CAPITULO XIII.

DEL GRAFÓMETRO Y DEL PANTÓMETRO.

132. Otro goniómetro que se aplica también á la medida de terrenos pequeños, es el *grafómetro*. Comunmente consta de un semicírculo dividido $A\ B\ C$ (fig. 81ª), y á veces de un círculo entero. Tiene dos pínulas fijas en A y C, perpendiculares á su plano, y otras dos móviles D y E, que van unidas á una alidada cuyos extremos tienen vernieres para apreciar las fracciones de la graduación. Todo el sistema se apoya en una *rodilla* F para fijarlo al tripié.

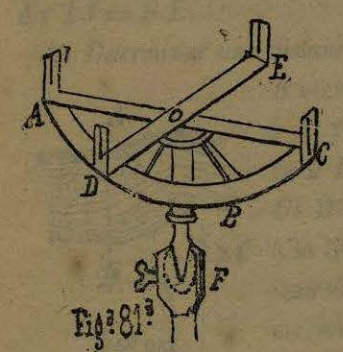


Fig.ª 81.ª

Para comprobar el instrumento, se mueve la alidada hasta que las pínulas D y E estén en la misma dirección que A y C, y se hacen coincidir perfectamente las visuales, de manera que el hilo de una de las pínulas cubra exactamente al de la otra. En esta posición un vernier debe señalar 0° y el otro 180°. Si esto no se verifica, se lee su indicación, la cual es el error inicial del instrumento, que debe llevarse en cuenta.

Un ángulo se mide con el grafómetro dirigiendo la pínula fija á una de las señales, valiéndose del movimiento general del instrumento, y la móvil á la otra. El ángulo que da el vernier es el de los

objetos, ó bien su suplemento, según que se haya procedido en el orden de la graduación ó en sentido inverso. Conviene hacerlo de las dos maneras para obtener un resultado medio, más independiente de los errores de la división, y aun de la centración cuando el grafómetro no tiene círculo completo, pues en tal caso, en cada observación angular no puede leerse más que un vernier, y de consiguiente no se elimina el error de excentricidad.

Aunque las pínulas son bastante largas, hay veces que los objetos que se observan, por estar situados á alturas muy desiguales, no pueden verse al través de las aberturas, cuando el limbo está sensiblemente horizontal. En tal caso es preciso colocar el plano del instrumento en el de los objetos, por medio del movimiento é inclinaciones que pueden dársele con la rodilla F; y después de medido el ángulo inclinado y los de altura de las dos señales, se reduce á su proyección horizontal, por el método del número 53. El mismo movimiento permite colocar el limbo en un plano vertical para medir los ángulos de altura ó de depresión.

133. Hay otro instrumento llamado *pantómetro*, cuyo uso es análogo al del grafómetro, cuando tiene pínulas; aunque á veces las pínulas están sustituídas por un telescopio pequeño, como sucede en el que representa la figura 82ª El pantómetro se compone de dos cilindros del mismo diámetro, que se mueven uno sobre otro por medio del tornillo T, y de los cuales el uno lleva la graduación y el otro los vernieres. Se fija en el tripié, como el grafómetro, por medio de una rodilla, la cual se compone de una esfera que se aloja en el hueco de dos piezas metálicas, que puedan acercarse ó alejarse por medio del tornillo F, de suerte que apretándolo se paraliza el movimiento de la rodilla, sin impedirse el de todo el instrumento al derredor del pequeño cilindro G. Cuando se afloja el tornillo, la esfera se mueve libremente dentro de la cavidad que la contiene, disposición que permite dar á la columna diversos grados de inclinación, y por consiguiente nivelar

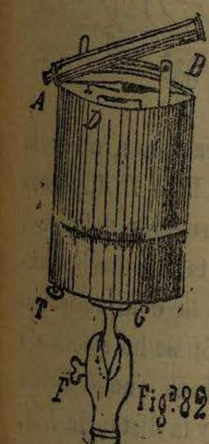


Fig.ª 82.ª

el instrumento, valiéndose del nivel $D E$. En la parte superior del pantómetro está el telescopio dotado de un movimiento perpendicular al plano que contiene la graduación. A veces también tiene una brújula pequeña para hacer las orientaciones.

