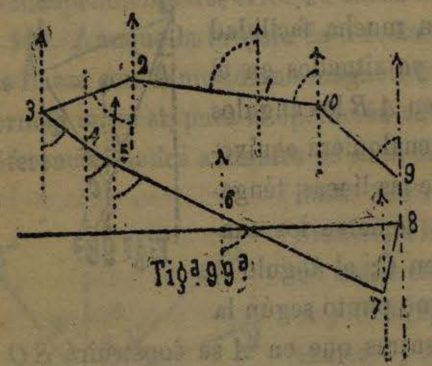
coloque la vista perpendicularmente sobre la punta de la aguja, á fin de evitar que con una visual oblicua se vea proyectada en otro punto de la graduación.

Como modelo de la disposición del registro para un levantamiento á rumbo y distancia, tomo el siguiente por referirse á un polígono sencillo que forma parte de los numerosos trabajos de este género ejecutados en 1857 por la Sección Topográfica de la Comisión del Valle de México. La figura 99ª, es el croquis de este polígono, medido con otros varios, para configurar los detalles del pueblo de Mixcoac; pero tanto en el croquis como en el registro, se han suprimido las ordenadas que fijan aquellos detalles respecto de las directrices, pues en el número 128 se ha dado ya la forma conveniente para inscribir las ordenadas en las columnas que están después de la que corresponde á las distancias.



En estas medidas se tomaban los azimutes directo é inverso contados por cuadrantes, estimándose cuartos de grado, y en caso de hallar alguna pequeña diferencia se inscribía el valor medio. Por ejemplo, en la estación 5 al observar la 6, el azimut directo fué 64° 45′ *S E*; y en la estación 6 al visar la 5 se obtuvo 64° 30′ *N O* por azimut inverso, por lo cual el directo adoptado es 64° 37′.5 *S E*.

Las cuatro primeras columnas son las que se llenan con los datos inmediatos del terreno; veremos en seguida cómo se forman las demás y el modo de aplicar los guarismos que contienen, tanto para comprobar y corregir la operación sin necesidad ni aun del croquis, como para proceder á la construcción definitiva del polígono.

Polígono número......... levantado con brújula.

Estaciones.	Puntos observados.	RUMBOS.	Distancias.	*N*	*S*	*E*	*O*	Notas.
1	2	81°00′ *N O*	178m3	27m89	,,	,,	176m10	
2	3	70 00 *S O*	129. 5	,,	44m29	,,	121. 69	
3	4	61 30 *S E*	63. 2	,,	30. 20	55m63	,,	
4	5	58 30 *S E*	47. 8	,,	24. 97	40. 76	,,	
5	6	64 37.5 *S E*	158. 1	,,	67. 13	143. 16	,,	
6	7	65 37.5 *S E*	245. 4	,,	101. 33	223. 52	,,	
7	8	16 00 *N E*	87. 6	84. 21	,,	24. 14	,,	
8	9	00 00 *N*	59. 9	59. 90	,,	,,	,,	
9	10	52 00 *N O*	132. 3	81. 45	,,	,,	104. 25	
10	1	79 30 *N O*	86. 1	15. 44	,,	,,	84. 70	
		Sumas............	1188m2	268m89 267. 92	267m92	487m21	486m74 487. 21	
		Diferencias......................		0m97			0m47	

Muchas veces se suprime la columna titulada "*Puntos observados,*" porque se supone que desde cada estación se observa la que sigue; pero esta forma me parece más general para el caso en que no sólo se observen los vértices del polígono, sino algunos otros puntos dentro ó fuera de él.

En el número 99 y después en el 129 se ha visto que sea cual fuere la forma de un polígono, siempre puede inscribirse en una figura rectangular, bastando para esto proyectar sus lados sobre dos ejes cualesquiera, que se corten en ángulo recto. Este principio que aplicamos á la comprobación de los levantamientos con la escuadra, comparando los lados opuestos del rectángulo que resulta, se aplica también de preferencia para comprobar y rectificar las operaciones ejecutadas con la brújula. En efecto, puesto que se conocen los lados k y sus rumbos u, podrán calcularse sus proyecciones, $x = k\,\mathrm{sen.}\,u$, $y = k\cos.\,u$ tomando por ejes la meridiana magnética y su perpendicular. Estas proyecciones son las que constan en las cuatro columnas del registro que tienen por título las iniciales de los puntos Norte, Sur, Este y Oeste. Las dos primeras contienen las $y\,y$ ó sea las proyecciones sobre la meridiana, y las dos últimas las $x\,x$ ó las proyecciones sobre la perpendicular.

