

CAPITULO IV.

NIVELACIÓN TOPOGRÁFICA.

250. Habiendo expuesto la teoría de los principales instrumentos y la manera de rectificarlos, pasemos á la práctica de la nivelación. Esta puede ser *simple* ó *compuesta*. Se llama *simple* cuando la diferencia de altura, ó el desnivel entre dos puntos, se determina desde una sola estación, ó sea sin variar de lugar el instrumento; y *compuesta* cuando se hacen varias estaciones, relacionando unos con otros los puntos observados desde cada una.

Nivelación simple.—Dijimos al principio que desde un punto A (fig. 196^a) puede determinarse la diferencia de nivel $BO = n$, de otra estación B en que se ha colocado un estadal, conociendo la indicación de éste; pero como la altura $MO = h$, del nivel influye en el resultado, si designamos por a la lectura de la mira, por k la distancia horizontal de A á B y por

m el coeficiente $\frac{0.5-e}{R}$, tendremos:

$$n = h - (a - m k^2)$$

Si el punto observado fuese B' , más bajo que A , la indicación de la mira sería: $a = B'M - m k^2$, y el desnivel $B'O$ tendría por valor:

$$n = (a - m k^2) - h$$



Fig. 196^a

Se ve que las dos expresiones anteriores sólo difieren en el signo, y manifiestan que la diferencia de nivel se obtiene, en general, por la diferencia entre la altura del instrumento y la indicación de la mira, corregida por el nivel aparente y la refracción. Considerando positivo el desnivel entre dos puntos cuando el que se observa está más elevado que el de estación, daremos siempre á la ecuación la forma $n = h - (a - m k^2)$, á reserva de atender en las aplicaciones á los valores de sus elementos para asignar al resultado el signo que le corresponda.

Comunmente en la práctica se escoge para colocar el instrumento un punto intermedio entre aquellos cuya diferencia de nivel se trata de determinar, con el objeto de eliminar la altura h de la visual. Sean A y B (fig. 197^a) estos puntos. El nivel se coloca en P , en la dirección de AB ó fuera de ella, y después de establecer la burbuja en el centro del tubo, se dirige sucesivamente la visual á los estadales situados en A y B , anotando sus indicaciones $AH = a$, y $BH' = b$. Si se designan por k y k' las distancias del instrumento á los puntos A y B , las alturas de éstos respecto de aquél serán:

$$n' = h - (a - m k^2) \quad n'' = h - (b - m k'^2)$$

cuya diferencia suministrará la altura n de B respecto de A , á saber: $BQ = BO - QO$, ó bien:

$$n = a - b - m(k^2 - k'^2)$$

Un resultado negativo indicaría que B estaba más bajo que A , pues es claro que en el punto más elevado daría la mira una indicación menor que en el más bajo.

Aunque el cálculo del último término de la fórmula anterior es sumamente sencillo, conviene evitarlo porque supone la necesidad de medir las distancias del instrumento á los estadales; pero la ecuación manifiesta que para conseguirlo basta situarse á igual distancia de los dos puntos cuya diferencia de altura se desea determinar. También se eliminaría de ese modo el efecto de algún pequeño error que tuviese el instrumento, puesto que sería el mismo en las dos miras y desaparecería en la diferencia de sus indicaciones. No es necesari-

rio que sean exactamente iguales las distancias del nivel á los dos puntos observados; es suficiente que difieran poco, y esto siempre puede apreciarse á la simple vista. Estableciéndose, pues, en cualquier punto de la perpendicular levantada hacia la parte media de la dirección que determinan los puntos observados, se llenará la condición necesaria para que el valor de n quede reducido á $a - b$, é independiente de las pequeñas inexactitudes que pueda tener el nivel.

251. *Nivelación compuesta.*—Cuando el alcance del instrumento no es bastante para poder observar desde una sola estación los puntos extremos de la línea que se trata de nivelar, ó cuando los accidentes del terreno exigen la determinación de algunos puntos intermedios, es necesario recurrir al método de nivelación compuesta, que no es otra cosa más que una serie de nivelaciones simples.

