CAPITULO II.

DIVISIÓN DE UN POLÍGONO CUALQUIERA.

216. Cuando se tiene que dividir en dos ó más partes una superficie terminada por un contorno irregular de muchos lados, como el de la figura 161ª, puede reducirse el problema, en último resultado, á la división de una figura elemental. Supongamos conocidas las coordenadas rectangulares de todos los vértices, y sea además s la superficie de la primera de las fracciones. Imaginémonos ahora trazada la línea $B\ G$ entre dos vértices elegidos de manera que, por una estimación aproximativa, se juzgue que la superficie $B\ A\ H\ G$ no difiere mucho de s, y por el método del número 198 calculemos exactamente el contenido de $B\ A\ H\ G$, que designaré por a. Es claro que entonces $s-a$ representará la corrección que debe sufrir la área a; luego no quedará que hacer otra cosa más que tomar del triángulo $G\ B\ J$, una parte $G\ B\ P$ igual á $s-a$, ó bien del cuadrilátero $G\ B\ C\ F$ una porción $G\ B\ N\ M$ del mismo contenido.

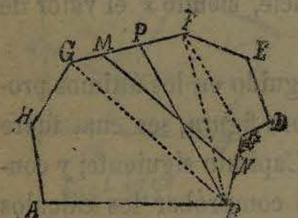


Fig.ª 161.ª

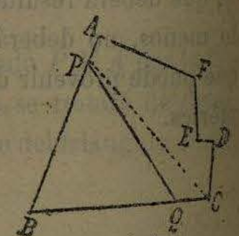


Fig.ª 162.ª

Lo mismo se haría si las líneas divisorias tuvieran que sujetarse á

partir desde un punto dado, ya fuese en el interior ó en el perímetro de la figura, pues con las coordenadas de ese punto y las de uno ó dos vértices del polígono se cerraría otro contorno, cuya área a podría calcularse por el mismo procedimiento para aplicarle en seguida la corrección $s-a$ tomándola de una figura elemental que tuviese uno de sus vértices en el punto dado. Tomemos por ejemplo el polígono representado en la figura 162ª cuyas coordenadas son las siguientes:

Vértices.	x	y
A	$+\ 3788^{m}.7$	$+\ 3730^{m}.0$
B	$+\ 3938\ .0$	$-\ \ 620\ .0$
C	$0\ .0$	$0\ .0$
D	$+\ \ 35\ .4$	$+\ 1526\ .5$
E	$+\ 622\ .8$	$+\ 1515\ .8$
F	$+\ 653\ .6$	$+\ 2935\ .2$

En el número 198 vimos que la superficie de este polígono es $S = 12^{M}.89$, y supongamos que se quisiera dividir desde el punto P cuya distancia á A es de 500^{m}, poniendo el problema en estos términos: *se desea demarcar una área tal que pueda contener 10 millones de plantas de maíz sembradas con una equidistancia de $0^{m}.8$.* Lo primero que debe hacerse es calcular la superficie necesaria s, y para esto, designando por e la equidistancia de las plantas y por n su número, se tendrá: $s = n e^2$. (1) En nuestro caso resulta: $s = 0^{m}.64 \times 10000000 = 6^{M}.4$.

Calculemos ahora las coordenadas del punto dado, para lo cual hallaremos por el método del número 113 que el azimut del lado $A\ B$ es $u = 178°\ 2'$ y que en consecuencia las diferencias de coordenadas entre A y P son: $\mathrm{d}\,x = 17^{m}.2$; $\mathrm{d}\,y = -499^{m}.7$, por lo que las coordenadas de este último punto serán: $x = +\ 3805^{m}.9$ $y = +\ 3230^{m}3$. Según esto, suponiendo trazada la recta $P\ C$, veamos si la área $P\ B\ C$

(1) Cuando se conoce la extensión de un campo cultivado y la equidistancia de las plantas, podrá calcularse con bastante aproximación su número por la ecuacion $n = \frac{s}{e_2}$. El conocimiento de n puede ser muy útil en las valuaciones para formarse una idea del producto de la siembra.

es mayor ó menor que s. Para calcularla por la fórmula del número 198, tendremos:

Vértices.	x	y
P	$+\ 3805^{m}.9$	$+\ 3230^{m}.3$
B	$+\ 3938\ .0$	$-\ 620\ .0$
C	$0\ .0$	$0\ .0$

Con estos datos se obtiene: $a = 7^{M}.539712$; y como $s = 6^{M}.4$, la corrección que debe hacerse á la superficie $P\,B\,C$ será: .... $s - a = -1^{M}.139712$, que por resultar negativa, indica que el otro extremo de la línea divisoria deberá tener una posición tal como Q, entre B y C. Con el fin de determinarlo exactamente, calculemos la distancia $C\,P$ y el azimut de esa línea, así como el de $C\,B$, lo que no ofrece dificultad alguna, puesto que se conocen las coordenadas de los puntos P, B y C. Ejecutando el cálculo se halla: $C\,P = 4992^{m}$; az. $C\,P = 49^\circ\,40'\,36''$; az. $C\,B = 90^\circ\,56'\,50''$. Entonces el ángulo C, diferencia de ambos azimutes, resulta de $49^\circ\,16'\,14''$, y en consecuencia se tendrá:

$$C\,Q = \frac{2\,(s-a)}{C\,P\ \text{sen.}\ C}$$

2.........	0.30103
$s-a$	6.05680
$C\,P$.........	-3.69827
sen. C.........	-9.87955
$C\,Q = 602^{m}.6$.....................	2.78001

Luego que se haya señalado el punto Q, se podrá trazar en el terreno la línea $P\,Q$ que resuelve el problema. Para comprobar la operación convendrá calcular las coordenadas de Q con ayuda de la distancia $C\,Q$ y el azimut de $C\,B$, y se encontrará para ese punto: $x = +\,595^{m}.2$, $y = -\,93^{m}.7$. Con este nuevo dato determinemos el contenido del triángulo $P\,B\,Q$.

Vértices.	x	y	Ord. medias.	Dif. de abs.	Productos.
P	$+\ 3805^{m}.9$	$+\ 3230^{m}.3$	$+\ 1305^{m}.1$	$+\ 132^{m}.1$	$+\ 0^{M}.172$
B	$+\ 3938\ .0$	$-\ 620\ .0$	$-\ 356\ .8$	$-\ 3342\ .8$	$+\ 1\ .193$
Q	$+\ 595\ .2$	$-\ 93\ .7$	$+\ 1568\ .3$	$+\ 3210\ .7$	$+\ 5\ .035$
					Superficie $= 6^{M}.400$

Se ve que resulta efectivamente la área que se deseaba separar.

Este ejemplo, que se ha desarrollado con todos sus pormenores, indica la marcha del todo semejante que debe seguirse en cualquier otro caso, y manifiesta la gran ventaja de servirse de las coordenadas de los vértices, de preferencia al cálculo puramente trigonométrico, que en general daría lugar á operaciones numéricas más complicadas. También con esos elementos se facilita el trazo mismo de la línea divisoria cuando sus extremos estén distantes ó no sean visibles uno de otro; pues entonces valiéndose de las coordenadas, se tendrá la magnitud y la dirección de la línea, para hacer su demarcación material en el terreno por el método del número 113.

217. Una vez indicado el procedimiento general para efectuar la división de un polígono cualquiera, expondré brevemente los principales casos que pueden presentarse en la práctica, además de los que he mencionado.

Se ha trazado ya la marcha que debe seguirse cuando se trata de dividir un polígono desde un punto dado en su interior; y la misma se seguirá si, además de esa condición, se prescribe que una de las líneas divisorias sea una recta tal como $P\,M$ (fig. 163ª). Con las coordenadas de P, M, A, G y F se calcula la superficie a de ese polígono, y se procede como en el ejemplo anterior para situar el punto N ó el punto N', según que la primera fracción s sea mayor ó menor que a. Después de calculadas las coordenadas de ese punto, y suponiendo que haya sido N, se determina la área a' de otro polígono $P\,N\,E\,D\,C$, para fijar el punto Q, de manera que $P\,N\,E\,D\,Q$ sea igual á la segunda porción de superficie que se quiere demarcar.