En la triangulación hemos acostumbrado á contar los azimutes de 0° á 360° partiendo del Norte hacia el Oeste, y vimos allí que basta conocer el valor numérico de un azimut para saber desde luego en qué cuadrante se halla el punto observado; pero el mismo resultado se obtiene con las iniciales que acompañan á los rumbos tomados con la brújula, cuando se cuentan por cuadrantes, pues por ejemplo, la abreviatura *N O* indica que el punto correspondiente se halla en el primer cuadrante, y se sabrá desde luego que su y debe contarse hacia el Norte y su x hacia el Oeste. Las iniciales *S E* indican que la y se ha de tomar hacia el Sur y la x hacia el Este, y así en las otras combinaciones *N E* y *S O*. De este modo, calculadas las dos proyecciones de cada lado, se van inscribiendo en las cuatro columnas del registro bajo sus títulos correspondientes, sin que pueda haber equivocación alguna, teniendo presente que la y se apunta en la columna cuya inicial es la primera del rumbo, y la x en la que tiene por título la segunda inicial del mismo rumbo.

146. Antes de pasar adelante, indiquemos un modo de abreviar el cálculo de las proyecciones, pues aunque muy sencillo, es también laborioso cuando se trata de polígonos de muchos lados. La tabla que va al fin de este libro con el título de "*Tabla de coordenadas*" [1], está calculada por las fórmulas $x = k \,\text{sen.}\, u$, $y = k \cos.\, u$, para todos los valores de k desde 1 hasta 9, y para los de u de 15′ en 15′, que es la aproximación con que se toman comunmente los ángulos con la brújula.

La disposición de la tabla es esta: los grados de los azimutes desde 0° hasta 45° constan en la primera línea y los minutos, de cuarto en cuarto de grado, en la primera columna. Desde 45° hasta 90° los grados van en la última línea y los minutos en la última columna. En las columnas segunda y penúltima están las distancias de 1 á 9, y en frente de ellas, y en las dos columnas que corresponden á cada

(1) Los ingleses la llaman "Traverse table," denominando *departure* á la abscisa y *latitude* á la ordenada; pero me han parecido muy impropias estas denominaciones.

número de grados, constan los valores de las proyecciones x é y. Estos están aproximados hasta la quinta decimal, con el objeto de que puedan obtenerse con exactitud aunque la distancia dada sea considerable.

Supongamos que se quiera saber cuáles son las coordenadas del extremo de una línea de 874^m.5 de largo, y cuyo azimut sea de 37° 45′. Como la tabla da separadamente los valores de x é y para las distancias de 8, de 7, de 4 y de 5, no habrá más que mover el punto que separa la parte entera de la decimal, para obtener los que corresponden á 80, 800, etc., á 70, 700, etc. Se comenzará, pues, por buscar en la tabla el azimut dado, y se tomarán los valores de las proyecciones para 800, 70, 4 y 0,5 cuya suma suministra los que corresponden á la distancia dada. Hé aquí el cálculo:

k	x	y
Por 800^m	489^{m}77	632^{m}55
„ 70	42. 86	55. 35
„ 4	2. 45	3. 16
„ 0. 5	0. 31	0. 40
Por 874. 5	$x =$ 535^{m}39	$y =$ 691^{m}46

Sólo se han aproximado estas cantidades hasta la segunda decimal, siguiendo la regla general de aumentar una unidad á la última cuando la cifra que se desecha es mayor que 5.

Aunque no es frecuente que los rumbos tomados con la brújula se lean con más aproximación que la de un cuarto de grado, la tabla puede servir para otras fracciones más pequeñas haciendo la interpolación. Por ejemplo, si con la distancia anterior el azimut hubiera sido, 37° 50′, se calcularían las proyecciones para 38° 00′ y se interpolarían entre éstas y las precedentes por los 5′ de exceso respecto del primer azimut, de este modo:

k	x	y
Por 800^m	492^{m}53	630^{m}41
„ 70	43. 10	55. 16
„ 4	2. 46	3. 15
„ 0. 5	0. 31	0. 39
Por 874. 5	$x =$ 538^{m}40	$y =$ 689^{m}11

La diferencia por 15′ es en la abscisa $+3^{m}.01$, y en la ordenada $-2^{m}.35$, de modo que por 5′ serán $+1^{m}.00$ y $-0^{m}.78$ respectivamente. Los valores que corresponden al azimut 37° 50′ serán, pues:..........
$x = 536^{m}39$, $y = 690^{m}.68$.