Por esta breve descripción se comprende que el pantómetro, construído de esta manera, es preferible al grafómetro común, en atención á que da los ángulos ya reducidos al horizonte, y puede decirse que es un teodolito más portátil y menos perfecto que los que se han descrito en el Capítulo IV. Sus rectificaciones son semejantes á las del teodolito, por lo que no creo necesario repetirlas.

El grafómetro y el pantómetro, siendo instrumentos más perfectos que la escuadra, tienen un uso más extenso, pudiendo emplearse para cualquiera de los tres métodos de levantamiento que hemos explicado. Si se quiere hacer uso del de coordenadas polares para levantar el plano del polígono representado en la figura 83ª, se toma cualquiera de sus vértices por punto de partida, A, por ejemplo, y se mide el ángulo en A y la distancia $A B$; el ángulo en B y la distancia $B C$; el ángulo en C y la distancia $C D$, prosiguiendo así hasta medir el ángulo en L y la distancia $L A$.

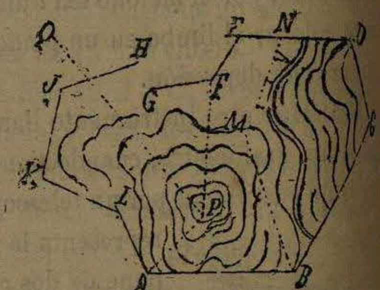


Fig. 83ª

Si se pudieran suponer perfectas todas las operaciones, no sería necesario medir ni el último ángulo L, ni el último lado $L A$, puesto que situados ya A y L, se podría terminar la construcción del plano, uniéndoles simplemente con una línea; pero como tal hipótesis nunca debe admitirse, siempre es necesario procurarse la comprobación de medir los últimos elementos, pues si la operación se ha ejecutado bien, construyendo en L el ángulo observado, la línea que lo forma irá á terminar precisamente al punto de partida A, y la distancia $L A$, valuada con la escala, será igual á la que se ha medido.

Todos los datos se van apuntando en el registro, teniendo cuidado de inscribir en él los valores de los ángulos *interiores* del polígono,

aunque sean mayores que 180° como sucede en F, G y L. Si se tiene que referir la medida á una triangulación, es preciso medir también la distancia de algún vértice del polígono al punto trigonométrico P más inmediato, así como el ángulo $Q P A$ formado por uno de los lados de la red con la línea de referencia $P A$, y de esta manera se consigue, no sólo el enlace de la operación parcial con la general, sino también la orientación de todos los lados del polígono, puesto que con esos elementos, cada uno resulta con una posición perfectamente determinada respecto de la dirección del lado trigonométrico $P Q$, cuyo azimut es conocido. Siempre que sea posible, es conveniente medir también otra distancia tal como $P F$ y el ángulo $Q P F$, que son datos adicionales propios para suministrar medios de comprobación, pues es claro que el punto F situado por medio de los alineamientos poligonales $A B$, $B C$...... $E F$, debe coincidir con el mismo punto, deduciendo su posición del ángulo $Q P F$ y de la distancia $P F$, ó si se quiere, de las dos líneas $A P$ y $P F$.

La forma siguiente me parece propia para el registro, acompañándola siempre del croquis del polígono.

Polígono núm......... levantado con pantómetro.

Estaciones.	Puntos observados.	ÁNGULOS.	DISTANCIAS.	NOTAS.
A	L P B	10° 00′ 00″ 97 15 30 129 21 00	 $A\ P = 279^{m}4$ $A\ B = 361.7$	P es punto trigonométrico. El ángulo.... $Q P A = 81° 17'$
B	A M C	00 00 00 79 34 00 130 42 30	 $B\ C = 432.5$	$B M$ y $M N$ son líneas auxiliares para configurar las inflexiones del arroyo.
C	B D	30 00 00 152 26 30	 $C\ D = 203.6$	$B M = 407^{m}2$ y $MN = 281^{m}1$. $B M N = 134° 33'$.
....	....	....	....	
L	K A	20 00 00 241 54 30	 $L\ A = 157.3$	

En lugar de inscribir los ángulos del polígono solamente, se han inscrito las lecturas angulares obtenidas para cada punto observado. Aquellos se deducen restando una de otra las dos lecturas correspondientes á las visuales dirigidas á los vértices anterior y posterior respecto del que se trata. El ángulo A del polígono será por ejemplo: $A = 129° \, 21' \, 00'' - 10° \, 00' \, 00'' = 119° \, 21' \, 00''$. En B se tendrá: $B = 130° \, 42' \, 30''$. En L resulta: $L = 241° \, 54' \, 30'' - 20° \, 00' \, 00'' = 221° \, 54' \, 30''$.