Sean A, B, C, D, E , etc., los puntos elegidos como más notables por ser aquellos en que el terreno varía sensiblemente de inclinación, y que para más generalidad supondré en diversas direcciones. Admitiendo igualmente que se practique la nivelación de A hacia E , situaremos dos estadales en A y B , é instalaremos el instrumento en un punto cualquiera P de la perpendicular que divide á AQ en dos partes iguales, con el objeto de evitar las correcciones de que se ha hecho mención. Después de arreglado el nivel, se observa-

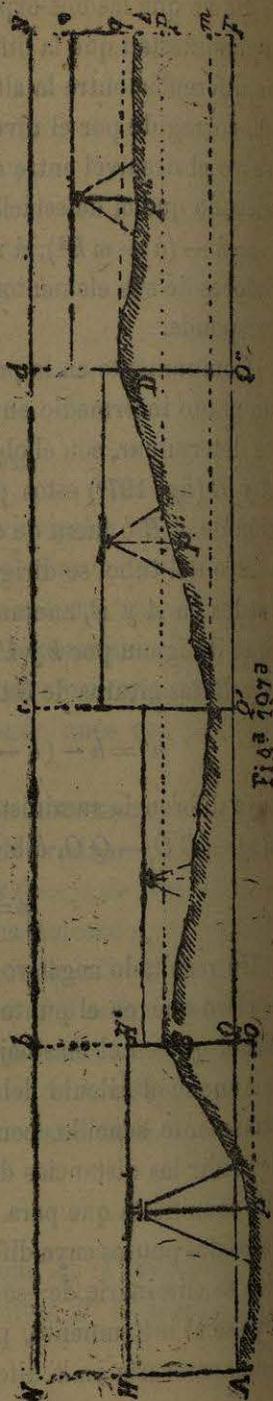


FIG. 1073

rán las miras apuntando sus indicaciones a y b , y practicado esto, se trasladará á C el estadal que estaba en A , y el instrumento á la segunda estación P' , elegida respecto de B y C , lo mismo que la primera respecto de A y B . La persona que tiene el estadal B lo vuelve hacia el observador á fin de que éste lea y apunte su indicación a' , y en seguida la de C que designaré por b' . De esta manera se prosigue de estación en estación hasta la última, en que se hace la lectura del estadal colocado en el punto extremo de la línea.

Debe notarse que en cada estación, tal como P' , se observan dos puntos B y C , cuando uno de ellos C hacia adelante en el sentido de la marcha, y el otro B hacia atrás, de manera que este último fué el punto situado hacia adelante en la estación anterior P . Con el fin de distinguir una de otra las observaciones que se hacen en cada estación, llamaré observación ó lectura *primera* la que se hace visando el punto que se deja atrás, tal como B desde P' , y observación ó lectura *segunda* la que produce la visual dirigida á C , que es el punto que se presenta hacia adelante. Como la diferencia de las lecturas que se obtienen en cada una de las estaciones, da el desnivel de los puntos observados, estableceremos, para determinarlo, la regla general de restar la lectura segunda de la primera, y si el resultado es negativo, manifestará que el punto situado hacia adelante está más bajo que el otro.

Si se quiere calcular el desnivel de los puntos extremos A y E de la línea, ó en general, el de los puntos separados por varias estaciones, se hará la suma algebraica de las diferencias de nivel parciales, y el resultado final será la cantidad que se busca. Designando por a, a', a'' , etc., las lecturas primeras, por b, b', b'' , etc., las segundas y por n, n', n'' , etc., los desniveles parciales, se tendrá:

B respecto de A	$n = a - b$
C respecto de B	$n' = a' - b'$
D respecto de C	$n'' = a'' - b''$
E respecto de D	$n''' = a''' - b'''$
etc.	etc.

y el desnivel total, será, pues:

$$N = (a + a' + a'' + a''' + \text{etc.}) - (b + b' + b'' + b''' + \text{etc.})$$

lo cual indica que para hallarlo se sumarán todas las lecturas primeras, de esta suma se restará la de todas las segundas, y el resultado suministrará la diferencia de nivel, positiva ó negativa, según que, de los dos puntos que se comparan, el último esté más elevado ó más bajo que el primero.

La regla puede también deducirse de la figura, puesto que se tiene:

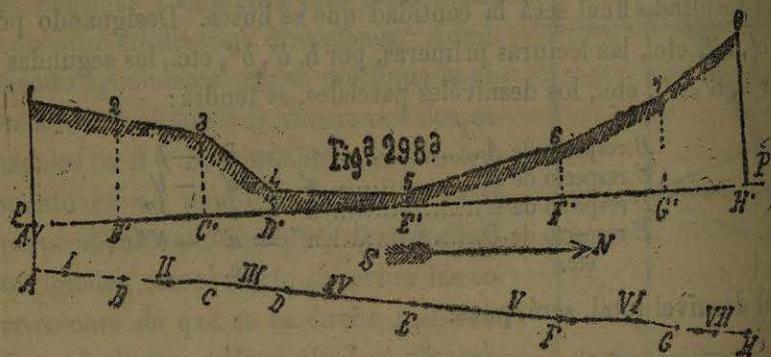
$$N = EF = Fp - pm + mq - qE$$

y como

$$Fp = a - b; \quad pm = b' - a'; \quad mq = a'' - b''; \quad \text{y} \quad qE = b''' - a''',$$

resultará el mismo valor de N por la sustitución.