Cuando en la cantidad dada haya *ceros* intermedios, deben tomarse en cuenta como en el caso siguiente. Sea $k = 3002^{m}.7$ y $u = 75°30'$.

k	x	y
Por 3000^{m}	$2904^{m}44$	$751^{m}14$
" 2	1.94	0.50
" 0.7	0.68	0.18
Por $3002^{m}7$	$x = 2907^{m}06$	$y = 751^{m}82$

Nótese que cuando el azimut, como en este último ejemplo, pasa de 45°, la x corresponde á la y del complemento y viceversa, por lo cual están invertidos los títulos de las columnas en la parte inferior de la página.

147. Por las explicaciones que preceden se comprenderá lo fácil que es llenar las columnas del registro que llevan por títulos las iniciales N, S, E y O, valiéndose de los datos *rumbo* y *distancia* obtenidos para cada lado del polígono. Se comprenderá también que las sumas de las cantidades inscritas en las columnas tituladas N y S dan los lados del rectángulo circunscrito al polígono, y los cuales son paralelos á la meridiana; así como las sumas de los guarismos de las otras dos columnas suministran los lados del mismo rectángulo dirigidos de Oriente á Poniente. Si son iguales entre sí las dos primeras sumas, lo mismo que las dos últimas, ó por lo menos si difieren muy poco, se deducirá fundadamente que la operación de campo fué bien ejecutada, y se tendrá la seguridad de que el polígono *cierra* bastante bien.

Este método es precioso, no sólo porque inmediatamente da idea de la bondad de la operación sin necesidad de la construcción previa del polígono, en la cual influyen siempre los errores gráficos, sino porque permite distribuir entre todas las distancias la pequeña diferencia que casi siempre se halla entre las sumas de sus proyecciones

y suministra desde luego las coordenadas de los vértices para hacer en seguida la construcción.

En el registro que nos sirve de ejemplo se encuentra $0^{m}.97$ de diferencia entre los lados del rectángulo dirigidos de Norte á Sur, y $0^{m}.47$ entre los dirigidos de Oriente á Poniente. Es de suponerse que esas diferencias provienen de la acumulación de pequeños errores cometidos en todos los lados, y en igualdad de circunstancias debe admitirse, como muy probable, que los errores correspondientes á los lados sean proporcionales á sus longitudes. De estas consideraciones se deduce la regla general para distribuir las diferencias finales, formulada en la siguiente proporción: *La suma de todas las distancias es á la diferencia total de sus proyecciones, como cada distancia es á la corrección que corresponde á su proyección.*

La distribución del error, ó sea la *compensación*, como se llama comunmente, debe hacerse tanto á las proyecciones sobre la meridiana como á las proyecciones sobre su perpendicular, tomando en cada caso la diferencia total correspondiente, quiere decir, la de las columnas N y S en el primer caso, y la de las E y O en el segundo. Designando en general por d una de esas diferencias, por p el perímetro del polígono, ó sea la suma de todas las distancias, y por k cualquiera de ellas, la regla antes establecida equivale á la fórmula siguiente, en la que c representa la corrección que corresponde á la proyección del lado k:

$$c = \frac{d}{p}\ k$$

Para aplicarla, corrijamos las dos proyecciones del primer lado $k = 178^{m}.3$, usando respectivamente $d = 0^{m}.97$ y $d = 0.^{m}47$. La primera corrección será:

$$\frac{0.97}{1188.2} \times 178.3 = 0.000816 \times 178.3 = 0^{m}.15$$

Para la segunda se tiene:

$$\frac{0.47}{1188.2} \times 178.3 = 0.000396 \times 178.3 = 0^{m}.07$$

Como la columna N da una suma mayor que la S, y la proyección del lado que consideramos se halla en la primera, haremos substractiva la corrección $0^{m}.15$ Por una razón análoga, haremos aditiva la otra corrección $0^{m}.07$, de modo que las proyecciones correctas del primer lado serán $27^{m}.74$ sobre el meridiano y $176^{m}.17$ sobre su perpendicular.