Un medio de hallar frecuentes comprobaciones, que se recomienda por la facilidad de su ejecución, consiste en elegir en el interior del polígono un punto que sea visible desde varios de sus vértices, y entonces, al estacionar en cada uno de ellos, se le dirige una visual, como se ha hecho en el ejemplo anterior respecto del punto P desde A y F. Luego que se ha construído el polígono, si se trazan desde los vértices las direcciones de esas visuales, todas deberán concurrir en un solo punto si no hay error en las posiciones de aquéllos.

Algunas veces, en lugar de medir todos los ángulos y lados de un polígono, es más cómodo proceder de esta manera: Se escoge un punto central A (fig. 84ª), y desde él se dirigen visuales á todos los vértices, tomando los ángulos que éstas forman entre sí, y se miden después las distancias $A\,B$, $A\,C$, $A\,D$, ..., $A\,G$. Es evidente que esos datos son los suficientes para poder construir el plano del polígono. Este método, que se ha llamado de *radiación*, aunque en realidad no es más que una modificación del de coordenadas polares, se aplica especialmente cuando el polígono tiene pocos lados, ó bien cuando su contorno es de difícil acceso ó presenta obstáculos que dificultan su medida.

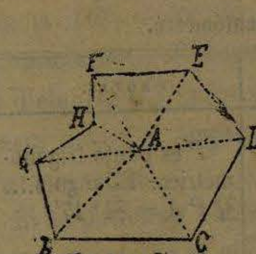


Fig.ª 84ª

134. La planografía de un polígono levantado por el método de coordenadas polares, se ejecuta trazando líneas proporcionales á los valores de las distancias, y construyendo los ángulos que forman entre sí. Se comienza por situar el punto ó los puntos que se hayan referido inmediatamente á la triangulación, si la hubiere, como A en

la figura 83ª, esto es: sobre la línea $P\,Q$, que por ser lado trigonométrico, lo suponemos ya situado en el plano, se forma el ángulo $Q\,P\,A$, y se toma la distancia $P\,A$ con arreglo á la escala. Establecido así el primer punto del polígono, es necesario comprobar el valor de los ángulos antes de proseguir la construcción. Se sabe para esto, que siendo n el número de lados, la suma de todos los ángulos *interiores* deberá ser $s = (n - 2) \times 180°$. Como por lo general, los ángulos medidos no satisfacen esta ecuación á causa del error de las observaciones, que comunmente es tanto mayor cuanto más imperfectos son los instrumentos que se han empleado, la suma s' que se obtiene, difiere de s una cantidad $\pm e$, la cual debe dividirse por partes iguales entre todos los ángulos, de modo que la corrección de cada uno será $\mp \frac{e}{n}$. Conocidos los valores de los ángulos así corregidos, y situado el primer vértice A como se ha dicho, se formará el ángulo $P\,A\,B$, y tomando la distancia $A\,B$ con arreglo á la escala, quedará establecido el segundo vértice B. En seguida se trazará desde B una línea indefinida que forme con $A\,B$ el ángulo B del polígono, y se toma la distancia $B\,C$ que determina el punto C, prosiguiendo lo mismo hasta el último vértice L. Si tanto las operaciones del campo como la construcción del plano están libres de algún error de importancia, trazando por L una recta que forme con $K\,L$ el ángulo L del polígono, esta línea irá á terminar al punto A, y la distancia $L\,A$, apreciada con la escala, deberá dar precisamente su valor en el terreno. Se dice en tal caso que el polígono *cierra* bien.

Si la línea $L\,A$ es mayor ó menor que la distancia que representa, ó bien si sucede que la recta que forma con $K\,L$ el ángulo L, no va á concurrir al vértice A, es claro que hay algún error en las operaciones, y deberá buscarse su causa, ya sea en la construcción del plano ó en las observaciones del campo. Si revisada la construcción se vuelve á encontrar diferencia, y ésta es de consideración, será preciso repetir la planometría del polígono para descubrir las distancias ó los ángulos incorrectos; pero si es pequeña, puede creerse con fundamento que no hay errores de importancia en los datos del terreno; y como los que se notan suponemos que están comprendidos dentro de los límites de aproximación que dan los instrumentos, debe recurrirse á la corrección gráfica de la construcción que paso á indicar.