252. El apunte que se va formando al ejecutar las operaciones debe contener las estaciones, los puntos que desde ellas se observan y las lecturas primera y segunda de la mira. Estos datos son los que bastan, según las reglas anteriores, para determinar las diferencias de alturas de cualesquiera puntos de una línea; pero como en muchos casos es útil, y en otros necesario, conocer las direcciones en que se ha ejecutado la nivelación, presentaremos como modelo el registro de una operación completa en que consten los elementos necesarios para trazar la proyección horizontal de la línea nivelada. El siguiente se refiere á la figura 198.



NIVELACIÓN DE.....

Estaciones.	Puntos observados.	MIRA.	Diferencias parciales.	RUMBOS.	Distancias.	NOTAS.
I.	1	0 ^m .161	- 2 ^m .884	169°30'	31 ^m .1	El punto (5) está en el arroyo.
	2	3 .045		354 30	41 .3	
II.	2	0 .366	- 3 .066	173 12	32 .0	
	3	3 .432		353 6	39 .5	
III.	3	0 .445	- 2 .211	172 36	26 .6	
	4	2 .656		350 30	26 .6	
IV.	4	1 .082	- 0 .768	171 18	47 .5	
	5	1 .850		353 42	64 .5	
V.	5	2 .680	+ 2 .564	172 00	83 .1	
	6	0 .116		353 18	32 .0	
VI.	6	3 .510	+ 3.232	175 30	59 .5	
	7	0 .278		345 12	24 .3	
VII.	7	3 .485	+ 3 .275	172 30	38 .6	
	8	0 .210		352 12	27 .7	

Esta nivelación, con otras varias, se hizo al través de un valle estrecho en que se iba á construir un dique que represase las aguas de un arroyo. Como el terreno era de mucha pendiente y los estadales sólo tenían 4^m de altura, me ví precisado á establecerlos á muy cortas distancias del instrumento, sin poder llenar en todos casos la prescripción de que el nivel quedase á igual distancia de los puntos observados desde cada estación, á causa de la frecuente interposición de arbustos que impedían la vista. Sin embargo, la pequeñez misma de las distancias evita la necesidad de tomar en cuenta los efectos del nivel aparente y de la refracción. Los rumbos se tomaron con una brújula que tenía el instrumento, y las distancias con el telescopio usado como estadia.

Para hallar, por ejemplo, la diferencia del nivel entre los puntos 1 y 5, tendríamos:

Lecturas primeras.	Lecturas segundas.		
0 ^m .161	3 ^m .045		
0 .366	3 .432		
0 .445	2 .656	Suma de las lecturas primeras =	2 ^m .054
1 .082	1 .850	„ „ „ segundas =	- 10 .983
<hr/>	<hr/>		<hr/>
0 ^m .054	10 ^m .983		$N = - 8m.929$

El mismo resultado se hallaría sumando las diferencias de nivel parciales, correspondientes á las cuatro primeras estaciones. Determinemos de esta manera la diferencia de altura de los puntos extremos 1 y 8:

$$\begin{array}{r}
 - 2^m.884 \\
 - 3 .066 \\
 - 2 .211 \\
 - 0 .768 \\
 + 2 .564 \\
 + 3 .232 \\
 + 3 .275 \\
 \hline
 N = + 0^m.142
 \end{array}$$

253. Todos los puntos que se observan desde la misma estación quedan evidentemente referidos al plano horizontal que señala el instrumento, ó por mejor decir, á la superficie de nivel tangente á ese plano; pero según vimos (número 226) pueden referirse á otra cualquiera cuya posición esté dada con respecto á la del instrumento; y esta propiedad de las superficies de nivel permite comparar las elevaciones relativas de todos los puntos, no sólo de una, sino de varias nivelaciones practicadas á diversas alturas. Por lo regular, la superficie general de comparación es la de las aguas del Océano en su altura media, y para referir á ella todos los puntos de una nivelación, es necesario conocer la elevación ó *altura sobre el nivel del mar*, de un punto por lo menos del terreno, ó la del plano del instrumento en alguna de las estaciones.