El cociente $\frac{d}{p} = 0.000816$ que representa la corrección por la unidad de distancia, es constante para las cantidades de las dos primeras columnas N y S; así como 0.000396 lo es para las dos últimas E y O. Una vez hechas todas las correcciones, la combinación de las proyecciones correctas sirve para hallar las coordenadas de todos los vértices del polígono referidas á cualquiera de ellos como origen. Conviniendo en considerar positivas las ordenadas hacia el Norte y las abscisas hacia el Oeste, como se hizo en la triangulación, daremos el signo + á las cantidades de las columnas primera y última, y el signo — á las de las dos intermedias. Tomando, además, por origen la estación 8, formaremos la tabla siguiente que contiene las proyecciones ya corregidas y las coordenadas de los vértices.

Estaciones.	N +	S —	E —	O +	y	x
1	$27^{m}74$	"	"	$176^{m}17$	+ $156^{m}6$	+ $189^{m}0$
2	"	$44^{m}40$	"	121.74	+ 184.3	+ 365.2
3	"	30.25	$55^{m}60$	"	+ 139.9	+ 486.9
4	"	25.01	40.74	"	+ 109.6	+ 431.3
5	"	67.26	143.10	"	+ 84.6	+ 390.6
6	"	101.53	223.42	"	+ 17.3	+ 247.5
7	84.14	"	24.11	"	— 84.1	+ 24.1
8	59.85	"	"	"	0.0	0.0
9	81.34	"	"	104.30	+ 59.8	0.0
10	15.37	"	"	84.73	+ 141.2	+ 104.3
	$268^{m}44$	$268^{m}45$	$486^{m}97$	$486^{m}94$		

Se ve desde luego que la suma de las cantidades de N y S han resultado ya sensiblemente iguales, lo mismo que las de E y O. Res-

pecto al modo de calcular las coordenadas, la regla consiste en sumar con sus signos las proyecciones, partiendo del punto que se toma por origen, hasta el que precede al vértice cuyas coordenadas se quieren obtener. Así, por ejemplo, para calcular la ordenada y la abscisa de la estación 4, tendremos:

8	+ $59^{m}85$	$0^{m}00$
9	+ 81.34	+ 104.30
10	+ 15.37	+ 84.73
1	+ 27.74	+ 176.17
2	— 44.40	+ 121.74
3	— 30.25	— 55.60
4	$y = +\ 109^{m}65$	$x = +\ 431^{m}34$

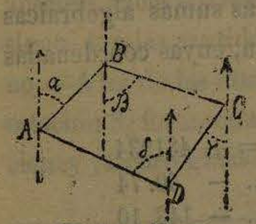
Estos cálculos se comprueban continuando las sumas algebraicas hasta volver á llegar al origen ó punto de partida, cuyas coordenadas deben resultar nulas.

4	$y = +\ 109^{m}65$	$x = +\ 431^{m}34$
4	— 25.01	— 40.74
5	— 67.26	— 143.10
6	— 101.53	— 223.42
7	+ 84.14	— 24.11
8	$y =$ $0^{m}0$	$x =$ $0^{m}0$

Obtenidas así las coordenadas de todos los vértices, se aplican á la construcción del polígono, al cálculo de su superficie, etc.

Tal es la marcha general que debe seguirse al aplicar este sencillo y utilísimo procedimiento; mas si algunas de las líneas ó de los ángulos medidos en el terreno se juzgan dignos de menos confianza que los demás, puede el ingeniero hacerles sufrir una corrección algo más fuerte al distribuir la diferencia final, en lugar de hacer la compensación proporcionalmente al valor de cada distancia. En el polígono que nos sirve de ejemplo, la diferencia de $0^{m}97$ es bastante considerable atendida la pequeñez del perímetro, y acaso pudiera atribuirse con fundamento la mayor parte del error á los rumbos tomados en las estaciones 3 y 4, porque siendo muy pequeñas las distancias, acaso se haya hecho sentir la influencia de la excentricidad del telescopio de la brújula con que se hizo esta medida. Sin embargo de esto, creo que si no se tiene una fuerte presunción de la inexactitud de una parte del polígono, lo más prudente será abstenerse de hacer correcciones arbitrarias, y aplicar de preferencia el método que se ha explicado.

