CAPITULO XVII.

DIFICULTADES QUE SUELEN PRESENTARSE EN EL TRAZO Y MEDIDA DE LAS LÍNEAS.—PROBLEMAS DIVERSOS.

172. Los procedimientos generales y directos que se han desarrollado en el curso de este libro para trazar y medir los lados de una figura, no pueden aplicarse algunas veces á consecuencia de la interposición de árboles, edificios, ríos, etc., que impiden la vista ú oponen un obstáculo material á la práctica de las operaciones. En tales casos es preciso acudir á métodos indirectos, valiéndose de líneas y de ángulos auxiliares, para aplicar resoluciones particulares más ó menos sencillas. En el número 131 se han resuelto algunos de esos problemas por medio de los instrumentos más simples, y ahora que el lector conoce ya otros más perfectos, me propongo reunir en este Capítulo las resoluciones de los problemas más frecuentes en la práctica, y que se encuentran en casi todos los tratados de Topografía.

Problema 1º *Prolongar una línea A B (fig. 124ª) salvando un obstáculo.* A las resoluciones del número 131 pueden agregarse estas otras. Elegido un punto cualquiera C, se mide el lado AB y los ángulos del triángulo ABC, con lo cual podrá calcularse AC. Trazando después una recta indefinida CD, y midiendo el ángulo C, tendremos que en el triángulo ACD se conocerá un lado y los ángulos

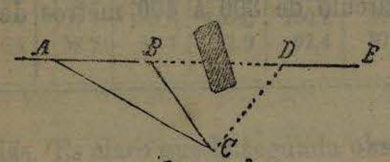


Fig.ª 124.ª

adyacentes, con cuyos datos se determina la distancia de C á D. Como este último punto pertenece á la recta que se busca, bastará medir esa distancia y formar en D el ángulo $CDE=(BAC+ACD)$.

El mismo problema puede resolverse sin necesidad de cálculo alguno, y aun sin el auxilio de la cadena, de este modo: en B (figura 125ª) se forman con la línea dada ángulos de 135° hacia C y D. Después se forma en C otro de 45° con BC, y se señala el punto de intersección D de CD con BD; por último, por C y D se trazan líneas perpendiculares á BC y BD. En el punto E en que ambas se cortan quedará formado un ángulo recto, y trazando desde E una línea que forme con CE ó DE un ángulo de 135°, se tendrá la que se busca.

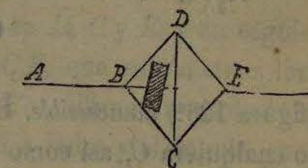


Fig.ª 125.ª

Problema 2º *Trazar una línea entre dos puntos A y B (fig. 126ª) invisibles uno de otro.* Por A trácese una recta prolongándola hasta los puntos C y D desde los cuales se descubra B, y trácense también CB y DB. En seguida por E, H y cuantos puntos se quiera, se trazan paralelas á CD, y después de medir esta última línea, su parte CA, así como EF y HI, se situarán los puntos G y J, calculando sus distancias á E y H respectivamente por las proporciones:

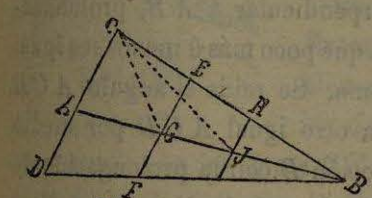


Fig.ª 126.ª

$$CD:CA=EF:EG$$
$$CD:CA=HI:HJ$$

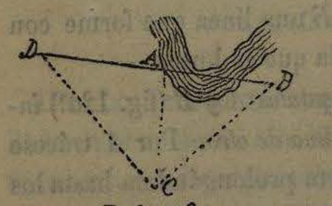
Pueden tambien medirse las líneas CA, CB y el ángulo ACB para determinar el ángulo CAB, y en seguida trazando rectas indefinidas CG, CJ, etc., y midiendo los ángulos en C podrán calcularse las distancias CG, CJ, etc., pues en los triángulos ACG, ACJ, etc., se conoce AC y los ángulos adyacentes.