Sin embargo, en las operaciones que se ofrecen comunmente para la conducción de aguas, trazo de caminos, estudio de proyectos, etc.,

que demandan el conocimiento del *corte ó perfil* del terreno, no es indispensable hacer la referencia al nivel del mar, sino que es más cómodo para las construcciones adoptar una superficie de comparación que diste poco de los puntos observados. Se supone generalmente que esa superficie ó *plano general*, adoptando la expresión consagrada por el uso, pasa á una distancia cualquiera de uno de los *planos particulares* que señala el instrumento en cada estación; pero tal, sin embargo, que todos los puntos del terreno nivelado queden situados de un mismo lado, esto es, ya sea más altos ó más bajos que el plano general, con el fin de evitar que resulten con distintos signos sus distancias á éste, que se llaman también *acotaciones*. (1)

Supongamos que se haya asignado arbitrariamente la distancia $HN = D$, del plano general NN' al particular HH' de la estación P (fig. 197^a). Es claro que $D + a$ y $D + b$ serán las acotaciones de los puntos A y B con respecto á aquel plano. Para hallar las de los otros será preciso determinar las distancias del plano general á los particulares de las diversas estaciones; y como se asignó la cantidad D al primero, bastará encontrar la altura del segundo respecto de éste, la del tercero respecto del segundo, etc., y cada resultado se combinará con la distancia del plano anterior. Para calcular la altura del plano particular de una estación respecto del de la precedente, se resta de la lectura primera, hecha en la estación de que se trata, la segunda de la estación que antecede, y el resultado con su signo expresará dicha altura. Así, por ejemplo, el plano particular que señaló el nivel en P' tendrá la elevación $a' - b$ respecto de HH' ; el de P'' estará elevado respecto del de P' la cantidad $a'' - b'$ y así sucesivamente. Esta altura, restada con su signo de la distancia del plano general al particular de la estación anterior, dará también la distancia del general al plano particular de la estación de que se trata, al menos cuando el plano general se haya supuesto más alto que los

(1) La palabra *acotación* se usa en México, acaso con alguna impropiedad para designar la altura de un punto respecto del plano de comparación. También se le llama *altitud*, especialmente si la superficie de referencia es la del mar. No creo que haya necesidad de esta última, sin duda tomada del francés, teniendo en castellano la palabra *altura*.

particulares; porque en el caso contrario, será una suma y no una resta la que suministre las distancias. Así, llamando D' , D'' , D''' , etc., las distancias del plano general á los particulares de la segunda, tercera, cuarta, etc. estaciones, tendremos:

$$\begin{aligned} \text{Para la primera.....} & D \\ \text{Para la segunda.....} & D' = D \mp (a' - b) \\ \text{Para la tercera.....} & D'' = D' \mp (a'' - b') \\ \text{Para la cuarta.....} & D''' = D'' \mp (a''' - b'') \\ \text{etc.} & \text{etc.} \end{aligned}$$

Una vez obtenidas estas distancias, se hallan las acotaciones de los puntos observados desde cada estación, sumando con aquéllas ó restándoles, las indicaciones correspondientes de la mira, según que el plano general se haya hecho pasar más alto ó más bajo que los particulares.

Ninguna dificultad presentan todos esos cálculos; pero para evitar equivocaciones es conveniente hacerlos con cierto orden, formando, por ejemplo, una tabla como la siguiente, que se refiere á la nivelación representada en la figura 198^a, cuyos datos se repiten para que sirvan de ejercicio:

Estaciones.	Puntos observados.	LECTURAS.	Planos particulares.	Acotaciones.	NOTAS.
I.	1	0 ^m .161	10 ^m .000	9 ^m .839	El plano general pasa 10 ^m más abajo que el particular de la primera estación.
	2	3 .045			
II.	2	0 .366	7 .321	6 .955	
	3	3 .432			
III.	3	0 .445	4 .334	3 .889	
	4	2 .656			
IV.	4	1 .082	2 .760	1 .678	
	5	1 .850			
V.	5	2 .680	3 .590	0 .910	
	6	0 .116			
VI.	6	3 .510	6 .984	3 .474	
	7	0 .278			
VII.	7	3 .485	10 .191	6 .706	
	8	0 .210			9 .981

