

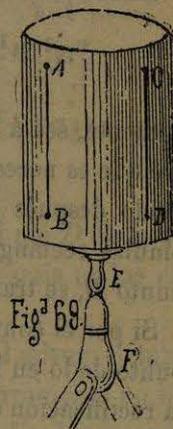
ción. Por ejemplo, si partiendo de A , se han medido las líneas AB , BC , CD y DE , se tendrán los puntos D y E que son comunes á otros polígonos, y cuyas posiciones, al construir el plano, deben coincidir con las que se obtengan por las líneas BF , FG , GH , HI , ID y por IJ , JE . Cuando se ha conseguido un enlace tan íntimo como sea posible, estas líneas poligonales hacen las veces de los lados trigonométricos, quiere decir, sirven ya sea inmediatamente de directrices, ó ya como apoyo de éstas para configurar los detalles que haya en el interior de cada uno de esos grandes polígonos. Algunos geómetras aseguran que por medio del sistema poligonal se logran resultados comparables en exactitud á los que se obtienen por los procedimientos trigonométricos. Estos últimos son sin duda más sencillos; pero aquel es acaso el único aplicable en las circunstancias que se han mencionado, y que se presentan con frecuencia en nuestras costas cubiertas siempre de una exuberante vegetación.

125. Las ideas generales que he procurado desarrollar acerca de los métodos que se emplean en el levantamiento de planos de corta extensión, bastan para concebir que una cadena métrica y un teodolito son los instrumentos que pueden usarse en todos casos; pero entre los angulares, que se designan con el nombre genérico de *goniómetros*, hay otros muchos instrumentos que, aunque inferiores al teodolito, se usan frecuentemente por ser más portátiles, y porque suministran el grado de exactitud suficiente en la mayor parte de las operaciones secundarias. En los Capítulos siguientes me propongo dar á conocer los principales goniómetros, y como el lector está ya familiarizado con el más perfecto de ellos que es el teodolito, no creo necesario entrar en muchos detalles. Sin embargo, para sistematizar todo lo concerniente á los demás, al ocuparme de cada uno describiré brevemente su construcción, sus rectificaciones, la manera de usarlo, y por último, el modo de hacer la planografía ó la representación gráfica de las operaciones á que se aplique, procurando evitar repeticiones inútiles, hasta donde sea posible.

CAPITULO XII.

DE LA ESCUADRA.

126. El más sencillo de todos los goniómetros, y también el de uso más limitado es el que se designa con el nombre de *escuadra de agrimensor*, ó simplemente de *escuadra*. Consiste en un cilindro ó en un prisma octogonal de 0^m.10 á 0^m.15 de altura, y 0^m.08 ó 0^m.10 de diámetro, provisto de otro cilindro hueco E (fig. 69^a), que sirve para fijarlo en una estaca ó en un tripié F . A lo largo de las generatrices del cilindro principal, tiene *pínulas*, que son unas aberturas largas y estrechas que sirven para dirigir las visuales. Cada pínula se compone de dos aberturas diametralmente opuestas: aquella AB en que se aplica la vista, es más angosta que su correspondiente, y esta última, tal como CD , un poco más ancha, tiene un hilo, un cabello ó una cerda que es la que determina la visual en un plano que pasa por el eje del cilindro. Las mejores escuadras tienen cuatro pínulas que forman ángulos de 45°, y las comunes tienen solamente dos, perpendiculares entre sí.



Para comprobar el instrumento, se le coloca en D (fig. 70^a) sobre una línea AB , y después de hacerlo girar de manera que una de sus pínulas coincida con la recta AB , cortando con el hilo la señal B , se dirige una visual por la otra pínula, y se establece en esa direc-

ción otra señal *C*. En seguida se hace girar la escuadra de tal modo que la pínula dirigida á *B* pase á *C*, y si en esta nueva posición la otra visual pasa también por *A B*, se tendrá la prueba de que ambas pínulas se cortan en ángulo recto. En el caso contrario, debe desecharse la escuadra puesto que no se tienen medios para hacerle la corrección que necesita.

