dose de estadales de esta clase, no es posible operar con tanta violencia como con los parlantes, en los cuales no hay necesidad más que de leer, desde el telescopio, la indicación del punto en que son cortados por el hilo horizontal; indicación que se obtiene con la aproximación de un milímetro, porque generalmente son poderosos los anteojos de los niveles y pequeñas las distancias de la mira. En los otros, por el contrario, el mismo grado de precisión casi siempre es ilusorio, por ser muy difícil que las líneas divisorias de los colores, al menos la horizontal, quede exactamente cubierta por el hilo de la retícula, en atención á que la persona que tiene la mira, no pudiendo formarse idea de la cantidad de movimiento que debe darle, la sube ó la baja acaso más de lo que se necesita, y sólo por una pura casualidad la fija en el punto conveniente, á menos de emplear mucho tiempo en estarle comunicando pequeños movimientos hasta que el observador quede satisfecho. Además de esto, tiene necesidad el ingeniero de leer la indicación del vernier, si la persona que le ayuda carece de los conocimientos indispensables para hacerlo.

CAPITULO III.

DE LOS CLISÍMETROS.

242. Estos instrumentos, llamados también *clitómetros* ó *clinómetros*, sirven para medir los ángulos en un plano vertical, ya sea tomando por punto de partida la dirección del zenit ó la del horizonte. En el primer caso, el ángulo que se obtiene es la distancia zenital del objeto observado, y en el segundo, es su altura ó su depresión angular respecto del horizonte, según que el objeto se halle situado en la parte superior ó en la inferior relativamente al plano horizontal que pasa por el punto desde el cual se hace la observación. Cuando se miden ángulos de altura y de depresión, se da á los primeros el signo positivo y á los segundos el negativo, con el fin de distinguirlos en el cálculo; pero si se miden distancias zenitales, no hay necesidad de atender á signos diferentes, puesto que el valor de esa cantidad angular da á conocer inmediatamente si el punto á que se refiere está arriba ó abajo del horizonte aparente, según que sea menor ó mayor que 90°. De esto resulta que, en las aplicaciones, es más sencillo hacer uso de distancias zenitales que de ángulos de altura y de depresión; y como éstos son en todos casos complementarios de aquéllas, siempre es posible referirlos al zenit, aun cuando el instrumento de que se haga uso tenga su graduación numerada de tal modo que dé directamente los ángulos referidos al horizonte.

El más sencillo de todos los clisímetros es el de perpendículo (figura 191ª) que sólo difiere del nivel del mismo nombre en que la regla transversal de éste está sustituída por un arco graduado cuyo *cero* se halla en la parte central m, y cuya numeración se dirige hacia uno y otro extremo. Para medir con este instrumento el ángulo de inclinación $i = NMH$ de una línea MN, se coloca su plano ABC en el vertical que pasa por la línea, y se visa por A y B en la dirección de ésta. La graduación que indique el hilo de la plomada P será el ángulo que se busca, puesto que se tiene: $NMH = i = m\,CP$.

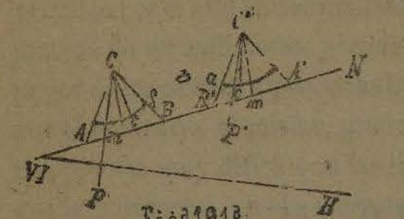

Fig.ª 191ª

Si el cero de la graduación no se halla precisamente en m, sobre la perpendicular á AB, la inclinación que se obtenga resultará con todo el error de aquel punto de la escala; y para lograr su eliminación, ó para determinar su valor, se recurre al método de la inversión, fundándose en que el origen de la numeración ocupará una posición opuesta y simétrica respecto de m. Supongamos, por ejemplo, que el cero esté en o debiendo estar en m, y que, por lo mismo, tiene el error $g = o\,Cm$. Si designamos por G la graduación $o\,CP$ que señala la plomada en la primera posición del instrumento, se tiene según indica la figura: $i = G - g$.

En la segunda posición $A'\,B'\,C'$ del instrumento, el punto o quedará del otro lado respecto de m, y siendo $G' = o\,C'\,P'$ la nueva indicación de la plomada, resulta: $i = G' + g$.

Los dos valores producen por adición y substracción:

$$i = \tfrac{1}{2}(G + G') \qquad g = \tfrac{1}{2}(G - G')$$

Estos resultados manifiestan que el promedio de la doble lectura suministra el ángulo de inclinación con independencia del error del índice, y que este último es igual á la semidiferencia de las mismas lecturas. Una vez hallado el valor de g, puede aplicarse como corrección á las medidas angulares que se hagan en una sola posición del instrumento, aunque siempre es mejor hacer la doble observación

con el fin de comprobar los resultados, pues al paso que la semisuma de las lecturas produce el ángulo exacto, su semidiferencia debe siempre dar el valor constante de g.

