gráficas de diversas clases, y ejecutadas por distintos ingenieros, he hallado con poca diferencia los valores siguientes. Para las triangulaciones, $\omega = \pm 5''$; para los levantamientos hechos con otros goniómetros, ó con la brújula tomando en cada estación los azimutes directo é inverso $\omega = \pm 3'$; y para los casos en que sólo se toman los directos, $\omega = \pm 6'$. Tomando con estos datos los valores de $q$ en la pequeña tabla que se formó antes, y designando por $C$ el coeficiente $2r + q$ de la ecuación (6), pueden calcularse entre otras muchas, las siguientes combinaciones principales:

| | |
|---|---|
| Para triangulaciones en que se emplea el resorte .......................... | $C = \pm 0.00052$ |
| Para triangulaciones en que se usa la cadena común........................ | $C = \pm 0.00102$ |
| Planos levantados con cadena y brújula tomando los dos azimutes.... | $C = \pm 0.00267$ |
| Planos levantados con cadena y brújula tomando un solo azimut...... | $C = \pm 0.00334$ |
| Planos levantados con cordel y brújula tomando un solo azimut ...... | $C = \pm 0.01134$ |

Sólo con el objeto de hacer en el Capítulo siguiente algunas aplicaciones de la fórmula (6) es por lo que adopto estos guarismos, como podría haber adoptado arbitrariamente cualesquiera otros; pero repito que los valores de $\omega$ deben determinarse por el examen de los datos correspondientes á una operación ya terminada, ó bien calcular para cada instrumento un valor medio, deducido de la experiencia, con el fin de formarse una idea *a priori* del error que puede cometerse en la medida de una superficie. Con ese dato y con el valor de $r$ que también experimentalmente se haya asignado al instrumento con que se miden las líneas, se podrá calcular el del coeficiente $C$, y por consecuencia el error posible, así como todas las otras cantidades que pueden derivarse de éste, según vamos á indicarlo.

# CAPITULO VI.

## CONSECUENCIAS DE LA INVESTIGACIÓN ANTERIOR.

210. Cuando dos ingenieros ejecutan la medida de una misma línea ó de una misma superficie, aunque sigan los mismos métodos con igual habilidad y en circunstancias enteramente semejantes, se encuentra que sus resultados jamás son idénticos, lo cual se explica por la existencia de las causas de error que se han enumerado. Sea $L$ la longitud exacta de una línea, $l_1$ y $l_2$ respectivamente los resultados de uno y otro ingeniero, y finalmente, $d\,l_1$ y $d\,l_2$ los errores que les corresponden, atendiendo á los valores de $r$ que convengan á los instrumentos de que hacen uso. Es claro que habiendo ambigüedad en los signos de esos errores, puede suceder en el caso extremo, que uno de los topógrafos se aleje de la verdad por exceso, y el otro por defecto, de modo que se tendrán las dos ecuaciones:

$$L = l_1 \pm d\,l_1 \qquad L = l_2 \mp d\,l_2$$

Restando una de la otra y designando por $t$ la diferencia entre los dos resultados, se obtiene:

$$t = \pm (d\,l_1 + d\,l_2)$$

ecuación que representa la cantidad que podrán diferir, sólo en virtud de los errores puramente accidentales ó inherentes á las operaciones. Esta diferencia admisible es la que designaré con el nombre de *tolerancia*.

Para calcular los errores, puede usarse un valor aproximativo de la línea, tal como el término medio $l$ de los resultados $l_1$ y $l_2$; y representando por $r_1$, $r_2$ los valores de $r$ que correspondan á los instrumentos empleados, se tendrá:

$$t = \pm (r_1 + r_2)\, l \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(1)}$$

El cálculo de esta fórmula servirá para juzgar del grado de concordancia que debe esperarse entre los resultados de dos topógrafos, y conocer, por consiguiente, si en sus trabajos hay algún error fuerte que acaso provenga de equivocaciones en los cálculos ó en las operaciones mismas del terreno.

De igual manera se hallaría que la tolerancia en la medida de la superficie del mismo terreno, tendrá por expresión:

$$T = \pm (C_1 + C_2)\, S \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2)}$$

Supongamos, por ejemplo, que en los apuntes de dos ingenieros que han medido la misma propiedad agrícola, consta que el error angular medio es para el uno de $5''$, y de $15''$ para el otro; que el primero midió sus líneas con un resorte á tensión constante, y el segundo con un decámetro de anillos llevando en cuenta el grueso de las fichas; finalmente, que el uno encuentra $S_1 = 2507^{\text{H}}.159$, y el otro $S_2 = 2508^{\text{H}}.37$. Tomando los valores de $C$ de acuerdo con los datos anteriores, se tendrá:

$$C_1 = 0.00052$$
$$C_2 = 0.00106$$
$$C_1 + C_2 = 0.00158 \qquad T = 0.0016 \times 2507^{\text{H}}.76 = 4^{\text{H}}.012$$

Como la diferencia que encuentran los dos ingenieros es sólo de $1^{\text{H}}.211$, ó bien 12110 metros cuadrados, deduciremos que puede explicarse por la influencia de los pequeños errores inevitables; miéntras que si, por ejemplo, excediere notablemente de 4 hectaras, habría fundamento para sospechar la existencia de algún error importante.