Sea $A\,B\,C\,D\,E\,F$ el contorno que no cierra en virtud de los pequeños errores de observación, dando la pequeña diferencia $F\,A$, que en la figura 85ª se ha exagerado para darle más claridad. No habiendo fundamento alguno para atribuir á una parte del polígono mayor error que al resto, se dividirá la diferencia final $A\,F$ entre todos los lados proporcionalmente á su valor, de este modo: Sean $l_1, l_2, \ldots\ldots, l_n$ los lados del polígono, y $c_1, c_2, \ldots\ldots, c_n$ las correcciones que les corresponden. Hagamos $A\,F$, valuado con la escala, igual á c_n, y llamando p el perímetro del polígono $l_1 + l_2 + \ldots\ldots l_n$, tendremos para el primer lado $A\,B$: $p : c_n :: l_1 : c_1$, de donde resultará: $c_1 = \frac{c_n}{p} l_1$. Para el segundo lado $B\,C$ se tendrá igualmente: $p : c_n :: l_1 + l_2 : c_2$, ó bien $c_2 = \frac{c_n}{p}(l_1 + l_2)$. Prosiguiendo así hasta el penúltimo lado, la corrección del vértice E será:

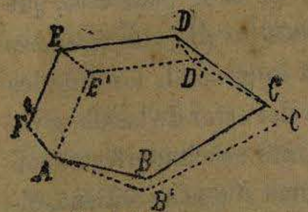


Fig.ª 85ª

$$c_{n-1} = \frac{c_n}{p}(l_1 + l_2 + \ldots\ldots l_{n-1})$$

Conocidos los valores numéricos de las correcciones se trazarán por todos los vértices del polígono líneas paralelas á $A\ F$, y sobre éstas se tomarán las distancias $B\,B' = c_1$, $C\,C' = c_2$, ...$E\,E' = c_{n-1}$, de manera que el polígono corregido será $A\,B'\,C'\,D'\,E'$.

Supongamos un pentágono cuyos lados sean:

$$\begin{aligned} A\,B &= 175^{m}2 \\ B\,C &= 341.7 \\ C\,D &= 289.6 \\ D\,E &= 274.5 \\ E\,A &= 124.3 \\ \hline p &= 1205^{m}3 \end{aligned}$$

Si al hacer la construcción, el último lado en lugar de concurrir al primer vértice A, termina en un punto cuya distancia al primer

tomada en la escala, es de 8^{m}, en virtud de las fórmulas anteriores se tendrá: $\frac{c_n}{p} = 0.0066$, y las correcciones serán:

$$\begin{aligned} B\,B' &= 175^{m}2 \times 0.0066 = 1^{m}16 \\ C\,C' &= 516.9 \times 0.0066 = 3.41 \\ D\,D' &= 806.5 \times 0.0066 = 5.32 \\ E\,E' &= 1081.0 \times 0.0066 = 7.13 \\ F\,A' &= 1205.3 \times 0.0066 = 8.00 \end{aligned}$$

Estas son las cantidades que deberán moverse los vértices paralelamente á $A\,F$ para hacer cerrar el polígono, las cuales tendrán que reducirse al valor de la escala. Es claro que según sea ésta, variará el tamaño de cada corrección en el plano, de suerte que el mismo error numérico puede ser muy notable en una escala grande ó pasar desapercibido en una muy pequeña. En la de $\frac{1}{20000}$ el mayor error $A\,F$ sería sólo de $0^{m}.0004$ sobre el papel, y los demás en su mayor parte inapreciable; mientras que en la de $\frac{1}{5000}$ el mismo error quedaría representado por $0^{m}0016$, es decir, sería bastante notable. Esto indica que los planos que han de construirse con escalas grandes, deben levantarse generalmente con más cuidado, midiendo tanto los ángulos como los lados, con más precisión que cuando han de construirse con escalas muy pequeñas.