Se ha supuesto hasta ahora que el cero ú origen de la graduación está hacia el medio del arco, de modo que se puedan hacer las lecturas hacia uno y otro lado respecto de ese punto; pero cuando no es así, se leen las indicaciones en una sola dirección, lo cual hace variar el signo de G'. Admitamos, por ejemplo, que el cero se halle en a: entonces en las dos posiciones se obtiene respectivamente: $i = G - g$, é $i = g - G'$, y de aquí resulta: $i = \tfrac{1}{2}(G - G')$ y $g = \tfrac{1}{2}(G + G')$. Esto es lo que se verifica en la mayor parte de los clisímetros que tienen círculo entero, porque sus graduaciones están numeradas en una sola dirección.

243. Entre otros defectos, el uso de la plomada tiene el de no indicar los ángulos con toda la precisión que se necesita en muchos casos, y por eso se ha reemplazado con una alidada provista de su vernier á la cual va unido un nivel de aire. Cuando este indica la horizontalidad, si la alidada es perpendicular á su dirección, quedará situada verticalmente, y si le es paralela quedará horizontal, suministrando en ambos casos las indicaciones G y G' con bastante precisión. Anemás de esta reforma, se ha perfeccionado la dirección de las visuales con la adición de un telescopio que se mueve con la alidada, descansando todo el sistema en una columna que se pone vertical por medio del nivel. Para exponer con toda generalidad la teoría de los clisímetros de esta construcción, supondré como antes un error inicial g en la graduación, admitiendo, además, que la línea de colimación del telescopio forma un ángulo c con la dirección de los ceros de la alidada, en lugar de serle paralela. Sea PZ (fig. 192ª-

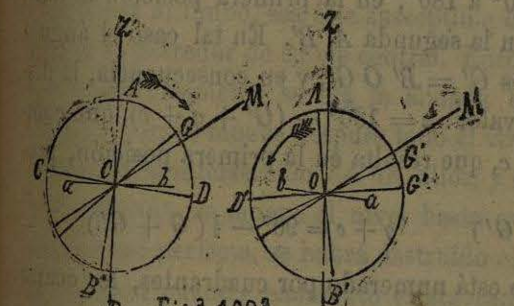

Fig.ª 192ª

la vertical del punto de observación, desde el cual se trata de medir la distancia zenital $z = Z\,O\,M$ de la señal M. Dirigido el telescopio á M, su línea de colimación será $O\,M$, y estando en G el cero de la alidada, el error de colimación es: $c = G\,O\,M$. Sea también A el cero de la graduación, formando con la verdadera vertical el ángulo $g = A\,O\,Z$. Suponiendo numeradas las divisiones desde 0° hasta 360° y de A hacia G como lo indica la flecha, la lectura angular será: $A\,G = G$, y la expresión de la distancia zenital es:

$$z = G + g + c$$

Si se invierte en seguida el instrumento haciéndolo girar al derredor de su columna vertical $P\,Z$, y se vuelve á dirigir el telescopio á la señal, después de hacer que el nivel $a\,b$ indique la horizontalidad, el punto G se colocará en G'; el cero de la graduación quedará en A'; y el ángulo que señalará la alidada es: $G' = A'\,D'\,B'\,G'$. La distancia zenital de M tendrá, pues, por expresión:

$$z = 360° - (G' + g + c)$$

Este valor combinado con el precedente, da:

$$z = 180° + \tfrac{1}{2}(G - G') \qquad g + c = 180° - \tfrac{1}{2}(G + G')$$

Cuando el limbo del instrumento está graduado por semicírculos y numerado cada uno de 0° á 180°, en la primera posición la línea de los ceros será $A\,B$, y en la segunda $A'\,B'$. En tal caso el ángulo obtenido en esta última, es $G' = B'\,O\,G'$, y en consecuencia, la distancia zenital tiene por valor: $z = 180° - (G' + g + c)$, que combinado con $z = G + g + c$, que resulta en la primera posición, produce:

$$z = 90° + \tfrac{1}{2}(G - G') \qquad g + c = 90° - \tfrac{1}{2}(G + G')$$

Finalmente, si el limbo está numerado por cuadrantes, los cuatro ceros estarán en A, B, C y D, y después de invertido el instrumento, en $A'\,B'\,C'$ y D'. Entonces la lectura de la segunda posición es $G' = C'\,O\,G'$, por lo que la expresión de z es: $z = 90° - (G' + g + c)$. Como la primera lectura es siempre $z = G + g + c$, resulta:

$$z = 45° + \tfrac{1}{2}(G + G') \qquad g + c = 45° - \tfrac{1}{2}(G + G')$$

Esta última disposición de los ceros es la más frecuente en los teodolitos astronómicos llamados *altazimutes*, y se ve que equivale á indicar distancias zenitales en una posición y alturas en la otra, pues si g y c fueran nulos, la segunda lectura daría $z = 90° - G'$. La misma disposición presentan los círculos verticales de los teodolitos americanos.

Todo lo que precede demuestra que, sea cual fuere el orden en que estén numerados los clisímetros, la doble observación elimina completamente los errores g y c, al mismo tiempo que suministra el valor de su suma, la cual una vez conocida, puede servir de corrección á todas las observaciones que se hagan en una sola posición del círculo. A la verdad, de esta manera no se obtiene individualmente el valor de g y el de c; pero tampoco hay interés en obtenerlos así, puesto que ambos obran del mismo modo en cada observación, y por tanto deben considerarse como un solo error. Si los he considerado separadamente es para hacer notar que g depende de la posición del nivel respecto del círculo, y c de la que tenga la retícula respecto de la alidada, quiere decir, que si se mueven los tornillos propios del nivel, variará el primer error, así como se alterará el valor de c si se cambia de lugar la intersección de los hilos. De aquí se infiere que es posible destruir el error, al menos cuando es pequeño. Supongamos, en efecto, que la retícula se haya centrado de antemano, y que, fija la alidada al limbo, sea éste susceptible de movimiento en su mismo plano al derredor de su eje central. Entonces, si en la primera posición del clisímetro se fija la alidada en la graduación conocida $G + g + c$; se mueve después todo el círculo hasta que el objeto M quede en la intersección de los hilos; y si fijado el instrumento en esta posición, se mueve el nivel hasta que vuelva á indicar la horizontalidad perfecta, se habrá destruído el efecto del error compuesto $g + c$, aun cuando realmente exista cada uno de los componentes, consiguiéndose así que, al hacer coincidir los ceros del limbo con los de la alidada, quedará vertical ú horizontal, según el caso, la línea de colimación del telescopio, siempre que el nivel indique la horizontalidad.

Los instrumentos repetidores, y muchos de los clisímetros que se usan en las operaciones topográficas, están dotados del movimiento necesario para destruir el error conforme se ha explicado; pero como es difícil destruirlo completamente, y aunque por lo pronto se logre hacerlo, no subsiste por mucho tiempo sin alterarse esa corrección, me parece que es mejor determinarlo con frecuencia para llevarlo en cuenta, ó eliminarlo, que es lo más seguro, por medio de la doble observación. Esta es al menos la práctica que se sigue al operar con los instrumentos de precisión que se usan en las observaciones delicadas de la Geodesia y de la Astronomía.

244. En todo el razonamiento anterior se ha supuesto que al hacer las observaciones, permanece fijo el limbo, y la alidada es la que se mueve con el telescopio; pero el mismo se haría evidentemente suponiendo fija la alidada y móvil el círculo con el anteojo, que es la disposición que por lo regular ofrecen los clisímetros de los teodolitos ingleses, americanos y alemanes. En los instrumentos franceses se ve á menudo la disposición contraria, como sucede en el *eclímetro* (fig. 193), que es un doble sector de círculo, y á veces un círculo entero, unido lateralmente á la caja de las brújulas francesas, ó colocado en el centro de las inglesas.

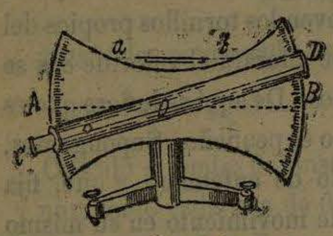

Fig.ª 193ª

En el eclímetro el anteojo CD está invariablemente unido á la alidada, y es susceptible de girar al derredor del centro O del arco graduado. La alidada lleva vernieres en sus extremos, que comunmente aproximan á $1'$ las lecturas angulares. Estos vernieres son dobles á fin de que puedan servir para eliminar algún error de excentricidad que hubiere, leyéndose ambos al efecto, ya sea que el objeto observado quede arriba ó abajo de la línea horizontal AB, en la cual están los ceros del limbo si el instrumento da alturas, ó la cifra 90° si da distancias zenitales.

