unos cuantos decímetros de lado, y en estar menos expuesto á un accidente á causa de su menor tamaño. En muchos casos estas ventajas pueden compensar la falta de precisión respecto del barómetro, sobre todo cuando no se necesita una exactitud extrema en los resultados, lo que ciertamente es muy frecuente de nivelaciones de este género.

Además de los defectos mencionados y que son inherentes al instrumento, pueden presentarse otros especiales de construcción, tales como la desigualdad del tubo capilar en diversos puntos de su longitud, y el error que puede haberse cometido al graduar la escala. Esta última operación se ejecuta en las fábricas por medio de la comparación con un barómetro; pero como las experiencias de Regnault no son las únicas que se han hecho para averiguar la correspondencia entre la tensión y la temperatura del vapor, existiendo pequeñas diferencias entre los resultados de diversos observadores, es probable que la comparación misma dé lugar á leves errores en la colocación de las divisiones. Por todo esto, nunca será prudente hacer uso de un hipsómetro sin haberlo comparado con un buen barómetro de mercurio; y siempre que sea posible, debe hacerse la comparación en distintos lugares diversamente elevados sobre el nivel del mar; porque de esta manera se llegará á conocer el error inicial del instrumento,

y el que tenga en diversos puntos de su escala, formándose así una pequeña tabla de correcciones, de la que se toma por interpolación la que corresponda á cada lectura.

Este método he seguido para comparar con el barómetro de mercurio un hipsómetro con que he viajado hace tiempo. Así, en la ciudad de México, por ejemplo, hallé como promedio de muchas observaciones que cuando el barómetro señalaba la presión de 0<sup>m</sup>.5861, ya reducida á cero, el hipsómetro indicaba 198°.65 (Fahrenheit) por temperatura de la ebullición. Con el primer dato se encuentra por interpolación en las tablas precedentes, que la temperatura de la ebullición debería haber sido 199°.21, y en consecuencia que el hipsómetro tiene el error de -0°.56 en el punto de su escala que corresponde á 198°.65. De igual manera hice numerosas comparaciones en las ciudades de San Luis Potosí y de Veracruz, cuyos promedios se ven á continuación con el de México.

LUGARES.	Barómetro.	Hipsómetro.	Temperaturas calculadas.	Corrección del hipsómetro.
México.....	0 <sup>m</sup> .5861 .....	198°.65 .....	199°.21 .....	+ 0°.56
San Luis .....	0 .6144 .....	200 .88 .....	201 .49 .....	+ 0 .61
Veracruz.....	0 .7663 .....	211 .70 .....	212 .41 .....	+ 0 .71

Si todas las correcciones hubieran resultado iguales, habría fundamento para inferir que el instrumento, si bien afectado de un error inicial, no presentaba imperfección sensible en el diámetro del tubo, en el tamaño de sus divisiones, etc., por lo menos en la parte de la escala que se sometió al examen; y en tal caso los valores hallados deberían aplicarse como corrección constante de las indicaciones que, en lo futuro, suministrase este hipsómetro entre los mismos puntos de su graduación. Por el contrario, la desigualdad de las correcciones obtenidas por la experimentación directa, es un indicio de que, además de un error general, existe otro local, ya sea que provenga de irregularidades del tubo, de las divisiones, ó de cualquiera otra causa análoga, que por sí sola ó en combinación con las anteriores tienda á producir los mismos efectos. Acaso influya en esto de una manera sensible, el hecho de que, en el hipsómetro que me ocupa, el vapor

no baña más que su receptáculo inferior, dejando la mayor parte de la escala al aire libre. En los que construye la casa de Negretti y Zambra, en Londres, el vapor circula libremente en un tubo metálico que cubre toda la escala, dejando sólo al aire libre la pequeña porción en que haya de hacerse la lectura. Por la causa indicada esta construcción me parece preferible á la otra.