En la construcción de un polígono levantado por coordenadas polares, tal como la hemos explicado, se ve que aun suponiendo bastante exactos los datos del terreno, el menor error que se cometa al construir los ángulos ó al tomar alguna de las distancias con el doble-decímetro influye necesariamente en todos los demás vértices, aumentándose sus efectos al paso que crece el número de lados. Si al fijar, por ejemplo, la dirección de $A\ B$ (figura 86ª), se desvía un poco la línea de modo que su extremo vaya á situarse en B'; como en este punto se debe construir sobre $A\ B$ el ángulo $A\,B\,C$, resultará que ese ángulo se formará en B', y el punto que debería estar en C se colocará en C'; y aun cuando las distancias y los ángulos se cons-

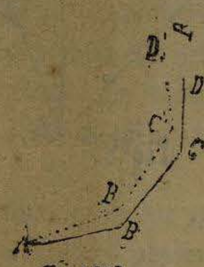
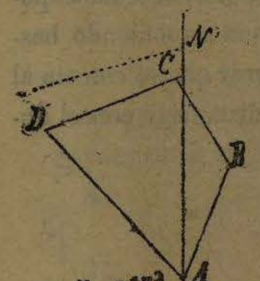


Fig.ª 86ª

truyan exactamente, el contorno $A' B' C' D'$ se irá alejando más y más del verdadero $A B C D$, sólo á consecuencia del error primitivo en la dirección de $A B$. Un efecto análogo, aunque por lo general de menor influencia, se produciría en virtud de un pequeño error que se cometiera al transportar sobre el plano algunas de las distancias.

135. Estos inconvenientes crecen comunmente al paso que son más pequeños y numerosos los lados del polígono, y pueden en gran parte disminuirse, bien sea situando cada vértice independientemente de los demás, para lo cual es preciso referirlos á un sistema de ejes de coordenadas, bien sea determinando el ángulo que forma cada lado del polígono con una dirección arbitraria, y construyendo en seguida todos esos ángulos en un solo punto. Si se ha enlazado alguno de los vértices con la cadena trigonométrica midiendo el ángulo que forma un lado del polígono con alguno de los de la triangulación cuyo azimut se conozca, pueden también deducirse los azimutes de las líneas poligonales aplicando los mismos procedimientos del número 97. Si no se ha hecho triangulación, puede observarse directamente el azimut de un lado del polígono, ó bien suponerse trazada desde cualquiera de sus vértices una línea que forme con el lado adyacente del polígono un ángulo arbitrario, la cual se toma por uno de los ejes de coordenadas, situando el origen en cualquiera de sus puntos, aunque es más cómodo suponerlo en el mismo vértice por donde pasa la línea ó eje. Con este ángulo arbitrario y los del polígono, se determina el que cada lado poligonal forma con el eje, y y en seguida nada es más sencillo que calcular las coordenadas de todos los vértices. Como ya se han visto en el Capítulo VII varios ejemplos de este género, aplicaré el método á un polígono de pocos lados para no alargar demasiado las operaciones. El registro siguiente se refiere al cuadrilátero representado en la figura 87ª



Figª 87ª

Plano levantado por el método de coordenadas polares.

ÁNGULOS.	LADOS.	NOTAS.
$A = 67° 15' 20''$	$A B = 831^m 3$	El azimut de D medido desde A es: $u = 47° 10' 40''$.
$B = 122 \quad 6 \quad 40$	$B C = 604.0$	
$C = 133 \quad 12 \quad 00$	$D C = 1026.4$	
$D = 57 \quad 25 \quad 50$	$D A = 1469.9$	

Como en este caso se conoce el azimut del lado $A D$, podremos suponer trazada la meridiana $N S$ formando con $A D$ el ángulo u, y será cómodo tomar esa línea por eje de ordenadas situando el origen en el punto A. Según esto, aplicando las reglas del número 97, los azimutes de los demás lados son:

$$\text{az. } A B = u + 360° - A$$
$$\text{az. } B C = u + 180 \; - (A + B)$$
$$\text{az. } C D = u + 360 \; - (A + B + C)$$

Antes de proseguir hagamos notar que si se tomó la meridiana por eje, fué únicamente porque se conocía el azimut de $A D$; pero nada habría impedido imaginarse trazada por A, ó por otro de los vértices, una línea que se supusiera formar con $A D$ un ángulo cualquiera a, y deducir lo mismo que se ha hecho hasta aquí, los ángulos que forman los demás lados con las paralelas al eje arbitrario. El polígono, á la verdad, no quedaría orientado; pero se podría efectuar con igual facilidad su construcción, que es la que deseo explicar. La ventaja de la orientación es la que comunmente hace tomar la meridiana por eje.