Perfectamente rectificado el eclímetro, debe tener las condiciones siguientes: 1ª El nivel ab ha de ser perpendicular á la columna vertical del instrumento. 2ª La línea de colimación debe coincidir con el eje de figura del anteojo. 3ª La misma línea debe ser paralela al nivel cuando coincidan los ceros de la alidada con los del limbo.

Las dos primeras condiciones se comprueban como se ha dicho al exponer las rectificaciones de los niveles (número 236), haciéndose las correcciones de un modo idéntico; y la tercera aplicando el método de la doble observación angular para determinar el error $g + c$, con el fin de llevarlo en cuenta, ó de nulificarlo moviendo el limbo con los tornillos de que está provisto con ese objeto, y en seguida el nivel con los de su armadura. Debe notarse, sin embargo, que como la graduación del eclímetro está generalmente numerada hacia uno y otro lado de la línea AB, y en direcciones opuestas, es preciso aplicar las fórmulas que se expusieron en el número 242. Designando, pues, por a el ángulo de altura que se busca, y por e el error $g + c$, se tendrá:

$$a = \tfrac{1}{2}(G + G') \qquad e = \tfrac{1}{2}(G - G')$$

Ejemplo.—Supongamos que, teniendo el limbo del eclímetro á la derecha, y cuando el nivel señala la horizontalidad, se haya dirigido una visual á un objeto distante, dando el promedio de los dos vernieres $G = 5° 19' 00''$; que en seguida se haya llevado el eclímetro á la izquierda y se haya hecho girar el anteojo al derredor del centro del limbo para volverlo á dirigir á la señal, después de restablecer la burbuja en el centro del tubo por medio de los tornillos del tripié. Admitiendo que en esta segunda posición hubieran dado los vernieres $G' = 4° 53' 30''$, tendríamos:

$$a = \frac{10° 12' 30''}{2} = 5° 6' 15'' \qquad e = \frac{0° 25' 30''}{2} = 0° 12' 45''$$

La cantidad e, que indica el punto de la graduación en que debía estar el cero, será la corrección que tendrán que sufrir las observaciones hechas en una sola posición del eclímetro, substractiva en este caso á las lecturas de la primera, y aditivas á las de la segunda, puesto que $G - e = G' + e$.

Los eclímetros de los teodolitos ingleses también tienen por lo regular numerada su graduación hacia uno y otro lado del centro, de manera que se sigue el mismo método para determinar el valor de e, que es la indicación del limbo cuando es horizontal la línea de colimación del telescopio, suponiendo vertical la columna.

245. En el cálculo de las verdaderas alturas ó distancias zenitales se ha admitido que, en las dos posiciones inversas del instrumento, indica la burbuja del nivel una perfecta horizontalidad; y aunque en la práctica casi nunca se verifica así con todo rigor, siempre será un hecho que tal hipótesis es cierta en las operaciones topográficas, atendiendo al grado de precisión que demandan, cuando se haya tenido cuidado de rectificar el instrumento, corregir sus niveles y establecer verticalmente la columna. En las observaciones que requieren mayor exactitud, como son las geodésicas y las astronómicas, es preciso tomar en cuenta los pequeños errores que pueden quedar después de la rectificación de los instrumentos, pues hemos dicho que es casi imposible destruirlos del todo; y con el fin de completar la teoría de los clisímetros, indicaré la manera de llevar en cuenta las pequeñas variaciones de la burbuja en la medida de los ángulos verticales.

En el Capítulo anterior se ha visto que, siendo x el ángulo que forma la columna del instrumento con la verdadera línea vertical, se tiene:

$$x = \frac{(o + o') - (e + e')}{4} v$$

siendo o y o' las indicaciones de la burbuja hacia un lado y e y e' hacia el otro. Dijimos también que cuando x resulta positivo, la columna se inclina hacia la parte en que las lecturas fueron e y e'. Considerando ahora á x como la corrección necesaria para reducir al verdadero zenit las distancias angulares que suministra el instrumento referidas á la dirección de su columna, convendremos en designar por o y o' las indicaciones del extremo de la burbuja que queda del lado del observador, ó lo que es lo mismo, del lado del ocular del telescopio, y por e y e' las del extremo que queda hacia el objeto observado, ó sea hacia el objetivo del telescopio. Entonces siendo x positivo, la prolongación de la columna del instrumento irá á encontrar la esfera celeste entre el zenit verdadero y el punto que se observa, de suerte que la

adición de esa cantidad, con su signo, á la distancia zenital que dé el instrumento, suministrará ese ángulo referido al zenit real.