Como en este caso el plano de comparación se supuso 10^m más bajo que el de la primera estación, llenaremos de este modo la cuarta columna de la tabla:

$$\begin{aligned} \text{Distancia del segundo plano...} & 10^m.000 + (0^m.366 - 3^m.045) = 7^m.321 \\ \text{,, ,, tercer ,, ...} & 7.321 + (0.445 - 3.432) = 4.334 \\ \text{,, ,, cuarto ,, ...} & 4.334 + (1.082 - 2.656) = 2.760 \\ \text{,, ,, quinto ,, ...} & 2.760 + (2.680 - 1.850) = 3.590 \\ \text{,, ,, sexto ,, ...} & 3.590 + (3.510 - 0.116) = 6.984 \\ \text{,, ,, séptimo ,, ...} & 6.984 + (3.485 - 0.278) = 10.191 \end{aligned}$$

La formación de la quinta columna es más fácil todavía, pues se reduce á una simple substracción. Desde la estación IV, por ejemplo, se observaron los puntos 4 y 5, y en consecuencia sus acotaciones serán:

$$\begin{aligned} \text{La del punto 4} & 2^m.760 - 1^m.082 = 1^m.678 \\ \text{,, ,, 5} & 2.760 - 1.850 = 0.910 \end{aligned}$$

Se comprende la ventaja de tener toda la nivelación referida á un solo plano, por la facilidad con que se comparan las alturas de dos ó más puntos cualesquiera. Así, por ejemplo, el desnivel de los puntos 1 y 5 será:

$$\begin{aligned} \text{Acotación de 1.....} & 9^m.839 \\ \text{,, ,, 5.....} & 0.910 \\ \hline N & = 8^m.929 \end{aligned}$$

La posición del plano general hace que, en este caso, el punto de mayor acotación sea el más elevado; pero sucede lo contrario cuando se supone que el plano de comparación pasa arriba del terreno nivelado, puesto que entonces se cuentan las acotaciones hacia abajo.

254. El conocimiento de las alturas relativas de todos los puntos respecto de una sola superficie de comparación, facilita mucho la representación gráfica del *corte* ó *perfil* del terreno que se ha nivelado, quiere decir, de las intersecciones del terreno con los planos verticales que pasan por los puntos observados desde cada estación. Las líneas de intersección son, en efecto, las hipotenusas de triángulos

rectángulos cuyos catetos son la distancia horizontal de los puntos comparados de dos en dos, y la diferencia de sus alturas. A la verdad cuando el nivel no se ha situado en la línea que une los dos puntos observados desde cada estación, y sólo se han medido sus distancias al instrumento, así como el ángulo que éstos forman entre sí, no se obtendrán directamente las de un punto á otro; pero se calcularán fácilmente con esos datos, y por otra parte, nada impide la medida directa de esas distancias.

Sean ahora $A, B, C, \dots H$ (fig. 198^a) las proyecciones horizontales de los puntos observados. Sobre una línea horizontal indefinida PP' , que represente el plano general de comparación ó referencia, tómense las partes $A'B' = AB, B'C' = BC, C'D' = CD$, etc., y por los puntos A', B', C', D' , etc., elévense perpendiculares $A'1, B'2, C'3$, etc., iguales respectivamente á las acotaciones de los puntos 1, 2, 3, etc., del terreno. La serie de líneas trazadas por los extremos de las perpendiculares representará el perfil del terreno, referido á un solo plano vertical; pues aunque por lo general los diversos puntos observados se hallan en distintos planos, según lo manifiesta la proyección horizontal, la construcción anterior supone que todos ellos se hacen girar al derredor de sus intersecciones comunes hasta colocarse en uno solo.

Cuando, como en el caso que representa la figura, las diversas direcciones AB, BC, CD , etc., en que se ha ejecutado la nivelación, forman entre sí ángulos muy obtusos, no hay inconveniente en trazar el plano PP' paralelamente á la dirección general AH de la línea nivelada, y en proyectar los puntos A, B, C , etc., por medio de perpendiculares á PP' , obteniéndose de este modo A', B', C' , etc.; pero entonces es preciso que el perfil vaya acompañado de la proyección horizontal ó plano del terreno, á fin de tomar en éste las distancias horizontales y en aquél las verticales.

Las diferencias de alturas son por lo común mucho más pequeñas que las distancias horizontales, y por esto sucede frecuentemente que en un perfil construído con la misma escala que el plano, casi no se perciben los accidentes verticales del terreno. Para evitar este inconveniente se construye casi siempre el corte con una escala doble,

triple, cuádruple y hasta décuple; pues si bien es cierto que de esta manera quedan exageradas las diferencias de nivel y completamente deforme el perfil del terreno, se consigue en cambio una apreciación gráfica más exacta de sus accidentes, sin que por otra parte la deformación que presente el perfil á la vista, influya para nada en la apreciación numérica de las diferencias de nivel, con tal que estas se midan con la escala de la construcción vertical, mientras que las distancias horizontales se estiman con la escala de la proyección ó plano del terreno. En la figura 198^a se han construído las acotaciones con una escala diez veces mayor que la empleada en la construcción del plano $ABC \dots H$ de la nivelación.