Para ejecutar los cálculos numéricos de la deducción de los azimutes, veamos primero si necesitan corrección los ángulos observados del polígono. Sumando los valores que constan en el registro, se obtiene $s' = 359° 59' 50''$, de donde se deduce que el error total es $e = -10''$, y por consiguiente la corrección que debe sufrir cada ángulo es de $+ 2''.5$ solamente. A causa de su corto número de lados, es por lo que he escogido este polígono como ejemplo; pero como lo levanté con teodolito repitiendo los ángulos, el error final es muy pequeño, y no debe este caso servir de norma para los levantamientos comunes. Un error de $1'$ por ángulo se considera como muy buen resultado, y comunmente se admiten hasta $3'$ ó $4'$ y á veces más, según la calidad del instrumento con que se haya operado.

Haciendo las correcciones y calculando los azimutes, se tendrán los resultados siguientes, prescindiendo de las decimales de segundo:

$$\begin{aligned} \text{az. } A\ B &= 339^\circ\ 55'\ 17'' \\ \text{az. } B\ C &= \ 37\ \ 48\ \ 35 \\ \text{az. } C\ D &= 104\ \ 36\ \ 32 \\ \text{az. } D\ A &= \ 47\ \ 10\ \ 40 \end{aligned}$$

136. Veamos ahora el modo de valerse de estos ángulos formados por los lados poligonales con una línea cualquiera, para hacer la planografía de la figura, logrando disminuir en gran parte los inconvenientes que antes se han señalado en el procedimiento común de construcción. Por un punto cualquiera O (fig. 88ª), se traza una recta $O\,N$, que representa la dirección de la línea que se ha tomado por eje en los cálculos precedentes, y sobre ella se construyen los ángulos hallados, á saber: $N\,O\,b$ igual al ángulo $N\,A\,B$ de la figura anterior; así como $N\,O\,c$, $N\,O\,d$ y $N\,O\,d'$ iguales respectivamente á los que forman los lados $B\ C$, $C\,D$ y $A\ D$ del polígono con el mismo eje. En seguida, después de fijar el punto A en que se quiere que comience la construcción, se traza por él una paralela á $O\,b$, y en ella se toma la longitud del primer lado con arreglo á la escala, lo cual determina el punto B. Por este último se traza una paralela á $O\,c$, y en ella se fija el punto C por su distancia á B. Finalmente, por C se traza la paralela á $O\,d$, sobre la cual se toma la distancia $C\,D$. La construcción se comprueba trazando por D una paralela á $O\,d'$, la cual deberá terminar en el punto de parti-

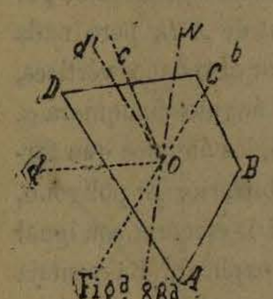


Fig.ª 88ª

da A, y la distancia $A\ D$ debe resultar igual á la línea medida en el terreno.

Suele encontrarse en el comercio un papel propio para aplicar este sistema de construcción, porque tiene litografiado un círculo de cosa de $0^m.2$ de radio, y dividido en pequeñas fracciones de grado. Este círculo hace las veces de un buen transportador. En cuanto á las paralelas, se trazan sirviéndose de las reglas destinadas á ese objeto entre los instrumentos de delineación, ó bien por medio de una escuadra, uno de cuyos lados se hace coincidir con la línea, y que en seguida se desliza á lo largo de una regla que se pone en contacto con su otro lado, hasta que el primero llegue al punto por el cual debe tirarse la paralela.

Las ventajas de este método respecto del que se ha explicado en las páginas precedentes, provienen de que la línea $N\,O$ sobre la cual se construyen los ángulos, pudiendo ser generalmente tan larga como se quiera, permite también adoptar un radio grande para tomar las cuerdas, si se sigue este procedimiento; y aun haciendo uso del transportador, pueden señalarse todos los ángulos casi sin tener que moverlo. En el otro método no puede ser así, sobre todo si son pequeños los lados del polígono, pues aun suponiendo que en todos casos pudieran prolongarse, habría que temer en cada vértice alguna pequeña desviación al hacer las prolongaciones.