148. Cuando se levanta el plano de un polígono con la brújula por coordenadas polares, parece á primera vista que también podría comprobarse la operación sumando los ángulos interiores y comparando el resultado con la suma teórica $(n-2) \times 180°$; sin embargo, nada sería más falaz que semejante prueba, en atención á que sirviendo los rumbos observados para deducir los ángulos del polígono, el mismo azimut entra con signos diferentes al deducir dos ángulos contiguos, y por consiguiente desaparece en la suma sin dejar vestigio del error que podría tener. Sea, en efecto, $A\,B\,C\,D$ (figura 100ª) un cuadrilátero en que se han tomado los rumbos α, β, γ y δ por cuadrantes como lo indica la figura. Sus ángulos interiores serían:



Figª 100ª

$$
\begin{aligned}
A &= 180° - (\alpha + \delta) \\
B &= \quad\;\; + (\alpha + \beta) \\
C &= 180 \;\; - (\beta + \gamma) \\
D &= \quad\;\; + (\gamma + \delta)
\end{aligned}
$$

cuya suma siempre es: $A + B + C + D = 360°$, sean cuales fueren los errores de los azimutes observados.

Los errores de los rumbos pueden provenir ó de una simple equivocación en la lectura, ó de alguna causa de atracción local que ejerciendo su influencia en la aguja, la desvía de su dirección normal. Si en este último caso la desviación fuese la misma en todas las estaciones, ni podría descubrirse ni tampoco habría gran interés en hacerlo, puesto que conservando la brújula su paralelismo, aunque la orientación quedase incorrecta, todas las demás operaciones de campo y de gabinete se harían con la misma facilidad y exactitud. Sin

embargo, nunca ó casi nunca es constante la desviación; porque para que lo fuera sería preciso admitir que la causa que la produce obraba siempre á la misma distancia, lo cual es muy difícil, si no imposible, cuando se sigue con la brújula una línea más ó menos sinuosa.

Para descubrir el error de un azimut, ya sea que provenga de una atracción anormal, ya de una equivocación de lectura, lo que debe hacerse es tomar siempre los dos rumbos directo é inverso de cada línea, que debiendo ser iguales si se cuentan por cuadrantes, ó suplementarios si se cuentan hasta 360°, se comprueban necesariamente el uno al otro. Supongamos, en efecto, que exista en M (figura 101ª) una masa ferruginosa ú otro centro cualquiera de atracción que obre sobre la aguja, la cual, atraída á la vez en la dirección $A\,N$ por la acción directriz de la tierra, y en la de $A\,M$ por la causa accidental supuesta, tomará una posición intermedia formando con su situación normal un ángulo x. Si llamamos a el azimut correcto de $A\,B$, la lectura que obtendríamos sería: $a' = a - x$. Por la misma razón, en B se obtendría $a'' = a + y$, de suerte que en lugar de ser nula la diferencia de las dos indicaciones, daría $a'' - a' = x + y$. Desde luego podría atribuirse este resultado á un error de lectura; pero si repetidas las observaciones se encontrasen siempre diferentes el azimut directo y el inverso, no quedaría duda de la existencia de una causa irregular de atracción. ([1]) Muchas veces sucede que no se notan esas atracciones accidentales en una parte de la línea poligonal que se mide; porque la desviación que producen en la brújula es inferior á la aproximación con que pueden leerse los ángulos. Su-

Figª 101ª

([1]) Son muy frecuentes las atracciones anormales en los terrenos montañosos, porque casi siempre las rocas que los forman contienen substancias magnéticas. Los topógrafos de la Comisión del Valle en 1857, descubrieron en las inmediaciones de la colina de Chapultepec una desviación de 2° 20′ originada por alguna de las substancias que constituyen aquella roca. En otras ocasiones he hallado desviaciones de más de 3°. Por varios experimentos modernos se sabe que obran sensiblemente sobre la brújula muchos cuerpos que no contienen ninguna de las materias consideradas como magnéticas.

pongamos que en A y B (fig. 102ª) no ha habido diferencia sensible entre el rumbo directo y el inverso; pero si el azimut directo de $B\,C$ es β y el inverso $\beta - x$, es claro que la atracción comienza á hacerse sentir en C, puesto que β es correcto por haberse hallado en B la misma indicación que en A. La desviación en C es, pues, x, de modo que al tomar el azimut de D deberá hacerse la corrección x á la lectura que dé la aguja y que sería $\gamma - x$. Conociendo así el azimut correcto de D, se sabrá también cuál debe ser la indicación en este último punto al tomar el inverso, y comparándola con la que da la aguja, se obtendrá una diferencia y, que es la desviación en D, procediendo así sucesivamente de estación en estación.