El método más general para resolver este problema consiste en seguir á rumbo y distancia una serie de alineamientos AC, CD, DE

y $E B$ (fig. 127ª) los que proyectados sobre un sistema cualquiera de ejes, darán á conocer la diferencia de coordenadas entre A y B, y entonces se aplican las fórmulas del número 113, que suministran la magnitud y la dirección de $A B$; dirección que combinada con la de $A C$, permite trazar la línea.

Figª 127ª

PROBLEMA 3º *Medir una distancia $A B$* (figura 128ª) *innaccesible.* Se miden las distancias de A y B á un punto cualquiera C, así como este último ángulo, y con estos datos se calcula $A B$ por las fórmulas del número 24, ó por otras equivalentes. El caso particular en que C sea muy obtuso se ha tratado en el número 27.



Figª 128ª

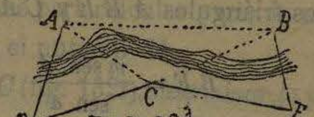
Si no fuese posible medir alguna de las líneas, por ejemplo, $C B$, se levantará en A una perpendicular á $A B$, prolongándola hasta que poco más ó menos sea igual á esta última. Se mide el ángulo $A C B$ y se forma otro igual $A C D$ por medio de una línea indefinida, cuya intersección D con la prolongación de $A B$, se señala en el terreno. Midiendo después la distancia $A D$, se obtendrá la que se busca, puesto que ésta es igual á aquélla.

Puede también medirse, en una dirección cualquiera, una distancia $A C$ y los ángulos en A y C para resolver el triángulo, que dará á conocer la incógnita $A B$.

Si además de ser inaccesible la línea, no pudiese desde un extremo verse el otro, se traza por A (figura 126ª) una recta $C D$, la cual se mide, así como $A C$ y los ángulos en C y en D. Entonces la resolución del triángulo $B C D$ determinará á $C B$, y después la de $A C B$ da á conocer la distancia $A B$.

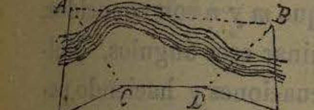
Cuando los dos extremos de la línea inaccesible lo son también, se aplican las resoluciones de los números 24 y 25, según el caso, ó bien se invierte el problema para resolverlo por el método del número 74, esto es, dándole un valor cualquiera á la incógnita, que se corrige después.

PROBLEMA 4º *Determinar una distancia inaccesible $A B$* (fig. 129ª) *en el caso de que sólo se encuentre un punto C desde el cual se vean A y B.* Para resolver este problema se escogen los puntos D y E, tales que desde el primero se descubran A y C, y desde el segundo C y B; se miden las líneas $D C$, $C E$ y los ángulos en D, C y E; y en seguida se resuelven los triángulos $A C D$ y $B C E$, que suministran las distancias de C á A y B respectivamente. Por último, la resolución del triángulo $A B C$, en que se conocen dos lados y el ángulo que forman, da á conocer la distancia $A B$.

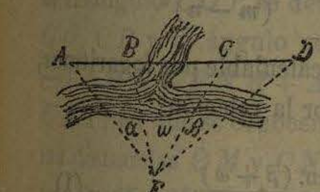


Figª 129ª

PROBLEMA 5º *Hallar una distancia inaccesible $A B$* (fig. 130ª) *en el caso de que no se encuentre punto alguno desde el cual puedan verse sus extremos.* Escójanse dos puntos C y D visibles uno de otro, y tales que desde el primero se descubra A y desde el segundo B. Entonces aplicando la resolución del problema precedente, podrán determinarse las dos distancias incógnitas $C A$ y $D B$ con el auxilio de dos líneas $C E$ y $D F$, así como con el de los ángulos en E, en C, en D y en F. Una vez halladas esas distancias, medida la línea $C D$ y los ángulos $A C D$ y $C D B$, el triángulo $A C D$ en que se conocen dos lados y el ángulo que forman, se determinará á $A D$ y al ángulo $C D A$. En seguida la resolución del triángulo $A D B$, dos de cuyos lados se conocen y cuyo ángulo D se obtiene por diferencia, suministrará el valor de la línea $A B$ que se busca.