Otro modo de hacer la construcción, que es todavía preferible al que acaba de indicarse, es el de situar cada punto por medio de sus coordenadas, las cuales, según se ha visto en el Capítulo VII, pueden calcularse fácilmente puesto que se conocen todos los lados del polígono y los ángulos que forman con la línea que se ha tomado por eje. No creo necesario repetir aquí lo que con este motivo se dijo en el Capítulo citado; pero si el lector desea ejecutar los cálculos para los vértices del polígono que nos sirve de ejemplo, deberá hallar:

Vértices.	x	y
A	0^m0	$+\ 0^m0$
B	$+\ 285.4$	$+\ 780.0$
C	$+\ 84.9$	1258.0
D	$+\ 1078.1$	$+\ 999.1$

Con los valores de las coordenadas se hace la construcción siguiendo las mismas reglas que se establecieron en el número 107 y siguientes.

Siempre que se desea operar con toda la exactitud posible, se adopta este procedimiento; pero como cuando los polígonos tienen muchos lados, el cálculo directo de las coordenadas sería muy dilatado, se acude para abreviarlo, á las Tablas que van al fin de este libro y cuyo uso se explicará en el Capítulo siguiente. En general, debemos decir que en los diversos métodos de construcción, las probabilidades de error crecen al paso que aumenta el número de ángulos que hay necesidad de formar, y por eso se recomienda que en la planografía se prefiera siempre la construcción de líneas á la de ángulos, aunque sea á costa de algún trabajo de cálculo.

137. Nos ocuparemos ahora del levantamiento por el método de intersecciones. Dijimos en otro lugar que el procedimiento general consiste en medir una ó más bases que se enlazan entre sí y con la cadena trigonométrica si la hubiere, y en observar desde sus extremos los ángulos que forman con ellas las visuales dirigidas á todos los vértices del polígono. De este modo cada punto queda situado por medio de dos visuales cuando menos, las cuales se procurará que se corten en ángulos no muy agudos, y que se acerquen siempre que sea posible, á ser perpendiculares entre sí, para lo cual debe hacerse con el mayor cuidado la elección de las bases. Es claro que en todos aquellos casos en que puedan dirigirse más de dos visuales á un mismo punto, debe hacerse así, porque esta operación adicional comprueba las precedentes dando mayor seguridad á los resultados. Muchas veces dos ó más puntos cuya posición se determina por intersecciones, sirven en seguida de estaciones para situar nuevos puntos de la misma manera, lo cual equivale á una verdadera triangulación en que sólo se observan dos ángulos de cada triángulo; en tales casos es cuando importa mucho más que esos puntos queden determinados por varias visuales, á fin de que no haya temor de que una equivocación cualquiera vaya á alterar las posiciones de los nuevos objetos que se refieren á ellas.

El método de intersecciones es sin duda alguna el que permite más

rapidez en la ejecución de las operaciones de campo, y el único cómodamente aplicable cuando el contorno del polígono es inaccesible ó muy escabroso. Ejecutado sin perder de vista las prevenciones que se han establecido, proporciona también muy buenos resultados; pero tiene el inconveniente de que cuando se quieren deducir las distancias entre los vértices del polígono, así como los ángulos interiores de éste, es preciso resolver muchos triángulos, por lo cual no conviene ponerlo en práctica, al menos en grande escala, más que cuando el objeto principal del levantamiento sea el de configurar violentamente los detalles del terreno, sin que se crea necesaria la determinación de otros elementos, ó bien cuando no se pueda disponer de mucho tiempo para ejecutar las operaciones del campo.

El registro debe contener los nombres de las estaciones, los puntos que desde ellas se observan y las indicaciones correspondientes del goniómetro, asentando en la columna de las "Notas" la longitud de las bases y el enlace que tienen entre sí, y en su caso, con la triangulación. En la página siguiente, pondré como ejemplo el registro referente á la figura 89ª

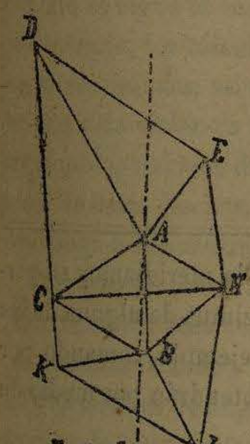


Fig.ª 89ª

Sirviéndose sólo de los datos recogidos en el terreno, la construcción del plano es muy sencilla, pues se reduce á trazar las bases por medio de sus longitudes y sus ángulos, ó mejor por medio de sus coordenadas como se ha explicado ya, y en seguida á construir en sus extremidades los ángulos formados por las visuales dirigidas á los demás puntos. La construcción de esos ángulos debe hacerse por el método de las cuerdas si se desea alcanzar mayor exactitud.