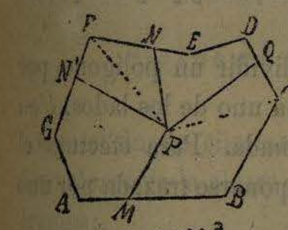


Fig.ª 163.ª

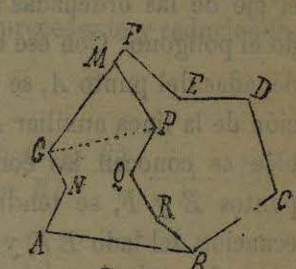


Fig.ª 164.ª

Si se señalan dos líneas tales como $P\,Q$ y $Q\,R$ (fig. 164ª), que deban servir en parte de límite á las fracciones, se comenzará por adoptar otra línea R B para calcular el contenido a del polígono $P\,Q\,R\,B\,A\,H\,G$, cuya diferencia con s permitirá la determinación de la última recta $P\,M$, y se prosigue lo mismo que antes.

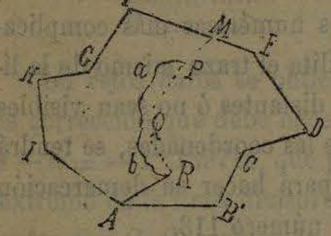


Fig.ª 165ª

Cuando son curvas ó muy irregulares las líneas que se señalan como parte forzosa del linde (fig. 165ª), se establecerán alineamientos rectilíneos P $Q\,R$, y se determinarán las áreas $P\,a$ Q, $Q\,b\,R$ comprendidas entre el límite dado y las líneas auxiliares, las que combinadas por suma ó resta, según el caso, con la superficie del polígono $E\,P\,Q\,R\,A\,I\,H\,G$, darán por resultado la cantidad a, que debe compararse con s para fijar la última línea $P\,M$. Siendo curvilínea la parte dada $P\,a\,Q\,b\,R$, como sucedería si el límite fuese un camino, la orilla de un río, etc., se determinarán las áreas $P\,a\,Q$ y $Q\,b\,R$ por alguna de las fórmulas del número 190.

Suele presentarse el caso de tener que dividir un polígono por medio de líneas que formen cierto ángulo con uno de los lados, ó en general, que tengan una dirección determinada. Para efectuar el fraccionamiento con esa condición, puede suponerse trazada por uno de los vértices A (fig. 166ª), una recta A L en la dirección dada, y determinarse, por consiguiente, el ángulo que forma con el eje de las ordenadas á que esté referido el polígono. Con ese ángulo y las coordenadas del punto A, se conocerá la ecuación de la línea auxiliar $A\,L$; y como también se conocen las coordenadas de los puntos E y F, se tendrá igualmente la ecuación del lado $E\,F$, y en consecuencia

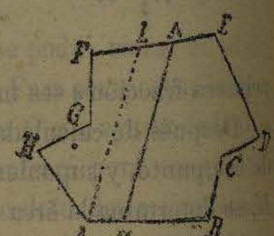


Fig.ª 166ª

se podrán determinar las coordenadas de su punto de intersección L, por medio de las fórmulas (1) y (2) del número 111. Una vez obtenida la posición de L, se calcula la superficie a del polígono $A\,H\,G\,F\,L$

con el fin de determinar los puntos M y N del trapecio $M\,N\,L\,A = s - a$, lo cual se hará como se ha indicado en el segundo problema relativo á la división de un cuadrilátero, en el Capítulo anterior, que es el mismo procedimiento de que voy á ocuparme.

218. Cuando se trata de fraccionar un polígono por medio de líneas paralelas á uno de sus lados, ó bien cuando se quieren separar de él porciones de determinadas superficies en forma de zonas paralelas, es preciso calcular las alturas de los trapecios que deben formarse, ó mejor aún, las distancias $A\,p$ ó $B\,q$ (fig. 167ª), que fijan la posición de la línea divisoria. Para conseguirlo, comencemos por expresar la superficie de un trapecio $A\,B\,F\,G$ en función de dos lados $A\,G = a$, $A\,B = b$, y dos ángulos $G\,A\,B = A$ y $A\,B\,F = B$. Llamando z la distancia incógnita $B\,F$, una de las fórmulas del número 193, da:

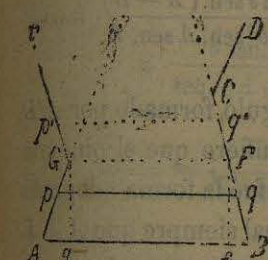


Fig.ª 167ª

$$S = \tfrac{1}{2}\,a\,b \operatorname{sen.} A + \tfrac{1}{2}\,b\,z \operatorname{sen.} B - \tfrac{1}{2}\,a\,z \operatorname{sen.} (A + B)$$

Con el fin de eliminar á z, formemos una nueva ecuación de los dos valores de la altura y del trapecio, que son $G\,g = F\,f$, y obtendremos:

$$a \operatorname{sen.} A = z \operatorname{sen.} B$$

Sustituyendo el valor de z en la fórmula precedente y reduciendo, resulta:

$$S = a\,b \operatorname{sen.} A - \tfrac{1}{2}\,a^2 \frac{\operatorname{sen.} A \operatorname{sen.} (A + B)}{\operatorname{sen.} B} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

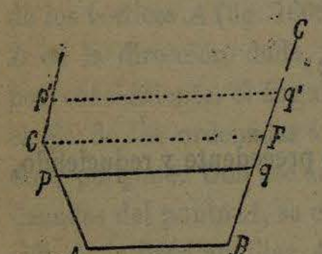
Esta expresión suministrará la superficie del trapecio en función de dos ángulos y de dos lados. Sea ahora s el contenido de la primera fracción $p\,A\,B\,q$: si designamos por u la distancia incógnita $A\,p$, podrá determinarse por medio de la ecuación anterior, que vendrá á ser:

$$s = b\,u\,\text{sen.}\,A - \tfrac{1}{2}\,u^2\,\frac{\text{sen.}\,A\,\text{sen.}\,(A+B)}{\text{sen.}\,B}$$

Y de la cual se deduce:

$$u = \frac{b\,\text{sen.}\,B}{\text{sen.}\,(A+B)} \pm \frac{b\,\text{sen.}\,B}{\text{sen.}\,(A+B)}\sqrt{1 - \frac{2\,s\,\text{sen.}\,(A+B)}{b^2\,\text{sen.}\,A\,\text{sen.}\,B}} \;\ldots\ldots (2)$$

Representando por S' la superficie del triángulo formado por $A\,B$ y la prolongación de los lados $A\,G$ y $B\,C$, se infiere que el binomio contenido en la radical equivale á $1 - \frac{s}{S'}$, que fué la forma adoptada en el Capítulo precedente. El valor de u será real siempre que $A+B$ sea mayor que 180°; peso en el caso contrario sólo es real cuando $S' > s$. El hecho de que u resulte imaginario cuando se reunan las dos circunstancias de ser $A + B < 180°$ y $S' < s$, no indica, sin embargo, que el problema sea irresoluble; sino únicamente que la distancia u no podrá tomarse en la dirección de $A\,G$; pero si se calcula el trapecio $A\,G\,F\,B$ por la ecuación (1), su área, restada de s, dará la superficie que falta para completar la primera fracción, que podrá tomarse formando otro trapecio $G\,F\,q'\,p'$. Por una razón análoga, el hecho de que u sea real siempre que $A+B > 180°$ no quiere decir que en todos casos deba quedar el punto p entre A y G, pues la figura 168 indica que si s es mayor que el contenido del trapecio $A\,B\,F\,G$, deberá tomarse el exceso en el lado siguiente, formando otro trapecio $F\,G\,p'\,q'$.