Figª 130ª



Figª 131ª

PROBLEMA 6º *Dadas las partes $A B$ y $C D$ de una línea* (fig. 131ª), *determinar la intermedia $B C$ que no puede medirse directamente, en el caso de que no se encuentre más que un punto E desde el cual se vean aquellas.* Desde E se miden los ángulos α, β y ω; los dos primeros entre los extremos de las líneas $A B$ y $C D$ respectivamente, y el último entre los de la línea intermedia $B C$, como lo indica la figura. Sean, además, $A B = m$, $C D = n$, $B C = x$. Los triángulos $A B E$ y $C A E$ darán:

$$B E = \frac{m \text{ sen. } A}{\text{sen. } \alpha} \qquad C E = \frac{(m + x) \text{ sen. } A}{\text{sen. } (\alpha + \omega)}$$

De igual manera los triángulos $B E D$ y $C D E$ dan los nuevos valores:

$$B E = \frac{(n + x) \text{ sen. } D}{\text{sen. } (\beta + \omega)} \qquad C E = \frac{n \text{ sen. } D}{\text{sen. } \beta}$$

Igualando estos valores de las mismas líneas, se obtiene:

$$n + x = \frac{m \text{ sen. } A \text{ sen. } (\beta + \omega)}{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } D} \qquad m + x = \frac{n \text{ sen. } D \text{ sen. } (\alpha + \omega)}{\text{sen. } \beta \text{ sen. } A}$$

Cuando pueden medirse los ángulos A y D, cualquiera de estas ecuaciones suministra el valor de x, puesto que m y n son conocidos; pero para el caso contrario necesitamos eliminar esos ángulos. Multiplicando ordenadamente las dos últimas ecuaciones y haciendo para abreviar:

$$F = \frac{\text{sen. } (\alpha + \omega) \text{ sen. } (\beta + \omega)}{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } \beta}$$

resulta la siguiente de segundo grado:

$$x^2 + (m + n) x + m n = m n F$$

cuya resolución da:

$$x = -\tfrac{1}{2} (m + n) \pm \tfrac{1}{2} (m - n) \sqrt{1 + \frac{4 m n F}{(m - n)^2}}$$

Para hacer esta fórmula más fácilmente calculable por logaritmos, sea λ un ángulo subsidiario determinado por la relación:

$$\tan.^2 \lambda = \frac{4 m n \text{ sen. } (\alpha + \omega) \text{ sen. } (\beta + \omega)}{(m - n)^2 \text{ sen. } \alpha \text{ sen. } \beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

y el valor de la incógnita vendrá á ser:

$$x = -\tfrac{1}{2} (m + n) \pm \frac{m + n}{2 \cos. \lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

De los dos valores de x se adoptará el que dé una resolucion positiva. Este procedimiento puede emplearse para calcular parte de una base como en el caso que se resolvió en el número 24.

Problema 7º *Dado un triángulo $A B C$* (fig. 132ª), *determinar la posición de dos puntos M y N, visibles uno de otro, y desde cada uno de los cuales se ven dos de sus vértices.* Puede resolverse gráficamente este problema haciendo la construcción indicada en el número 73 para trazar dos círculos que pasen por $A C$ y $B C$ respectivamente, y tales que desde cualquier punto de sus circunferencias se vean esos lados bajo ángulos iguales á los observados $A M C$ y $C N B$. En seguida se traza por A una línea que forme con $A C$ un ángulo $C A O = C M N$, y por B otra que forme con $B C$ el ángulo $C B P = C N M$. La línea trazada por los puntos O y P, en que aquellas encuentran á las circunferencias, determinará sobre las mismas las posiciones de M y N que resuelven la cuestión.