Cuando se quiere construir el plano valiéndose de las coordenadas de los vértices, será necesario calcular primero los triángulos formados por la base y cada uno de los puntos observados desde sus extremidades, y en seguida, con los lados y los ángulos, puede procederse como se dijo en el número 135, refiriendo

PLANO LEVANTADO POR EL METODO DE INTERSECCIONES.

Estaciones.	Puntos observados.	ÁNGULOS.	NOTAS.
A	B	00°00′.0	La línea $A\ B$ es una base de $524^{m}.9$ Su azimut medido en A es de.......... 189° 50′. Los puntos J, K, H y E son mojoneras limítrofes de los terrenos inmediatos.
	C	62 58. 5	
	E	230 9. 0	
	H	292 11. 0	
B	J	00 00. 0	
	K	101 15. 5	
	C	146 26. 5	
	A	192 32. 0	
	H	251 35. 0	
C	J	00 00. 0	
	K	25 28. 0	
	D	203 25. 0	
	A	270 33. 5	
	H	299 36. 0	
	B	341 30. 5	
D	E	00 00. 0	
	A	31 35. 0	
	C	56 31. 0	
K	B	00 00. 0	
	J	52 1. 0	
H	J	00 00. 0	
	B	35 39. 5	

las posiciones á dos líneas arbitrarias, ó bien á la meridiana y su perpendicular, si se ha medido directamente el azimut de alguna de las bases ó de las visuales. En la figura 89ª; por ejemplo, tomando por origen el punto A, las coordenadas de H se obtendrán por medio de la resolución siguiente:

$$A\ H = \frac{A\ B \,\text{sen.}\, A\ B\ H}{\text{sen.}\,(A\,B\,H + B\,A\,H)} \quad x = A\,H\,\text{sen.}\,(u + B\,A\,H)$$

$$y = A\,H \cos.\,(u + B\ A\ H)$$

en la que se ha designado por u el azimut conocido de la base $A\ B$.

Si se quieren determinar, además, las distancias entre los vértices, ó lo que es lo mismo, los lados del polígono, se aplicará la resolución que dimos en el núm. 24, puesto que para un lado tal como $E\,H$, en el triángulo $A\,H\,E$, el cálculo anterior da los lados $A\,E$ y $A\,H$, y la observación directa el ángulo comprendido A.

En lugar de seguir este camino, me parece preferible aplicar á este caso las fórmulas (1) y (2) del núm. 111, puesto que cada visual está caracterizada por las coordenadas de su punto de partida y por su azimut, ó en general, por el ángulo que forma con el eje arbitrario que se haya elegido. De este modo se obtienen directamente las coordenadas de cada punto visado, y en seguida las distancias de vértice á vértice por el método del número 113, lo mismo que los ángulos del polígono, que no son otra cosa más que las diferencias de los ángulos que los diversos lados van formando con el eje, designados por U en el párrafo citado.

La ley de 2 de Agosto de 1863 previene que en las medidas de los terrenos de propiedad pública, se formen los planos ó croquis, inscribiendo en ellos las longitudes de los lados y las amplitudes de los ángulos del polígono. Estos elementos, que se obtienen directamente cuando se sigue el método de coordenadas polares, demandan, por el contrario, los cálculos que se acaban de indicar cuando se aplica el de intersecciones; así es que si este último permite operar en el campo con más violencia y tal vez con más seguridad en general, exige, en cambio, trabajos de gabinete más laboriosos que el primero. En vista de estos hechos, cada geómetra adoptará el sistema que más convenga á sus circunstancias.

Casi parece inútil añadir que con el grafómetro ó con el pantómetro pueden resolverse los problemas de los números 131 y siguientes con más facilidad que con la escuadra y sin necesidad de ceñirse á la formación de ángulos de 45°, de 90° y de 185°. La mayor perfección de estos instrumentos, permitiendo más libertad de acción, se presta á la resolución de otros varios problemas de que me ocuparé más adelante.