Figª 168ª

En uno y en otro caso puede evitarse el cálculo del radical de la fórmula (2), introduciendo un ángulo subsidiario que facilita el cálculo logarítmico. Cuando $A + B < 180°$, y además $S' > s$, la relación $\frac{s}{S'}$ es positiva y menor que la unidad, por lo cual puede suponerse igual al cuadrado de un *seno* ó de un *coseno*. Si $A + B > 180°$, sean cuales fueren los valores relativos de s y S' la relación $\frac{s}{S'}$ podrá igualarse al cuadrado de una *tangente* ó de una *cotangente*. En ambos casos se simplificará el cálculo de la fórmula, que puede disponerse de este modo, adoptando el valor positivo de u:

PRIMER CASO .... $A + B < 180°$.

$$c = \frac{b\,\text{sen.}\,B}{\text{sen.}\,(A+B)}$$

$$\text{sen.}\,m = \sqrt{\frac{2\,s}{b\,c\,\text{sen.}\,A}}$$

$$u = c - c\cos.\,m = 2\,c\,\text{sen}^2\,\tfrac{1}{2}\,m$$

SEGUNDO CASO......... $A + B > 180°$.

$$c = \frac{b\,\text{sen.}\,B}{\text{sen.}\,(A+B)}$$

$$\tan.\,n = \sqrt{\frac{-2\,s}{b\,c\,\text{sen.}\,A}}$$

$$u = c - \frac{c}{\cos.\,n} = -c\tan.\,n\tan.\,\tfrac{1}{2}\,n$$

Ejemplo.—Supongamos que de un polígono (fig. 168ª), en que el lado $b = 804^{m}.7$, y los ángulos adyacentes son $A = 127°\,16'$ y $B = 154°\,24'$, se quiera separar una área s de 25 hectaras.

b...	2.90563				
sen. B...	9.63557	$-2\,s$...	5.69897—		
	———	b...	—2.90563		
	2.54120	c...	—2.55027—		
sen. $(A+B)$...	—9.99093—	sen. A...	—9.90082		
	———		———		
c...	2.55027—	$\tan.^2\,n$...	0.34225	$c =$	$-\;355^{m}.0$
cos. n...	9.74749		——		
	———	tan. n...	0.17112	$-\frac{c}{\cos.\,n} =$	$+635.\,0$
$\frac{c}{\cos.\,n}$...	2.80278—	$n =$	56° 00′ 24″		———
				$u =$	$280^{m}.0$

Si con el mismo valor de b, los ángulos fueran $A = 52°\,44'$ y $B = 25°\,36'$, el de u resultaría imaginario, porque la superficie s es mayor que la del triángulo que tiene b por base y A y B por ángulos adyacentes. Este resultado indicaría que no es posible separar la área

s de la primera parte $G\ A\ B\ F$ (fig. 167ª) del polígono, y que será preciso calcular primero el contenido S del trapecio $G\ A\ B\ F$, para tomar después $s - S$ en un nuevo trapecio que tenga $G\ F$ por base. Supongamos que $A\ G = a$ es de $317^{m}.5$, y con los datos anteriores tendremos por la ecuación (1):

a.........	2.50174	....	2.50174
sen. A.........	9.90082	0.5..............	9.69897
	2.40256	....	2.40256
b.........	2.90563	sen. $(A + B)$.........	9.99093
	5.30819		4.59420
	2.03325	sen. B.........	9.63557
	$-$ 90914	....	4.95863
	$S = 112411$		

Lo que falta á este resultado para ser igual á 25 hectaras es: $13^{H}.7589$, que es lo que debe tomarse formando el nuevo trapecio $F\ G\ p'\ q'$; pero antes es preciso calcular la base $F\ G$ por la ecuación:

$$b' = F\ G = \frac{2\ S}{a \text{ sen. } A} - b$$

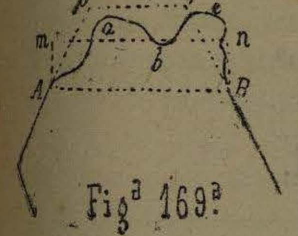
De este modo se obtiene $b' = 85^{m}.1$ y si designamos por G el ángulo interior $A\ G\ E$, y por A' el ángulo $F\ G\ E$, se tendrá:

$$A' = A + G - 180°.$$

Los datos para calcular $G\ p'$ serán, pues: b', A', B y $s' = 13^{H}.7589$, con los cuales se aplica la que convenga de las fórmulas precedentes, según sea el valor de $A' + B$.

Aunque los puntos p ó p' determinan completamente el trapecio, puesto que una vez demarcados en el terreno pueden trazarse las paralelas al lado $A\ B$, es preferible calcular las distancias $B\ q$ ó $B\ q'$, lo que se hace por las mismas fórmulas; introduciendo el ángulo A en lugar de B.