Por ejercicio calculemos las observaciones siguientes, ejecutadas con un altazimut. Con el limbo á la derecha daba este instrumento distancias zenitales, y alturas con el limbo á la izquierda. Designando las primeras por b, las segundas por a, y atendiendo á las fórmulas del número 243, la verdadera distancia zenital, será:

$$z = 45° + \tfrac{1}{2}(b - a) + \tfrac{1}{4}[(o + o') - (e + e')]v$$

Las observaciones dieron:

		NIVEL. Ocular.	NIVEL. Objetivo.
A la derecha......	$b = 71° 59' 29''$................	68	62
A la izquierda....	$a = 18 \quad 4 \quad 10$	66	63
		$o + o' = 134$	$e + e' = 125$

Como cada división del nivel valía $1''$, tendremos:

$$\tfrac{1}{2}(b - a) = + 26° 57' 39''.5$$
$$45$$
$$71° 57' 39''.5$$
$$\text{Nivel.....} \quad \frac{134 - 125}{4} = \quad + 2''.2$$
$$z = 71° 57' 41''.7$$

El altazimut con que practiqué las observaciones anteriores permitía hacer las lecturas angulares con aproximación de $1''$, y por eso no debe despreciarse la corrección originada por el estado del nivel, aunque es bastante pequeña; pero este ejemplo manifiesta la inutilidad de hacer correcciones de esa clase cuando la aproximación angular de los instrumentos no guarda comparación con ellas. Es cierto que los niveles que se usan en los instrumentos topográficos no son generalmente muy sensibles, pues suponiendo de $0^m.001$ la extensión de sus divisiones, casi nunca es inferior su valor angular á $6''$ ú $8''$; pero aun admitiendo que valieran $15''$, se ve que la desviación de una ó dos divisiones nada significaría respecto de la aproximación con que dan los ángulos, la cual es pocas veces inferior á 30''.

246. Para apreciar la sensibilidad de los niveles de aire, y sobre todo para medir con ellos la pequeña inclinación de las columnas de los instrumentos, hemos visto que es necesario conocer el valor angular de las divisiones de su escala; y habiendo ya expuesto la parte más esencial de la teoría de los clisímetros, indiquemos el modo de aplicarlos á la determinación de ese valor.

Desde luego conviene advertir que para hacerlo con buen éxito es preciso servirse de un clisímetro cuya graduación permita leer con mucha aproximación los ángulos, en atención á que las escalas de los niveles son poco extensas y es siempre pequeño su valor angular. Una aproximación de 20'', por lo menos, es indispensable en el clisímetro para medir la sensibilidad de un nivel de 20^{m} á 30^{m} de radio; y á medida que este aumenta, se requiere mayor aproximación en la lectura de los ángulos.

Asentado esto, supongamos que se trate de hallar el valor angular v del nivel mismo de un clisímetro. Se comenzará por visar con el telescopio un objeto distante y bien definido, y luego que se tiene exactamente en la intersección de los hilos, se leen las indicaciones o y e de los extremos *ocular* y *objetivo* de la burbuja, y en seguida el ángulo que señalan los vernieres, adoptando su promedio en caso de alguna pequeña diferencia. Sin tocar para nada la parte superior del instrumento, se comunica después á la columna una ligera inclinación, sirviéndose al efecto de alguno de los tornillos del pie, de manera que la burbuja del nivel se detenga en otras divisiones de la escala. En virtud de este movimiento, el objeto visado al principio ya no se encontrará en la intersección de los hilos de la retícula; luego si con el tornillo de aproximación de la alidada, se restablece la coincidencia del objeto con la línea de colimación, y se leen inmediatamente las nuevas indicaciones de la burbuja y el ángulo que señalan los vernieres, la diferencia de estas lecturas con las primeras, medirá la inclinación que se dió á la columna. Una de esas medidas está expresada en partes ó divisiones del nivel, y la otra en segundos, por lo cual su comparación suministra desde luego el valor angular de la

primera, y en consecuencia el de v. Sean, en efecto, G y G' las dos lecturas del círculo, o' y e' las nuevas indicaciones de la burbuja, y se tendrá que la extremidad que está hacia el ocular ha recorrido $o - o'$ divisiones, y $e' - e$ la del lado del objetivo, diferencias que deben resultar iguales si el tubo del nivel está bien calibrado y tiene una curvatura uniforme. En el caso de no verificarse exactamente así, se tomará el término medio $n = \frac{1}{2}[(o - o') + (e' - e)]$, por movimiento de la burbuja, correspondiente á $G - G'$ segundos del círculo, y estableceremos la ecuación: $n v = G - G'$, de la que se obtiene:

$$v = \frac{G - G'}{n}$$

Ejemplo.—Con un círculo vertical provisto de dos vernieres, cada uno de los cuales daba 10'' de aproximación, hice las siguientes observaciones:

CLISÍMETRO.	$G - G'$	NIVEL. Oc.	Ob.
98° 17' 20''		7	21
" 18 5	45''	15	13
" 18 35	30''	20	8

Combinando la primera con la segunda y después ésta con la tercera, se obtiene:

$$8\,v = 45'' \qquad v = 5''.6 \qquad 5\,v = 30'' \qquad v = 6''.0$$

Puede adoptarse el resultado medio $v = 5''.8$, y teniendo $0^{m}.001$ cada división de la escala, el nivel tendrá $35^{m}.6$ de radio.

Si se quiere medir el valor de v de otro nivel que no sea el del clisímetro, se aplica el mismo procedimiento atándolo en la armadura de éste ó en cualquiera otra parte del círculo, de tal modo, que no pueda tener movimientos independientes, y que sólo varíen sus indicaciones con la inclinación de la columna. En otro lugar dijimos que también puede hacerse uso de un estadal colocado á una distancia conocida k, observando el efecto d del desnivel dado á la columna, y que siendo n el movimiento de la burbuja en partes de la escala, se tiene: $v = \frac{d}{n\,k \operatorname{sen.} 1''}$.

247. En todo lo relativo á las rectificaciones de los instrumentos, se habrá notado que es muy frecuente servirse de señales distantes que ofrezcan un punto de mira perfectamente determinado; pero también se sigue un método, que además de ser muy exacto, tiene la ventaja de ser aplicable en circunstancias en que no pueda hacerse uso de un objeto distante. Consiste en servirse de otro anteojo como *colimador*. Para que se comprenda bien el fundamento de este método, recordemos que la longitud focal de un telescopio varía con las distancias del objeto que se observa; pero que para cada lente hay cierto punto llamado *foco principal* ó *foco estelario*, en que van á concurrir los rayos luminosos que emite un objeto situado á una gran distancia, ó como se dice comunmente, á una *distancia infinita*, respecto del radio del lente, y que por esta razón se llama también foco de los rayos paralelos. Recíprocamente, si se supone que en ese punto se coloca un cuerpo luminoso, los rayos de luz que caen sobre el lente saldrán de él en haces paralelos, de suerte que si en su dirección se interpone otro lente, al atravesarlo volverán á hacerse convergentes para reunirse con el foco estelario de este último, formando en él la imagen del punto luminoso que he supuesto en el foco principal del primero. Se ve, pues, que esto da el mismo resultado que si la imagen así formada fuese la de un objeto situado á una distancia infinita, ó en otros términos, que el foco de cada uno de los lentes puede considerarse como un punto infinitamente distante respecto del otro, aun cuando entre ambos sólo medien algunos centímetros.

Según esto, si las retículas de dos telescopios se han colocado en sus focos estelarios, y dirigidos sus objetivos uno hacia el otro estando los tubos próximamente en la misma línea, se aplica la vista en el ocular del primero, á la vez que se vea directamente la retícula de éste, se distinguirá también la imagen de la retícula del segundo, la cual suministrará un punto de mira perfectamente determinado y aplicable á todos los usos en que es preciso servirse de una señal muy distante.

En cualquier telescopio se marca sobre el tubo, por medio de una línea, el lugar hasta donde se necesita prolongarlo para distinguir con claridad la imagen de un objeto muy lejano, y entonces la distancia del objetivo á la retícula es la longitud focal estelaria. Por consiguiente, basta sacar hasta esa línea ó marca la parte del tubo que se prolonga, y se tendrá arreglado el anteojo para la visión distinta de objetos lejanos, ó según las anteriores explicaciones, para que los rayos que parten de la retícula salgan paralelos del objetivo. En este estado podrá servir el telescopio como colimador, con tal que su retícula reciba suficiente luz para que se vea claramente al través del anteojo que se trata de rectificar, el cual debe también arreglarse para la visión de objetos lejanos, á fin de que se forme en su foco principal, que será el lugar que ocupe su retícula, la imagen de la del colimador.