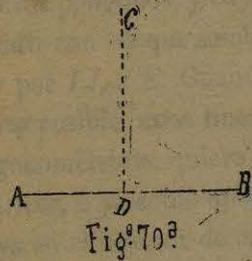


Fig. 70^a

Como la escuadra se aplica especialmente al levantamiento de planos pequeños siguiendo el método de coordenadas rectangulares, indicaremos el modo de trazar con ella, desde un punto dado, una perpendicular á una directriz.

Sea *C* (fig. 71^a), el punto y *A B* la directriz. Se colocará la escuadra en *d* sobre la recta, y cerca del punto en que se juzga que debe caer la perpendicular. En seguida se hace coincidir una de las pínulas con la recta *A B*, y por la otra que le es perpendicular, se dirige una visual sobre la que se fija un punto *e*, y como suponemos haberse situado el instrumento muy cerca del pie de la perpendicular, puede apreciarse fácilmente, sea á la simple vista, sea midiéndola, la pequeña distancia *Cc* que es necesario mover la escuadra para situarla en *D*. De este modo después de dos ó tres tanteos se logra la coincidencia de las pínulas rectangulares con *C* y con *A B* á la vez, y teniendo así el punto *D*, se traza la perpendicular.

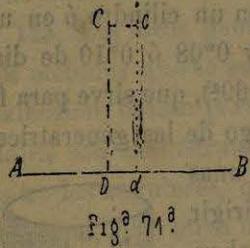


Fig. 71^a

Si por el contrario, se desea levantar una perpendicular desde un punto dado en la recta, se procede como hemos visto al hablar de la rectificación de la escuadra. De una manera análoga se forman ángulos de 45°, ó de 135°, cuando la escuadra tiene cuatro pínulas.

127. Para levantar con este instrumento y la cadena, el plano de un polígono *A B C*..... *P A* (figura 72), el procedimiento general consiste en inscribirle ó circunscribirle otro polígono auxiliar, cuyos ángulos sean de 45°, de 90° ó de 135°, y cuyos lados tengan la ma-

yor longitud posible aunque acercándose al perímetro del primero; en recorrer después estos lados levantando y midiendo las ordenadas que fijan los vértices, así como las abscisas, y teniendo cuidado de anotar los puntos en que los lados del polígono auxiliar corten á los del otro. La figura indica estas operaciones con suficiente claridad para que creamos excusado entrar en más pormenores, y sólo añadiremos que cuando en el interior del polígono hay algunos objetos que deban figurar en el plano, tales como edificios, caminos, etc., se establecen nuevas líneas enlazadas con puntos ya fijados, las cuales se toman también por directrices ó ejes de coordenadas.

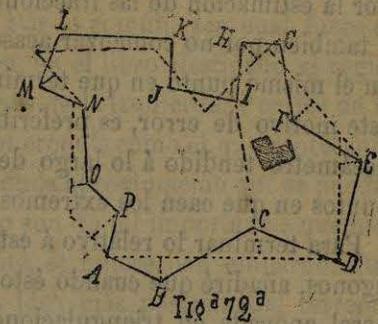


Fig. 72^a

Si algunos vértices distan poco de los lados del polígono auxiliar, puede evitarse muchas veces el uso de la escuadra, procediendo así. En la figura 73^a, *A* es uno de los vértices, y *B C* una parte de la directriz. Al ir midiendo esta última, se deja el decámetro tendido en la dirección de su longitud, y se fija en *A* el extremo de otra cadena ó de una cinta común dividida, la cual se lleva hacia *B C*, observando en qué puntos *F* y *E* del decámetro queda comprendida la distancia *A F = A E* de la cinta. Se divide *E F* en dos partes iguales y se tendrá inmediatamente el pie *D* de la ordenada *A D*. Este método, que da la exactitud necesaria en los casos comunes, permite trabajar con más rapidez.