219.—En la práctica de la agrimensura muchas veces se ofrece regularizar parte de un lindero $A\ a\ b\ c\ B$ (fig. 169ª); que es demasiado sinuoso, reemplazándolo por otro que tenga pocas líneas y que abrace por supuesto la misma superficie. Para resolver este problema se traza una recta $A\ B$ entre los extremos del contorno irregular, y se determina la superficie s comprendida entre él y esa recta, lo cual es conveniente hacer tomando la línea $A\ B$ por eje y refiriendo á ella, por medio de coordenadas rectangulares, el alineamiento curvilíneo, para aplicar el método de cálculo ó fórmula de Simpson (núm. 190).



Figª 169ª

Con este dato, la magnitud de $A\ B = b$ y los ángulos que forma con los lados adyacentes del polígono, es fácil determinar una figura sencilla que contenga la misma área s, y trazarla en el terreno. Si se adopta un triángulo, su altura será: $y = \frac{2\,s}{b}$, quedando el ingeniero en libertad para situar el vértice opuesto á $A\ B$ en el punto que le parezca mejor, con tal que sea sobre una paralela á $A\ B$ trazada á la distancia y de esa línea. Puede también adoptarse un rectángulo $A\,m\,n\,B$, cuya altura $A\ m$ ó $B\ n$ será: $y = \frac{s}{b}$, ó bien un paralelógramo cualquiera de la misma altura. Finalmente, se puede trazar un trapecio $A\ p\ q\ B$, cuyos lados $A\ p$ y $B\ q$ se cuenten en las prolongaciones de los lados poligonales adyacentes á $A\ B$, calculándose esas distancias por el método expuesto en el párrafo precedente.

CAPITULO III.

DIVISIÓN DE TERRENOS QUE CONTIENEN PORCIONES DE DIVERSOS VALORES.

220. Todo lo que se ha dicho hasta ahora supone que tienen el mismo valor las tierras en la totalidad de la extensión que se trata de fraccionar, y en ese supuesto se determinaron al principio del Capítulo I las superficies de las diversas fracciones, de acuerdo con la relación que se les hubiera asignado; pero lo más general es que, aun en la misma propiedad agricola, tenga diverso precio la unidad agraria, ya sea por la naturaleza de los mismos terrenos, ya por la superioridad del cultivo, del riego, etc., y por tanto, pasaré ahora á examinar el caso en que la superficie que tiene que dividirse comprenda porciones de distintos valores.

Siendo $S_1, S_2, \ldots\ldots S_q$ las áreas de esas partes, y $M_1, M_2, \ldots\ldots M_q$ los precios correspondientes de la unidad de superficie, es evidente que sus valores venales serán $S_1 M_1$, $S_2 M_2$, …… $S_q M_q$, y el de toda la propiedad:

$$V = S_1 M_1 + S_2 M_2 + S_q M_q$$

En consecuencia, si el fraccionamiento tiene que hacerse en n partes que guarden entre sí las mismas relaciones que los números m_1, m_2, …… m_n, debe entenderse que la determinación de esas partes se refiere al valor venal, y no á la extensión de superficie que pueda

abrazar cada una. Designando por v_1, v_2 ……… v_n estos valores, se tendrá:

$$v_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + \ldots\ldots m_n} V$$

$$v_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2 + \ldots\ldots m_n} V$$

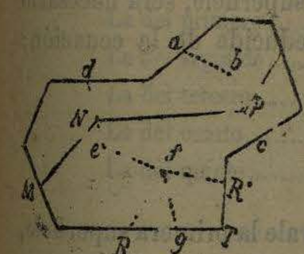
………………………………

………………………………

$$v_n = \frac{m_n}{m_1 + m_2 + \ldots\ldots m_n} V$$

y entonces la comparación de estas cantidades con los valores de cada especie de terreno, dará á conocer la superficie que en último resultado habrá que tomar de alguno ó algunos de ellos.