211. La utilidad del cálculo de las tolerancias se comprende fácilmente recordando que, para la decisión de ciertos asuntos, acuden las partes interesadas al fallo de un tercero en discordia; cuando los peritos nombrados por las mismas partes no concuerdan en sus resultados, erogando, por consiguiente, nuevos gastos, que se evitarían al saber que la diferencia hallada no sale de los límites de la precisión que debe esperarse. Pero hay más todavía: si el tercero en discordia no hace uso de métodos mucho más exactos que los que adoptaron los primeros geómetras, se colocará generalmente en las mismas condiciones que ellos, y acaso una concordancia enteramente casual con alguno de los resultados primitivos, dará origen á un fallo que tal vez no sea el más justo y razonable atendiendo al mérito de las operaciones. Refiriéndome al ejemplo anterior, supongamos que el tercero, empleando procedimientos comparables en exactitud con los del segundo ingeniero, hubiera encontrado $S_3 = 2509^{\text{H}}.85$. Como este resultado difiere $2^{\text{H}}.69$ del primero y sólo $1^{\text{H}}.48$ del segundo, haría juzgar á este último más digno de confianza que al otro, siendo así que bajo el punto de vista científico, el primero es de mayor mérito que el segundo, como puede juzgarse por la comparación de los coeficientes $C_1$ y $C_2$ que miden respectivamente sus errores posibles.

En la imposibilidad de apreciar el error real de los resultados, creo que el mérito relativo de las operaciones es el que debe servir de base á toda ley que establezca los límites de tolerancia y las reglas para la decisión en los casos de discordancia, tanto por ser la que más se aleja de toda consideración arbitraria ó heterogénea, como porque tiende á uniformar y á perfeccionar los procedimientos científicos, interesando la reputacion de los ingenieros, que es sin duda uno de los estímulos más poderosos. Hablando de las discordancias de los topógrafos, las Ordenanzas de tierras y aguas establecen los casos siguientes: 1º Cuando los ingenieros son desiguales en número é iguales en aptitud, se ha de seguir el parecer del mayor número. 2º Cuando hay mayor pericia en unos que en otros y discrepan en igual número, debe preferirse el voto de los más inteligentes. 3º Cuando hay igualdad, tanto en el número como en la pericia de los discrepantes, se debe seguir el dictamen de los qus favorecen á la parte que en juicio hace las veces de reo. 4º Si fuesen varios los peritos que contradicen á uno solo, aunque éste tenga más pericia, ha de creerse á aquéllos. 5º Finalmente, cuando uno es más anciano y práctico que el otro, debe seguirse el dictamen del primero.

El espíritu de estas reglas, cuando se apliquen á resultados geométricos, es indudablemente el de atender al mérito relativo de las operaciones, y para estimarlo, nada me parece más propio que tomar en cuenta el error posible que corresponda á cada una. En la ecuación $E = \pm CS$, dependiendo el valor $C$ de la naturaleza de las operaciones, es el que mide la magnitud de su error, y puesto que el buen juicio indica que debe concederse mayor confianza á aquel resultado que provenga de procedimientos más exactos, ó sujetos á menos error, estableceremos el mérito relativo $M$ en razón inversa del módulo $C$ del error; por lo cual, designando por $a$ una cantidad constante arbitraria, tendremos:

$$M\,C = a$$

y los méritos $M_1$ y $M_2$ de dos operaciones serán inversamente proporcionales á los coeficientes $C_1$ y $C_2$ de los errores posibles que les corresponden. Siendo arbitrario el producto $a$, puede suponérsele igual al coeficiente del error que convenga á una operación cualquiera, cuyo mérito servirá en tal caso de unidad para valuar los de otras operaciones. Tomando, por ejemplo, por unidad de mérito el de una medida ejecutada con cordel y brújula, designando por $C_n$ el coeficiente que le corresponde é introduciendo este valor en lugar de $a$, la ecuación anterior da:

$$M = \frac{C_n}{C} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

Para aplicar esta fórmula adoptemos $C_n = 0.01134$ como se supuso al fin del Capítulo anterior, y determinemos el mérito relativo de las dos operaciones que sirvieron de ejemplo en el cálculo de la tolerancia, para las cuales se tenía $C_1 = 0.00052$ y $C_2 = 0.00106$. Obtendremos:

$$M_1 = \frac{1134}{52} = 21.8 \qquad M_2 = \frac{1134}{106} = 10.7$$



lo que indica que el mérito de la segunda operación es casi la mitad del de la primera.