Los cortes verticales son de inmensa utilidad para el estudio de ciertas obras cuyo establecimiento depende de la forma del terreno. Para el trazo y construcción de los caminos, por ejemplo, se hacen nivelaciones en la dirección de la vía proyectada, y también perpendicularmente á ella con el objeto de estudiar la configuración del suelo en uno y en otro sentido, y construir los perfiles longitudinales y transversales para venir en conocimiento de los volúmenes, tanto de las excavaciones como de los terraplenes, que haya necesidad de ejecutar para dar á la vía la forma y declive convenientes. En obras de esta naturaleza casi siempre tiene que sujetarse el ingeniero á cierto límite de pendiente establecido de antemano, y el objeto de su estudio consiste en hacer el proyecto de una construcción económica, sin que sus líneas excedan del *máximum* fijado para los declives. Esta última condición se llena fácilmente, pues se recordará que el declive de una línea depende de dos elementos, que son el desnivel de sus extremos y la distancia horizontal comprendida entre ellos. En consecuencia, si p' representa el límite superior de pendiente asignado á un camino, y se halla por la nivelación que es n el desnivel de sus extremos, cuya distancia horizontal es k , se deduce que el declive general de la línea sera $p = \frac{n}{k}$; pero si p' es menor que p , se cumplirá la condición establecida determinando el *desarrollo* k' de la vía por la ecuación $k' = \frac{n}{p'}$. Entonces el camino no podrá trazarse en línea recta, sino en *zig-zag* formado de alineamientos rectilíneos, enlazados entre sí por medio de curvas de radio considerable. La elec-

ción de estas líneas parciales es lo que sirve después de objeto al estudio del ingeniero; pero no entrando en el plan de este libro la exposición de todos los usos de la nivelación, el lector que desee conocerlos puede consultar las obras especiales de aplicación.

255. El método general de nivelación compuesta es susceptible de modificaciones, que tienden á facilitar el trabajo de campo, sin sacrificio de exactitud. Hay casos en que importa conocer las alturas relativas de un gran número de puntos, y aplicando el procedimiento general sería preciso hacer también un número considerable de estaciones. Sin embargo, si se eligen algunos puntos para practicar entre ellos la nivelación compuesta tal como se ha explicado, pueden medirse las diferencias de alturas de los intermedios observándolos desde las estaciones en que se establezca el instrumento.

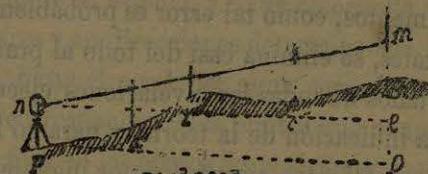
Fig. 199^a

Supongamos que P (fig. 199^a) sea una de esas estaciones, y A y B dos de los puntos escogidos para la nivelación compuesta: si en otros lugares intermedios a, b, c , etc., se coloca

sucesivamente el estadal, se observarán las alturas á que queda interceptado por el plano horizontal que describe el instrumento en P , de suerte que entre A y B se habrá ejecutado una nivelación simple. Como al proseguir la operación, el punto B debe enlazarse con el inmediato que se haya elegido para formar parte de la nivelación compuesta, resulta que si entre P y A ó entre P y B existe algún pequeño error, tal como el que proviene del nivel aparente y de la refracción, este error terminará entre A y B sin influir en los puntos subsecuentes; ó en otros términos, los puntos A, B , etc., de la nivelación compuesta pueden considerarse como de rectificación respecto de los puntos intermedios. Por otra parte, el error que se origina por la causa antes mencionada, apenas es de cosa de $0^m.01$ para una distancia de 400^m , de manera que si, por ejemplo, los puntos de rectificación se escogen de modo que sus distancias al instrumento no excedan de unos 500^m , lo cual aun es conveniente por otras consideraciones, podrá tenerse plena certidumbre de que, en las indicaciones

del estadal en los puntos intermedios, no deberá temerse error alguno de importancia práctica al prescindir de la corrección de nivel aparente y de refracción.