Partiendo de las consideraciones que preceden, y que probablemente serán aplicables á cualquier instrumento de la misma clase, he supuesto que la corrección obtenida para determinado punto de la escala, se compone de dos partes, constante la una y variable la otra. La primera será, pues, independiente del punto de la graduación que se considere; y la segunda dependerá, por el contrario, de dicha graduación, y será, en consecuencia, una función de la lectura obtenida. Designando, en general, por  $c$  el resultado de la experiencia para el punto de la escala cuya indicación es  $t$ , y representando por  $a$  y  $b$  dos constantes cuyos valores deben determinarse, la expresión de la corrección  $c$  será de la forma:

$$a + bt = c$$

Como cada experiencia suministrará una ecuación semejante, podrán combinarse en seguida para la determinación de ambas constantes. Apliquemos este procedimiento sirviéndonos de las tres comparaciones que hemos mencionado, y que dan lugar á las ecuaciones:

$$a + 198.65 b = + 0.56$$

$$a + 200.88 b = + 0.61$$

$$a + 211.70 b = + 0.71$$

Habiendo más ecuaciones que incógnitas, hagamos su combinación reduciendo primero á una sola las dos primeras ecuaciones en que los coeficientes de  $b$  son muy poco diferentes. Adoptando, pues, el promedio de ambas, se tendrán las dos siguientes para la determinación de  $a$  y  $b$ .

$$a + 199.765 b = 0.585$$

$$a + 211.700 b = 0.710$$

y de su resolución resulta:

$$a = - 1°.5126$$

$$b = + 0.0105$$

Con estos valores podrá calcularse la corrección, para cualquier punto  $t$  de la escala, por la fórmula primitiva con que hemos expresado la ley del error, y que vendrá á ser:

$$c = 0.0105 t - 1^{\circ}.5126$$

Aplicándola de cinco en cinco grados, desde  $190^{\circ}$  hasta  $215^{\circ}$ , que contienen las indicaciones más frecuentes de la graduación hipsométrica, se formará la siguiente tabla de correcciones, de la cual podrá tomarse por interpolación la que corresponde á cualquiera lectura intermedia  $t$  del instrumento para tener su indicación exacta  $t + c$ . <sup>(1)</sup>

$t$	$c$
$190^{\circ}$ .....	+ $0^{\circ}.48$
$195$ .....	+ $0.53$
$200$ .....	+ $0.59$
$205$ .....	+ $0.64$
$210$ .....	+ $0.69$
$215$ .....	+ $0.74$

Esta lectura correcta  $t + c$  servirá, por último, para tomar de las tablas de correspondencia entre las temperaturas y las presiones, la indicación que daría el barómetro de mercurio.

Para presentar un ejemplo del grado de precisión que puede proporcionar un hipsómetro así rectificado, elijamos el siguiente. Habiéndome detenido un día en la ciudad de Orizaba durante el mes de Noviembre, hice allí dos observaciones con el instrumento á que se refieren las correcciones precedentes. El promedio de ambos resultados, obtenidos entre la una y media y las cuatro de la tarde, fué:  $t = 204^{\circ}.45$ , siendo de  $21^{\circ}.7$  el de las temperaturas del aire. La lectura correcta del hipsómetro será, pues:

$$t + c = 204^{\circ}.45 + 0^{\circ}.634 = 205^{\circ}.08,$$

que corresponde á la presión de  $0^m.6613$  según las tablas; pero como

<sup>(1)</sup> El método llamado de los *mínimos cuadrados*, aplicado á las tres ecuaciones primitivas, da:  $a = -1^{\circ}.5452$  y  $b = +0.0107$ ; pero los valores de  $c$  que resultan de éstos, son sensiblemente los mismos que los de la tabla.

las observaciones tuvieron lugar casi á la hora del *mínimum* de la altura barométrica, deben reducirse á la hora de la altura media, lo cual convierte en  $0^m.6625$  la presión y en  $21^{\circ}.0$  la temperatura del aire, conforme á lo que hemos dicho en el número 284. Adoptando ahora la presión y temperatura medias que corresponden al nivel del mar para el mes de Noviembre, los datos finales del cálculo serán:

Al nivel del mar.....	$B = 0^m.7629$	$T = 25^{\circ}$
En Orizaba.....	$b = 0.6625$	$t = 21$

y la fórmula barométrica (8) producirá en consecuencia el resultado de  $1233^m$ , del cual deduciendo la altura de  $6^m$  que tenía el instrumento sobre el piso de la ciudad, da por altura de Orizaba sobre el nivel del mar:  $n = 1227^m$ .