De este modo, para centrar la línea de colimación del telescopio de un teodolito ó de un nivel, para determinar el error inicial $g + c$ de un clisímetro, para medir el valor angular de las divisiones de un nivel, etc., puede hacerse uso del anteojo de cualquier otro instrumento dirigido hacia el que se va á rectificar, procediendo absolutamente lo mismo que se ha explicado en varias partes de este libro al exponer el modo de hacer las rectificaciones valiéndose de un punto distante.

248. Para terminar lo relativo á la teoría de los clisímetros, investiguemos qué influencia tiene en la medida de las distancias zenitales una pequeña desviación que pueda haber en el limbo respecto del plano vertical que pasa por el punto de observación y por el objeto observado. Hasta ahora, en efecto, se ha supuesto perfectamente vertical el plano del instrumento, pues la corrección originada por las lecturas del nivel, se refiere á la inclinación que pueda tener la columna *en el plano vertical* que pasa por la señal observada; inclinación que no debe confundirse con la del limbo del instrumento hacia uno ú otro lado de aquel plano. Sea S (fig. 194ª) la señal que se observa, $Z\,S\,C$ el plano vertical que pasa

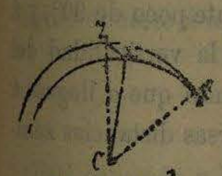

Fig.ª 194.ª

por S y por el punto de estación C, $Z'SC$ el plano del clisímetro, y ZZ' el arco trazado desde el verdadero zenit Z al zenit Z' del instrumento, perpendicularmente al plano de éste. Designando por z' la distancia zenital $Z'S$ que da el clisímetro, por d la desviación ZZ' y por z la distancia zenital ZS que se busca, tendremos:

$$\cos. z = \cos. z' \cos. d$$

La forma de esta ecuación indica desde luego que para cualquier valor determinado de d, la diferencia $z - z'$ crece al paso que disminuya la distancia zenital observada. Para hallar la expresión de esa diferencia, llamémosla x, con lo que se tiene $z = z' + x$; desarrollando el coseno de este ángulo é igualándolo con el valor precedente, resulta:

$$\cos. z' \cos. x - \text{sen.}\, x\, \text{sen.}\, z' = \cos. z' \cos. d$$

Siendo en todos casos poco considerable la desviación d, lo será con más razón x cuando z' sea grande, como sucede generalmente en la práctica, y podremos suponer $\cos. x = 1$, $\text{sen.}\, x = x\, \text{sen.}\, 1''$ para obtener:

$$x = \frac{2\, \text{sen.}^2 \tfrac{1}{2} d \cot. z'}{\text{sen.}\, 1''}$$

Por medio de esta fórmula podrían corregirse las distancias zenitales, deduciendo el valor de d del ángulo que formase con el horizonte el eje horizontal á cuyo derredor gira el círculo ó la alidada, y el cual se obtendría con un nivel colocado sobre ese eje: pero tal corrección sería casi siempre inútil por su extremada pequeñez, atendiendo á que, en la práctica, z' difiere generalmente poco de 90°, y á que d sería sólo de algunos minutos, aun cuando la verticalidad del limbo se estableciese á la simple vista. Suponiendo que d llegase á valer 1°, los valores de x correspondientes á diversas distancias zenitales, serían:

z'	x	z'	x	z'	x
45°	31″	60°	18″	75°	8″
50	26	55	15	80	6
55	22	70	11	85	3

Se ve que no obstante la magnitud considerable atribuída á d, el error x es del todo inapreciable con la aproximación angular de los clisímetros topográficos, especialmente en los primeros 15° ó 20° de altura respecto del horizonte.

249. Los clisímetros cuya teoría se ha expuesto son los que más se usan en las operaciones de la nivelación; pero hay otro, inventado por el ingeniero Chézy, que difiere de los demás en que suministra el *declive* de una visual, en lugar de dar, como aquéllos, su inclinación angular respecto del horizonte ó de la vertical.

En la nivelación se llama *declive* ó *pendiente* de una línea, á la diferencia de altura de dos de sus puntos, cuya distancia horizontal sea de 1^{m}, ó en general, á la diferencia de nivel correspondiente á la unidad de distancia. Por lo regular, se mide el declive en partes decimales de la misma unidad, y así cuando decimos que un camino, por ejemplo, tiene 0.05 de pendiente, debe entenderse que asciende ó desciende á razón de $0^{m}.05$ por cada metro contado horizontalmente, ó bien á razón de 5 por 100, sea cual fuere la unidad de distancia. De aquí se deduce que conociendo la diferencia de nivel n entre dos puntos cuya distancia horizontal sea k, la pendiente de la línea inclinada que los une, tendrá por expresión:

$$p = \frac{n}{k}$$

Este modo de medir las inclinaciones equivale evidentemente al de indicaciones angulares; pues teniendo presente que las líneas n y k son los catetos de un triángulo rectángulo, si designamos por i el ángulo opuesto á n, que es el de inclinación, hallaremos:

$$\tan. i = \frac{n}{k}$$

Esta ecuación y la anterior dan: $p = \tan. i$, lo que indica que el declive de una línea es la tangente de su ángulo de inclinación. La equivalencia anterior permite convertir la pendiente en inclinación y viceversa.