Antes de indicar el método general que debe seguirse para determinar la cantidad de superficie que ha de comprender cada parte, hagamos notar que la resolución del problema puede reducirse al de la división de los terrenos de igual valor. En la figura 170ª supongamos que las líneas $a\,b\,c$ y $d\,e\,f\,g$ sean los límites que separan las tierras de tres calidades y precios diferentes. Es claro que cada una de las tres áreas S_1, S_2 y S_3 que les corresponden puede dividirse en la relación asignada, siguiendo cualquiera de los procedimientos del Capítulo anterior; y entonces las dos ó más partes en



Figª 170ª

que se haya dividido toda la propiedad, contendrán terrenos de las tres clases, y tanto sus extensiones como sus valores resultarán en la proporción que se haya prescrito al ingeniero. Se ha supuesto en la figura que $M\,N$ es la línea divisoria de la primera superficie S_1, $N\,P$ la de la segunda S_2 y $P\,Q$ la de la tercera; pues hemos visto que siempre es posible hacer la división desde puntos dados en el perímetro de cada polígono, como serían en este caso M, N y P. El límite total $M\,N\,P\,Q$ sería generalmente el más sencillo; pero nada impediría elegir de antemano un punto en cada contorno de las superficies de diversa clase, y trazar desde él la línea divisoria que le correspondiese. Así, por ejemplo, si los puntos dados fuesen M en la primera, e en la segunda y b en la tercera, se trazaría la línea $M\,N$, y en lugar de hacer desde N la división de la segunda superficie, se haría desde e, siendo entonces $N\,e$ una parte del límite entre las dos.

221. Este modo de efectuar el fraccionamiento tiene, en mi opinión, la ventaja de dejar más completas, en cuanto á calidad de terrenos, las pequeñas propiedades en que se divide la total, y por este motivo acaso sea el más conveniente para distribuir una propiedad entre personas que desean dedicarse á la explotación agrícola de sus tierras; pero es evidente que puede adoptarse otro sistema que dé el mismo resultado en cuanto al valor venal de las diversas fracciones, y es el que paso á considerar. Luego que se hayan determinado los valores v_1, v_2, etc., de cada una de las partes, y los totales de las diferentes clases de tierras, se comparan unos con otros para establecer las compensaciones que sean necesarias: Si v_1, por ejemplo, es menor que el valor $M_1\,S_1$ de la primera superficie, será necesario quitar de esta última cierta extensión x deducida de la ecuación: $(S_1 - x)\,M_1 = v_1$, de la que resulta:

$$x = \frac{M_1\,S_1 - v_1}{M_1}$$

Si, por el contrario, v_1 es más de lo que vale la primera superficie, será preciso tomar cierta cantidad de la segunda, el precio de cuya unidad es M_2, estableciendo al efecto la ecuación: $M_1\,S_1 + M_2 x = v_1$, de la cual se obtiene:

$$x = \frac{v_1 - M_1\,S_1}{M_2}$$

De una manera análoga se procede respecto de las otras partes, atendiendo al residuo de las superficies después de la separación de x; pues, por ejemplo, en este último caso, el valor de la segunda superficie quedará reducido á $M_2\,(S_2 - x)$. Es claro que x resulta expresada en las unidades agrarias á las cuales se refieren los precios M_1, M_2, etc., y que una vez obtenida esa extensión, se separará por medio de una ó más líneas divisorias, aplicando cualquiera de los métodos que constan en el Capítulo precedente.

Ejemplo. Supongamos que una propiedad que contenga 25 sitios de á \$ 10000 cada uno, 11 sitios de á \$ 12000 y 7 de á 15000, se debe dividir entre cinco herederos cuyas acciones están representadas por los números 2, 3, 5, 6 y 7.