De este modo de medir el mérito relativo de las operaciones, se deduce el de distribuir la diferencia de dos resultados para obtener el valor más plausible de la superficie, entendiéndose por supuesto que aquella es tolerable. Sea $e$ la diferencia, $e_1$, $e_2$ las correcciones que correspondan á los resultados $S_1$ y $S_2$ respectivamente, y se tendrá:

$$e_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2}\,e \qquad e_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2}\,e \quad \dots\dots\dots (4)$$

lo que equivale á distribuir la diferencia $e$ en razón directa de $C_1$ y $C_2$. El valor de la superficie que deberá adoptarse, es: $S = S_1 \pm e_1$, ó bien $S = S_2 \mp e_2$. En el ejemplo precedente, como se halló $e = 1^{\text{H}}211$, resultará $e_1 = 3996$ metros cuadrados y $e_2 = 8144$; por consiguiente, el valor más plausible de la superficie es $S = 2507^{\text{H}}.557$.

Adoptando cantidades medias y bien determinadas por valores de $r$ y $C$, las ecuaciones (1) y (2) suministrarían *a priori* los límites de tolerancia que debe prescribir la ley, los cuales no serían otra cosa más que las sumas de las $r$ para las líneas, y las $C$ para las superficies, correspondientes á dos operaciones que se comparasen. Se pueden hacer muchas combinaciones para trabajos de diverso grado de exactitud; pero bastaría que la ley fijara la tolerancia para operaciones de la misma clase; tolerancia que sería igual al doble de los coeficientes $r$ ó $C$ que les correspondiesen. Si pudiéramos suponer exactos los guarismos adoptados al fin del Capítulo precedente, resultaría para las superficies:

| CLASE DE OPERACIONES. | Mérito. | | Tolerancia. |
|---|---|---|---|
| Triangulaciones con resorte y teodolito | 21.8 | ...... | $0.00104 = \frac{1}{960}$ |
| Triangulaciones con cadena y teodolito | 11.1 | ...... | $0.00204 = \frac{1}{490}$ |
| Planometría con cadena y brújula [*ambos azimutes*] | 4.2 | ...... | $0.00534 = \frac{1}{190}$ |
| Planometría con cadena y brújula [*un azimut*] | 3.4 | ...... | $0.00668 = \frac{1}{150}$ |
| Planometría con cordel y brújula [*un azimut*] | 1.0 | ...... | $0.02268 = \frac{1}{44}$ |

Se ha expresado también el valor aproximativo de las tolerancias en fracciones comunes, que es como se emplea generalmente. Inútil parece advertir que todo lo que se ha dicho respecto de tolerancias, sólo es aplicable cuando está bien limitada la superficie que forma el objeto de la medida. Si como sucede á veces, hubiera vaguedad en los linderos, sería preciso que los ingenieros se pusieran de acuerdo respecto de las líneas en que deben terminar sus operaciones, pues de otra manera no podrían ser comparables los resultados que obtuviesen.

212. La fórmula que suministra el error posible de la superficie se presta á otra aplicación de alguna importancia, cual es la de elegir el método más conveniente para efectuar una medida, atendiendo á su costo y al valor venal de la incertidumbre que puede producir. "La estimación exacta del contenido de una propiedad rural,—dice Mr. Sang—es un dato del que depende la seguridad de las fortunas de los interesados en herencias ó traslaciones de dominio, y el buen éxito de muchas especulaciones agrícolas. Si la determinación es inexacta, puede engañar por mucho tiempo las esperanzas del agricultor, y perjudicar el capital de los dueños y arrendatarios; porque una vez hecha no puede rectificarse más que por la repetición completa de la medida, la cual en todos casos es costosa. Por tanto, es de la mayor importancia que sean exactas y económicas las operaciones del ingeniero." La idea emitida por el geómetra inglés respecto de la conveniencia de conciliar la exactitud con la economía, puede precisarse, en mi concepto, introduciendo en las fórmulas que he desarrollado, el nuevo elemento que depende del precio de la unidad de superficie, así como el costo relativo de las operaciones. Sea $A$ el importe de una medida ejecutada por un método tal, que deje de incertidumbre la cantidad $E = CS$, y $A + a$ el de otro procedimiento más exacto cuyo error posible sea $E' = C'S$. Si designamos por $p$ el precio medio de la unidad de superficie, tendremos que $p\,CS$ y $p\,C'S$ representarán los valores venales de la incertidumbre, y su diferencia $p(C - C')\,S$, la superioridad de un método respecto del otro, debida al exceso de costo $a$. Llamando $V = p\,S$ el valor de toda la propiedad, y $v$ la ventaja, expresada en numerario, de preferir el segundo sistema de operaciones, podrá establecerse la ecuación:

$$v = (C - C')\,V - a$$



y como, por el supuesto, $C - C'$ es esencialmente positivo, lo será $v$ siempre que $(C - C')\,V$ sea mayor que el exceso de costo $a$.