Muchos observadores han medido por medio del barómetro la altura de esa ciudad, y entre ellos Orbegozo que ejecutó 1138 observaciones. Los diversos resultados que han llegado á mi conocimiento son:

Según Orbegozo.....	$1223^m$
„ Saussure.....	1230
„ Talcott.....	1226
„ Müller.....	1228
„ Almazán.....	1238
„ Pierron.....	1225

Se ve, pues, que las dos observaciones hipsométricas hechas en un solo día, sostienen bien la comparación con los resultados de numerosas observaciones barométricas, lo cual demuestra de una manera irrecusable, todo el partido que puede sacarse del instrumento que nos ocupa, cuando se emplea de un modo conveniente; y lo mismo podría decirse respecto del barómetro aneroide cuando se le sujeta á rectificaciones semejantes. Si omitiendo las correcciones en nuestro ejemplo, se hubiera hecho el cálculo con las indicaciones que dió el instrumento, se habría hallado un error superior á  $130^m$  en la altura de la ciudad. No hay, pues, que admirarse si usando el barómetro aneroide ó el hipsómetro de una manera tan poco meditada, se llega

á la conclusión de que son instrumentos incapaces de suministrar resultados suficientemente exactos.

289. La fórmula que acaba de aplicarse da lugar á un cálculo sencillísimo con el auxilio de las tablas del número 282; pero puede emplearse otra que no contiene la diferencia logarítmica que entra en aquélla. Indicaré la nueva fórmula, cuyos resultados son bastante exactos siempre que no es muy considerable la diferencia de nivel que se desea determinar, lo cual se conoce de antemano en que las dos indicaciones barométricas no difieren mucho entre sí. Designando por  $d$  su diferencia, tendremos:

$$B = b + d = b \left( 1 + \frac{d}{b} \right),$$

y también

$$b = B - d = B \left( 1 - \frac{d}{B} \right)$$

Tomando los logaritmos de estas dos ecuaciones, se encuentra:

$$\log. B = \log. b + M \left( \frac{d}{b} - \frac{d^2}{2b^2} + \dots \right)$$

$$\log. b = \log. B - M \left( \frac{d}{B} + \frac{d^2}{2B^2} + \dots \right)$$

Estas dan por substracción:

$$\log. B - \log. b = \frac{1}{2} M d \left( \frac{B+b}{Bb} - \frac{d(B^2-b^2)}{2B^2b^2} \right)$$

y substituyendo el valor  $d = B - b$ , se obtiene:

$$\log. B - \log. b = \frac{1}{2} M \frac{(B+b)(B-b)}{Bb} \left( 1 - \frac{(B-b)^2}{2Bb} \right)$$

Siendo pequeña la diferencia de las dos columnas barométricas, puede omitirse su segunda potencia, lo que reduce á 1 el último fac-

tor. Sustituyendo en la fórmula (8) del Capítulo anterior, y omitiendo la pequeña corrección que depende de  $r$  y de  $n'$ , resulta:

$$n = \frac{1}{2} A D M \frac{(B+b)(B-b)}{Bb}$$

expresión en la cual puede adoptarse un valor medio y constante del coeficiente barométrico  $A$ , y haciendo la multiplicación por  $\frac{1}{2} M$ , se obtiene por último:

$$n = 3995 D \frac{(B+b)(B-b)}{Bb}$$

Para aplicar esta sencilla fórmula, supongamos que la escala centesimal de un hipsómetro haya dado  $96^{\circ}.38$  y  $93^{\circ}.86$  por temperaturas del vapor en dos estaciones, siendo  $22^{\circ}$  y  $20^{\circ}$  respectivamente las del aire. Calculando por la tabla las presiones atmosféricas correspondientes, se tendrán los datos:  $B = 0^m.6622$ ;  $T = 22^{\circ}$ ;  $b = 0^m.6036$ ; y  $t = 20^{\circ}$ ; de los que resulta:

Const.....	3.60152	
D.....	0.03503	
B + b.....	0.10237	
B - b.....	8.76790	
B.....	-9.82099	
b.....	-9.78075	
n.....	2.90508	$n = 803^m.7$

La fórmula exacta (8) daría  $n = 803^m.6$ . He visto últimamente otra fórmula aproximativa de Mr. Babinet, acaso más sencilla que la precedente, y que puede deducirse de ésta. Se tiene, en efecto, .....  $Bb = \frac{1}{4} [(B+b)^2 - (B-b)^2]$ ; desechando la pequeña cantidad  $(B-b)^2$ , resultará sin gran error  $Bb = \frac{1}{4} (B+b)^2$ ; y substituyendo en la última fórmula, se obtiene:

$$n = 15980 D \frac{B-b}{B+b}$$

Mr. Babinet adopta 16000 por coeficiente constante, lo que á la vez que simplifica el cálculo, compensa el error producido por la omisión de los pequeños términos. Entonces la fórmula que, según su autor, puede aplicarse con buen éxito para medir desniveles que no excedan de 1000<sup>m</sup>, será:

$$n = 16000 D \frac{B-b}{B+b}$$

Aplicada á nuestro último ejemplo, da:  $n = 802^m.9$ .

290. Todo lo que se ha expuesto en este Capítulo y el anterior manifiesta que con el barómetro, el hipsómetro, ó cualquier otro instrumento equivalente, se mide con bastante precisión el desnivel de dos puntos sin necesidad de conocer la distancia que los separa. Como, por otra parte, las fórmulas de la nivelación trigonométrica son funciones de la distancia  $k$  y de la distancia zenital  $z$ , se deduce que determinando á  $n$  por el método barométrico ó termo-barométrico, y midiendo desde una de las estaciones la distancia zenital de la otra, se tendrán los datos necesarios para el cálculo de  $k$ . Una fórmula del número 257 da, en efecto:

$$k = n \tan. z - (2.8395) k^2 \tan. z$$

y como su segundo término es pequeño, introduciendo el valor aproximativo  $k^2 = n^2 \tan.^2 z$ , se obtiene:

$$k = n \tan. z - (2.8395) n^2 \tan.^3 z$$

*Ejemplo.*—La distancia zenital del cerro de Ajusco, tomada desde la Escuela de Ingenieros, es  $z = 86^\circ 44'$ . Adoptando 3677<sup>m</sup> por altura de la montaña sobre el nivel del mar, según Burkart, y 2270<sup>m</sup> por la de la Escuela, tendremos  $n = 1407^m$ .

$n$ .....	3.14829	$n^2$ .....	6.2965
$\tan z$ .....	1.24355	$\tan^3 z$ .....	3.7306
	<hr/>		
	4.39184	const.....	2.8395
			<hr/>
			2.8666

$$k = 24651^m - 735^m = 23916^m$$

Este método, llamado por el Barón de Humboldt *hipsométrico*, ó de *bases verticales*, sirvió á este sabio para levantar las cartas aproximativas de las extensas comarcas que recorrió en América; pero por la forma de la ecuación se comprende que el más pequeño error en  $n$  ó en  $z$  es de mucha trascendencia en el resultado final. Su aplicación, sin embargo, puede ser de bastante utilidad en casos semejantes, y por tanto merece ocupar un lugar entre los demás métodos de aproximación que se han expuesto en el Capítulo XVIII de la Planimetría.