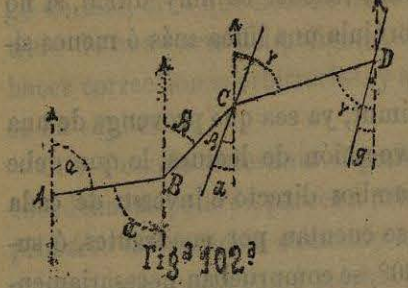


Fig.ª 102ª

Por lo que precede se ve que observando en cada vértice el rumbo directo y el inverso, se puede: 1º Corregir una equivocación de lectura. 2º Descubrir una causa de atracción irregular. 3º Investigar desde qué punto comienza á hacerse sentir. 4º Corregir las observaciones, ó determinar en cada estación el valor angular de la desviación de la aguja.

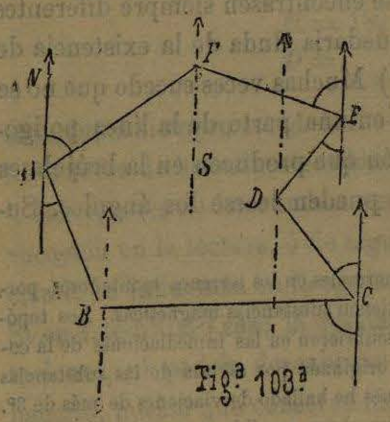


Fig.ª 103ª

La propiedad que tienen los azimutes directo é inverso de ser, según el modo de contarlos, iguales ó suplementarios, permite abreviar mucho las operaciones del terreno, no estacionando en todos los vértices del polígono sino haciendo la doble observación en uno y omitiéndola en el siguiente, como lo indica la figura 103, en la cual he representado con líneas continuas las meridianas de los puntos A, C y E en que supongo tomados los rumbos. Es evidente que, por ejemplo,

en F, el azimut de $F\,A$ contado desde el Sur, es el mismo que el observado en A, y contado desde el Norte, esto es: $N\,A\,F = S\,F\,A$; de suerte que para indicar los cuadrantes deben convertirse las iniciales N y E en S y O respectivamente y viceversa. Aunque suele adoptarse este procedimiento cuando se desea trabajar con rapidez, tiene el grave inconveniente de que no pueden comprobarse las operaciones, como sucede tomando los dos azimutes en cada estación.

149. El método que se ha expuesto en los párrafos precedentes para comprobar y corregir las operaciones hechas con la brújula, valiéndose del cálculo de las proyecciones, es también aplicable á las operaciones ejecutadas con cualquier otro goniómetro, pues todo consiste en deducir los ángulos que todos los lados medidos forman con una misma línea, ya sea la meridiana ó cualquiera otra elegida arbitrariamente. La ventaja real de la brújula es la de suministrar directamente esos ángulos; mientras que haciendo uso de otro instrumento es preciso calcularlos, naturalmente con un aumento de trabajo. Sin embargo, es posible sistematizar las observaciones de tal manera que con el teodolito, el grafómetro, el pantómetro, etc., se obtengan también por la medida directa sobre el terreno los ángulos formados con una sola línea, por ejemplo, con el primer lado del polígono. Sea, en efecto, $A\,B$ (fig. 104) el primer lado, y supongamos que la primera estación se hace en B.

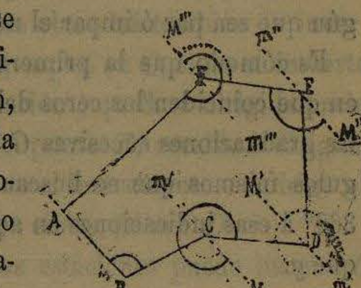


Fig.ª 104ª

Después de nivelado el goniómetro se dirige á la señal A, y admitamos que fijado el instrumento en esa dirección, indique la graduación g. Si en seguida se dirige su parte superior y C y supongamos que la lectura sea G, es claro que el ángulo que forma el segundo lado $B\,C$ con el primero es $G - g$. Esta parte de la operación no ofrece diferencia con la simple medida de un ángulo cualquiera; pero si dejando fijo el tornillo de presión para que los vernieres continúen señalando la graduación G, se traslada el goniómetro á C, y por su movimiento general se dirige á la estación