El clisímetro de Chézy sólo difiere del nivel representado en la figura 183ª, en que los bastidores que llevan las pínulas son desiguales en altura, y en que las pínulas del bastidor más alto pueden moverse verticalmente por medio de un tornillo. Se comprende que de esta manera es variable la inclinación de la visual dirigida por la pínula fija y la intersección de los hilos de la móvil, de suerte que si esta última tiene un vernier y se divide el bastidor en partes iguales, estando el cero de la división en la misma línea horizontal de la pínula fija, la indicación de la móvil dará á conocer el declive de la visual.

La división del instrumento depende de la distancia d que hay de una pínula á la otra. Siendo en efecto a la altura del bastidor que se quiere dividir en partes iguales, y p la pendiente máxima que debe dar el clisímetro, se tiene: $a = dp$. Supongamos que d sea de $0^{m}.3$ en uno de estos instrumentos, y que se desee poder medir declives hasta de 25 por ciento. Se tendrá, pues, $p = 0.25$, y en consecuencia $a = 0^{m}.3 \times 0.25 = 0^{m}.075$. Dividiendo este espacio de $0^{m}.075$ en 25 partes iguales, por ejemplo, cada una de ellas correspondería á 0.01 de pendiente, y tendría una extensión de $0^{m}.003$. El vernier podría combinarse en seguida de tal modo que diera milésimos de pendiente, para lo cual bastaría dividir en 10 partes un espacio de $0^{m}.027$, que es el que abrazarían 9 divisiones de la escala del bastidor.

Otras combinaciones diversas podrían hacerse para obtener la misma aproximación. Por lo regular, los clisímetros franceses de este sistema tienen dividida en 40 partes la escala del bastidor, siendo su altura de $0^{m}.06$, y de $0^{m}.3$ la distancia de una pínula á otra, por lo que cada división representa 0.005 de pendiente. Además de esto, el vernier tiene cinco partes, y en consecuencia, da milésimos de declive.

Como la condición esencial para que el clisímetro dé con exactitud las pendientes, es que sea horizontal la visual cuando coincidan los ceros del vernier y de la escala en la pínula móvil, es preciso comenzar por cerciorarse de si existe esa condición. A este fin se nivela el instrumento y se visa una mira distante después de establecer la coincidencia de los ceros. Se invierte en seguida el clisímetro, y si ha

variado la burbuja se restablece en su posición primitiva, debiendo verificarse entonces que la nueva visual pase por el mismo punto de la mira. De no ser así, se corrige la mitad de la diferencia moviendo la pínula que hemos llamado fija; pero que es susceptible de un pequeño cambio de altura con el objeto de practicar esta corrección. Podría también comprobarse el instrumento por el método que consta en el número 235.

Para medir con este clisímetro la pendiente de una línea $A\,B$ (fig. 195ª), se coloca en uno de sus extremos A, de modo que el ocular de la pínula fija a se halle en la vertical de A. En B se establece un estadal sobre el que se ha señalado una altura $B\,b = A\,a$, y se eleva la pínula movible hasta que la visual pase por b; entonces el vernier dará la pendiente que se busca. Cuando en lugar de ser ascendente, es descendente el declive de la línea, como sucedería si se midiera desde B, se haría coincidir la pínula fija con la vertical de este punto, y se dirigiría la visual por la móvil, según indica la figura.

Fig.ª 195ª

El clisímetro de Chézy se usa principalmente para trazar en el terreno líneas de una pendiente dada, caso que se ofrece en la demarcación de los puntos por donde debe pasar un camino, un canal, etc. El modo de conseguirlo es muy sencillo: situado el instrumento en A, se hace que el vernier indique el declive que se desea, y con un estadal en que se ha marcado la altura $A\,a$, se busca por tanteo un punto B tal, que establecida en él la mira, se vea la señal b en coincidencia con la intersección de los hilos. Es claro, efectivamente, que la visual $a\,b$ será paralela á la línea $A\,B$ del terreno.