Los valores de los diversos terrenos serán:

Los 25 sitios	$M_1\,S_1 =$	\$ 250000
Los 11 „	$M_2\,S_2 =$	„ 132000
Los 7 „	$M_3\,S_3 =$	„ 105000
Valor de toda la propiedad	$V =$	\$ 487000

De aquí se deduce que las acciones de los herederos tendrán los siguientes valores:

La del primero	$v_1 =$	\$ 42347.90
La del segundo	$v_2 =$	„ 63521.70
La del tercero	$v_3 =$	„ 105869.50
La del cuarto	$v_4 =$	„ 147043.50
La del quinto	$v_5 =$	„ 128217.40
	$V =$	\$ 487000.00

Como el valor de S_1 es superior al que corresponde á las tres primeras acciones, tendremos:

Para el primer heredero	$M_1\,x_1 =$	42347.9,	de donde resulta:	$x_1 =$ 4.23479 sitios.
Para el segundo	$M_1\,x_2 =$	63521.7,	„ „	$x_2 =$ 6.35217 „
Para el tercero	$M_1\,x_3 =$	105869.5,	„ „	$x_3 =$ 10.58695 „

De los 25 sitios quedan, pues, 3,82609 cuyo valor es de \$38260.90; y así para completar la parte del cuarto heredero, tomaremos de la segunda superficie cierta cantidad y, determinada por la ecuación $38260.9 + M_2\, y = 127043.5$, de la que se obtiene:

$$y = 7.39855 \text{ sitios.}$$

Quedaban de la primera................ 3.82609

$$x_4 = 11.22464 \text{ sitios.}$$

Habiendo quitado y sitios de los 11 que contiene la segunda superficie, quedan para el último heredero 3.60145, cuyo valor es de $ 43217.4, más los 7 de la tercera superficie. Para comprobar los cálculos, supongamos desconocida esta última parte, y tendremos: $43217.4 + M_3\, z = 148217.4$, de donde resulta: $z = 7$, lo que indica que no ha habido equivocación.

También se comprueban las operaciones por medio del siguiente resumen de las superficies distribuídas:

	DE S_1	DE S_2	DE S_3	TOTAL.
Al primer heredero.......	4.23479	....	....	4.23479
Al segundo "	6.35217	....	....	6.35217
Al tercero "	10.58695	....	....	10.58695
Al cuarto "	3.82609	7.39855	....	11.22464
Al quinto "	....	3.60145	7.00000	10.60145
Sumas............	25.00000	11.00000	7.00000	43.00000

Por este método general se ve que, en las fracciones que deben contener terrenos de una sola clase, se determinan sus extensiones dividiendo los valores de las acciones por los precios de la unidad de superficie; y que cuando una misma fracción debe comprender tierras de dos calidades diferentes, se establece la compensación atendiendo á los precios que les corresponden.

222. El mismo camino debe seguirse para distribuir en partes iguales el valor que representan dos ó más terrenos de diversas clases, puesto que este no es más que un caso particular del anterior. Siendo en efecto V el valor de toda la propiedad y n el número de frac-

ciones iguales, el valor de cada una será $v = \frac{V}{n}$, y si suponemos que v es menor que el valor $M_1\, S_1$ de la primera superficie, tendremos la ecuación $M_1\,(S_1 - x) = \frac{V}{n}$ de la que resulta:

$$x = \frac{n.\, M_1\, S_1 - V}{n.\, M_1}$$

Entonces x representa la área que debe quitarse de S_1 para que el resto valga v. Podría también ponerse $M_1\, x = \frac{V}{n}$, como lo hicimos en el ejemplo, y en tal caso x representará la superficie que corresponde á la primera fracción.

Si, por el contrario, v es mayor que $M_1\, S_1$, tomaremos cierta cantidad de la superficie S_2 poniendo la ecuación: $M_1\, S_1 + M_2\, x = \frac{V}{n}$ para obtener:

$$x = \frac{V - n.\, M_1\, S_1}{n.\, M_2}$$

siendo entonces $S_1 + x$ la extensión que debe centener una de las fracciones. Lo mismo se hace para calcular cualquiera de las demás, y una vez obtenida la área x, se separa por medio de los elementos conocidos del polígono, dándole la forma que se crea más conveniente. En la figura 170ª se ha supuesto el primer caso, admitiendo que $M d N e f g$ representa la superficie S_1 y se ve que la separación de x se ha hecho por medio del triángulo $f g R$, calculando la distancia $g R$ por la ecuación: $g R = \frac{2x}{f g \,\text{sen.}\, f g R}$. El segundo caso está indicado por la adición de la superficie del cuadrilátero $f g T R'$, que supongo igual á x, calculándose de una manera análoga la distancia $T R'$ que la determina.