Para hallar una expresión equivalente á esta última cantidad, reflexionemos que una superficie puede determinarse, en general, por dos métodos tan diferentes en exactitud como en costo, y son ó la simple medida del contorno ó perímetro de la propiedad por los procedimientos de la planometría parcial, ó la medida del mismo contorno referida y enlazada á una triangulación previa del terreno. Así, pues, si se designa por $m$ el costo de la triangulación, por unidad de superficie, y por $n$ el de la medida del perímetro $c$, por unidad itineraria, el importe de una operación exacta será $m\,S + n\,c$, en el que puede tomarse $c = 5\sqrt{S}$ (1); mientras que el costo de la simple configuración del contorno será sólo $n\,c = 5\,n\sqrt{S}$. Según esto, estableceremos las ecuaciones:

$$A = 5\,n\sqrt{S} \qquad A + a = m\,S + 5\,n\sqrt{S}$$

de donde resulta:

$$a = m\,S$$

Por consiguiente, habrá ventaja para el propietario en pagar una buena operación, cuando $p\,(C - C')\,S > m\,S$, ó lo que es lo mismo, cuando

$$p > \frac{m}{C - C'}$$

Supongamos, por ejemplo, que tomando en cuenta el trabajo de campo y el de gabinete, se hubiera calculado en \$4 el costo de la triangulación por miriara, y que quisiera saberse si en un terreno en que la misma unidad de superficie vale \$2000 en término medio,

(1) Siempre es posible determinar la relación $R$ entre el perímetro $c$ y la raíz de la superficie cuando se trata de figuras regulares, siendo próximamente 3.5 y 4.5 sus límites. En las figuras irregulares crece con la irregularidad; pero como raras veces llega á 7.0 he adoptado el valor medio $\frac{c}{\sqrt{S}} = 5$. En todas estas operaciones es preciso expresar á $S$ y $c$ en unidades correlativas: si la primera indica *sitios*, la segunda deberá indicar *leguas*; expresando $S$ miriaras, $c$ expresará kilómetros, etc.

convendría hacer una triangulación esmerada, ó bastaría medir á rumbo y distancia los linderos observando solamente los azimutes directos. A falta de mejores datos, tomemos los valores correspondientes de $C$ que hemos adoptado, á saber: $C = 0.00334$ y $C' = 0.00052$. Con ellos se obtiene $p > 1418$ pesos, lo que indica que en este caso deberían preferirse las operaciones trigonométricas.

Todas las consideraciones de que me he ocupado, tanto en este Capítulo como en el anterior, por su misma naturaleza, no deben mirarse como concluyentes; y las presento, por el contrario, sólo con el fin de señalar nuevos puntos de investigación, dirigidos á establecer las tolerancias, el mérito de las operaciones, etc., sobre bases menos arbitrarias de lo que lo han sido hasta aquí.

---

# PARTE TERCERA.

## AGRODESIA.

### CAPITULO I.

PRINCIPIOS GENERALES.—DIVISIÓN DE LAS FIGURAS ELEMENTALES.

213. La agrodesia tiene por objeto la división de la superficie de los terrenos en dos ó más partes iguales, ó desiguales, que guarden entre sí una relación cualquiera. A veces también se ocupa de la separación de cierta cantidad de superficie, tomándola de un terreno más ó menos extenso; pero en uno y en otro caso los procedimientos son absolutamente los mismos. De estas definiciones se deduce que en el primer caso, es indispensable haber determinado previamente el contenido del terreno que va á dividirse; y en el segundo, es también necesario el conocimiento de algunos de sus elementos, al menos en la parte que se tiene que separar; de modo que podremos considerar á la agrodesia como una aplicación de la planometría y de la agrimensura.

Cuando se trata de dividir un terreno, lo primero que debe hacerse es determinar la superficie de cada fracción, para poder hacer efectivo el fraccionamiento. Sea $S$ la superficie total, $s_1, s_2, s_3, \ldots\ldots s_n$ las de las $n$ fracciones, cuyos contenidos supondré que deben estar en la