La aplicación de este método supone, sin embargo, que en toda la línea AB no haya desniveles muy fuertes, como se verifica generalmente en los terrenos propios para el trazo de caminos ó para la construcción de obras hidráulicas. De no ser así, es difícil que el plano horizontal del instrumento intercepte á una altura conveniente los estadales situados á lo largo de una línea de 400^m ó 500^m ; pero aunque no sea posible llegar á ese límite de distancia, siempre resultará gran economía de estaciones practicando la misma operación en espacios más cortos, según lo permitan las localidades. Si la dirección general del terreno, en vez de ser horizontal, presenta una inclinación poco variada, como lo indica la figura 200^a, se puede aplicar un método análogo al anterior practicando la operación con un clisímetro en lugar de hacerla con un nivel. Después de establecido el clisímetro en P , se visa el estadal del punto extremo B , á una altura Bm

Fig. 200^a

igual á la del centro Pn del instrumento. Es claro que la visual mn será paralela á la dirección general de la línea PB , y si se visan también los estadales de los puntos intermedios, sin variar la inclinación del telescopio, sus indicaciones miden las distancias de la visual á los puntos a, b, c , etc. La graduación que se lea en el clisímetro, corregida por el error inicial si lo hubiere, da á conocer el ángulo de altura $mn o$, ó la distancia zenital Znm , de la línea nm . Designando por z este último ángulo, por k la distancia horizontal del instrumento á cualquiera de los puntos observados, por h la altura del centro del clisímetro, y por m la indicación de la mira, la diferencia de nivel respecto de P , será: $n = k \cot. z + h - m$. Esta fórmula supone que la distancia k sea bastante pequeña para no tener que llevar en cuenta la convergencia de las verticales de la estación y del

punto observado, lo cual es sensiblemente exacto cuando k no excede de 500^m ó 600^m ; pero como á mayores distancias son inciertas las lecturas, inferimos que la fórmula precedente es aplicable á todos los casos en que puede hacerse uso de este método con buen éxito. Si z fuese mayor que 90° , lo que equivale á suponer que se ha colocado el clisímetro en la parte más elevada de la línea, el desnivel tendrá por expresión $n = m - (k \cot. z + h)$, teniendo cuidado de dar á $\cot. z$ el signo que le corresponde.

Todo lo que precede manifiesta la extremada sencillez de las operaciones de la nivelación topográfica, y sólo me resta dar una idea del grado de exactitud que por su medio se puede alcanzar. El simple hecho de que las diferencias de nivel se obtienen por las diferencias de indicaciones de los estadales, basta para comprender que aunque á éstas se les suponga algún pequeño error originado por la aproximación de las lecturas, ó por ligeras incorrecciones de los instrumentos, como tal error es probablemente el mismo para distancias iguales, se elimina casi del todo al practicar la substracción. Los resultados de todas las nivelaciones ejecutadas con esmero corroboran esta indicación de la teoría, y para no hacer mención más que de trabajos recientes ejecutados por ingenieros mexicanos, puede citarse como prueba la comparación de algunas nivelaciones hechas en el Valle de México. Entre otras, figura la que se practicó entre las ciudades de México y Texcoco por los ingenieros D. Miguel Iglesias y D. J. Antonio Peña. Estos topógrafos, hábiles en igual grado, de acuerdo con las instrucciones que tenían recibidas del director de las operaciones, partieron del mismo punto de la ciudad de México y se dirigieron á la de Texcoco rodeando el lago del mismo nombre, el primero por el lado del Sur y el segundo por el Norte. La distancia que cada uno recorrió en su nivelación puede estimarse en poco más de nueve leguas, ó sea en cerca de 40 kilómetros, y al reunirse en Texcoco hallaron una diferencia de sólo $0^m.05$ en la altura de esa ciudad deducida de sus respectivas operaciones. Hicieron también otra nivelación en una distancia un poco mayor que 5 kilómetros, y sus resultados quedaron acordes con la diferencia de $0^m.01$. En estas operaciones se establecían los estadales desde 80^m hasta 150^m del nivel,

haciendo muchas veces la cuádruple observación que se ha explicado en el número 236 á fin de eliminar los pequeños errores del instrumento.

256. A las operaciones de la nivelación deben referirse los sondeos que se practican en los mares, lagos, ríos, etc., con el fin de averiguar su profundidad ó de conocer la forma de su fondo. Los instrumentos de que se hace uso son estadales divididos si la profundidad no excede de 3^m ó 4^m , ó *sondas* en el caso contrario. Una sonda consiste en una cuerda dividida, en uno de cuyos extremos se ata un cuerpo pesado, que generalmente es un trozo de pirámide de plomo ó de cualquier otro metal. En la base inferior del trozo hay un espacio hueco que se llena de sebo, con el objeto de formarse idea de la naturaleza del fondo por la impresión que dejan las rocas en aquella substancia, ó por los fragmentos que se le adhieren.