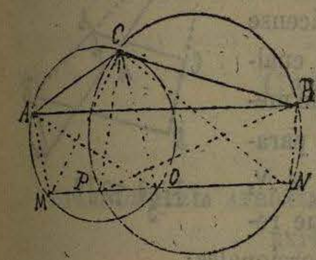


Fig.ª 132ª

La resolución trigonométrica es como sigue: en el triángulo $A C O$ se conoce $A C$ y los tres ángulos, puesto que A y O son respectivamente iguales á los observados $C M N$ y $A M C$; podrá, pues, determinarse el lado $C O$. Por idéntica razón en el triángulo $B C P$ se tienen los datos necesarios para calcular la distancia $C P$. Después en el triángulo $C O P$ se determinarán los ángulos O y P con los datos $C O$, $C P$ y el ángulo comprendido, cuyo valor es: $O C P = 360° - (A M N + B N M + A C B)$. Finalmente, los triángulos $C M O$ y $C N P$, en que se conocen un lado y los tres ángulos, darán á conocer las distancias $C M$ y $C N$, que con los ángulos en C fijan las posiciones de M y N. Si se quiere, pueden también calcularse $A M$ y $B N$ por medio de los triángulos $A C M$ y $B C N$.

Aunque la resolución es algo larga, el problema tiene bastante importancia en aquellos casos en que desde el punto que se quiere situar, tal como M, no sean visibles más que dos vértices trigonométricos; porque bastará buscar otro punto N desde el cual se descubra otro vértice y uno de los anteriores.

PROBLEMA 8º *Dadas dos líneas* $A\ B$, $C\ D$ (fig. 133ª) *y un punto* M *fuera de ellas, trazar por este otra línea que concurra al punto de intersección de las primeras.* Este problema se resolvió analíticamente en el número 114; pero tratándose de líneas cortas, puede aplicarse esta otra resolución. Entre las dos líneas dadas trácense dos paralelas $A\ C$ y $B\ D$ en una dirección cualquiera, y también la línea $M B$. Después de medidas esas tres rectas, se traza por A una paralela á $M B$, sobre la cual se toma la parte $A\ N$, determinada por la ecuación siguiente, que resulta de la comparación de las líneas proporcionales:

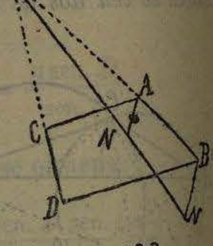


Fig.ª 133ª

$$A\ N = \frac{A\ C \times M B}{B\ D}$$

La recta trazada por los puntos M y N será la que resuelve el problema.

Podrían citarse otros muchos problemas de más ó menos utilidad práctica; pero confío en que los que se han expuesto, y sobre todo, los conocimientos que ha adquirido ya el lector, serán suficientes para que resuelva con facilidad los diversos casos que puedan presentársele.

CAPITULO XVIII.

PLANOMETRÍA APROXIMATIVA.—RECONOCIMIENTOS MILITARES. EXPLORACIONES RÁPIDAS.

173. Antes de dar por terminada la primera parte de la Topografía, juzgo muy conveniente destinar algunas páginas á la exposición de los procedimientos que pueden seguirse para levantar el plano aproximativo de una localidad cuando por falta de tiempo, de instrumentos, ó bien por no necesitarse un trabajo exacto, no es posible aplicar los que se han trazado en los Capítulos precedentes. Inútil parece advertir que los métodos de que voy á ocuparme en éste, no deben emplearse cuando se trate de una operación importante y cuyo resultado afecte á intereses más ó menos cuantiosos; pero hay también muchísimos casos en que la precisión geométrica es innecesaria, ó bien imposible de obtener en medio de las circunstancias de que se halla rodeado el topógrafo. El ingeniero que practica un reconocimiento con el fin de formar un plan exacto de operaciones; el militar que quiere tener idea de los aproches de una plaza ó de un campamento enemigo, ó bien que necesita conocer la localidad en que establece su campo ó sus fortificaciones; el viajero que al explorar una región desconocida, quiere trazar su camino, describir el país dando idea de los accidentes del suelo, formar sus itinerarios, etc., no necesitan por lo común proceder con toda exactitud, ni cuentan tampoco con los medios indispensables para alcanzarla; pero es indudable que aprovechando con alguna habilidad cuantos recursos estén á su arbi-