Cuando es vadeable el receptáculo de agua que se trata de sondear, entra en él un hombre provisto de su estadal, y lo va colocando verticalmente á distancias regulares y en direcciones determinadas. Las indicaciones que se obtienen hasta el nivel del agua son evidentemente las profundidades que corresponden á los puntos que ocupa el estadal. Como es importante fijar en los planos las posiciones de esos lugares, se determinan desde dos ó más puntos de la orilla dirigiendo otras tantas visuales al estadal.

Si el receptáculo no es vadeable, se practica la operación de una manera semejante sirviéndose de una embarcación, y empleando el estadal ó la sonda, según sea la profundidad del agua. Los lugares que va ocupando el bote se fijan desde la orilla como se dijo antes, ó desde la embarcación misma por medio de visuales dirigidas á puntos conocidos de la playa con una brújula de reflexión ó con cualquier otro instrumento portátil y de pronto manejo. Otras veces se guía el bote por medio de alineamientos, siguiendo las direcciones que indican algunos objetos fijos, ya sea del mar ó de la playa, como rocas, buques anclados, fortalezas, etc. En tales casos, para hacer el sondeo á distancias regulares en la línea que se sigue, se hace uso de la *corredera*, que es un instrumento que emplean los marinos para medir el movimiento ó velocidad de los navíos.

Los ríos se sondan habitualmente á lo largo de una línea equidistante de ambas orillas, que se llama *eje*, y también en una dirección transversal con el fin de conocer la sección del cauce. En los ríos de poca anchura se tiende un cordel de una á otra ribera, el cual estando dividido en metros ó en cualquiera otra unidad, y con la tensión necesaria para que quede sensiblemente recto, sirve para indicar los puntos equidistantes en que debe echarse la sonda. Cuando las corrientes son rápidas, influyen en la dirección de la sonda, desviándola bastante de la línea vertical; y como en tal caso daría indicaciones demasiado fuertes, debe hacerse una corrección para obtener la verdadera profundidad. Con este fin se observa la dirección de la cuerda en la parte que queda fuera del agua, comparándola con la de una plomada que se suspende á su lado; pero de modo que el peso que la termina no entre en el líquido. Sea c la longitud de la cuerda fuera del agua, v la de la plomada contada desde la misma altura que c , y s la indicación que da la sonda: la profundidad correcta es: $n = \frac{v}{c} s$.

Los resultados de un sondeo se inscriben en los planos hidrográficos por medio de cifras que indican las profundidades expresadas en metros, brazas, etc., puestas precisamente en los puntos á que corresponden. Cuando es variable el nivel de las aguas como sucede en el mar á consecuencia del flujo y reflujo, es preciso referir el sondeo á un nivel determinado, y este es generalmente el de las bajas mareas equinocciales. Esta precaución es tanto más esencial, cuanto que en algunos puertos ú otros lugares que, por ser peligrosos, demandan el conocimiento del sondeo, sufre la marea variaciones muy considerables que deben tenerse en cuenta para evitar el riesgo de un naufragio.

CAPITULO V.

NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA.

257. El método de medir las diferencias de nivel por medio de observaciones angulares, no da en general resultados tan exactos como los que proporciona una nivelación topográfica; pero presenta en cambio la ventaja de permitir mayor rapidez en las operaciones; y como en muchísimos casos no es indispensable una extremada precisión, resulta que las nivelaciones trigonométricas adquieren grande importancia en la mayor parte de las aplicaciones usuales.

En el número 52 se explicó el modo de medir las distancias zenitales con los instrumentos repetidores, y en el Capítulo III de la Nivelación se ha expuesto también ampliamente la manera de hacerlo con toda clase de clisímetros de nivel fijo; por consiguiente pasaremos á desarrollar las fórmulas que se aplican en este género de operaciones, haciendo uso de la distancia zenital observada, que designaré por z , suponiéndola siempre conocida, pues se dijo en otra ocasión que aunque el clisímetro dé directamente los ángulos verticales respecto del horizonte, se deduce fácilmente aquella cantidad por ser complementaria de éstos.

Para tratar el problema con toda generalidad admitamos que la distancia de los puntos A y B (fig. 201^a), cuyo desnivel se trata de determinar, sea bastante grande para que no puedan suponerse paralelas sus verticales AZ y BZ' , las cuales convergen hacia el centro de la tierra formando el ángulo C . Establecido esto, represen-