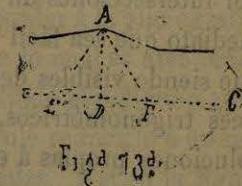


Fig. 73^a

Aunque la medida de las ordenadas debe hacerse al mismo tiempo que se miden los lados del polígono auxiliar, es conveniente no interrumpir esta última operación al pie de cada perpendicular; porque es un hecho constante que si se mide una línea cualquiera de una sola vez, y en seguida se divide en varias partes que se miden por separado, ó independientemente unas de otras, los dos resultados no concordarán casi nunca, dando una discordancia superior á la que

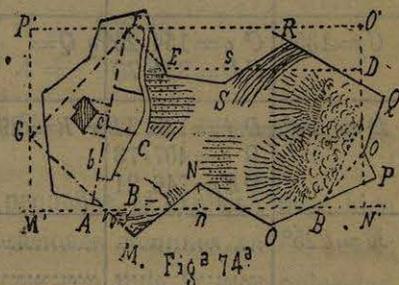
producirían dos medidas generales de la misma línea. Esto se explica por la estimación de las fracciones de metro en cada parte de la línea y también por no comenzar acaso cada medida parcial exactamente en el mismo punto en que termina la anterior. Así, pues, para evitar este motivo de error, es preferible medir las ordenadas dejando el decámetro tendido á lo largo de la directriz, y anotando en él los puntos en que caen los extremos de las perpendiculares.

Para terminar lo relativo á este método de levantar planos de polígonos, añadiré que cuando éstos forman parte de una operación general apoyada en triangulaciones, se debe referir algún punto del perímetro á un vértice trigonométrico por lo menos, valiéndose de cualquiera de los tres procedimientos que se aplican en la planimetría parcial. Por lo común se adopta el de coordenadas polares cuando la estación trigonométrica no dista mucho del polígono, estableciendo entre uno de sus puntos y el trigonométrico una ó más líneas que se miden, así como los ángulos que forman entre sí, y el que la primera forma con un lado de la triangulación. Si los vértices de esta se encuentran á alguna distancia, es mejor situar desde dos de ellos por intersecciones un punto del polígono, ó bien otro cualquiera inmediato que sea fácil enlazar después con las directrices. Es claro que siendo visibles desde algún punto del polígono tres ó más vértices trigonométricos, puede hacerse la referencia aplicando las resoluciones propias á este caso y que constan en los capítulos precedentes.

128. El apunte ó registro de las operaciones debe contener las directrices medidas con los ángulos que forman entre sí, las ordenadas con el signo que les convenga, para lo cual puede establecerse por regla que sean positivas las que queden á la derecha de la directriz en el sentido de la marcha que se sigue al medirla, y negativas las levantadas hacia la izquierda. Para recordar la dirección en que se recorren las directrices, convendrá también indicarla en el registro por medio del orden en que se escriban las letras que designan cada línea; por ejemplo, AB expresará una directriz recorrida de A hacia B , mientras que BA indicará una marcha inversa. En la columna de las "Notas" se harán todas aquellas aclaraciones que se estimen

útiles para evitar todo motivo de duda ó de confusión, explicando también la clase de los terrenos, la forma y dimensiones de los edificios, ríos, caminos, puentes, etc. Por lo común, sea cual fuere el método de levantamiento que se siga, en el libro destinado al registro se hacen los apuntes en las páginas de la izquierda, y en las de la derecha se va formando á la vista un croquis como el que representa la figura 72ª, en el que se dibujan, con la aproximación que se pueda, todos aquellos objetos que si bien no son de tal importancia que merezcan configurarse geoméricamente, se quiere, sin embargo, que aparezcan en el plano para dar una idea más perfecta del terreno. Presentaré como modelo en la página siguiente una parte del registro correspondiente al croquis de la figura 74ª

129. Para construir el plano se procede de una manera análoga á la operación misma del terreno, haciendo el doble-decímetro las veces del decámetro, y el transportador ó mejor la ta-



bla de cuerdas, las de la escuadra. Antes de proceder á la planografía, debe comprobarse la medida de las líneas, para lo cual se atenderá á que sea cual fuere la forma con que haya resultado el polígono auxiliar formado por las directrices, siempre es posible reducirlo á un rectángulo suponiendo algunas de ellas prolongadas. Así en la figura 74ª si se prolonga AB á uno y otro lado, y por G se le baja una perpendicular; si por F se traza una paralela á AB hasta encontrar la prolongación de CD , se tendrá el rectángulo $M'N'O'P'$ cuyos lados pueden calcularse por medio de los del polígono auxiliar. Se tiene, en efecto, que como de las prolongaciones resultan triángulos isósceles-rectángulos, tal como AGM' , si se designa por a la hipotenusa, que se conoce por ser directriz, y por z uno de los lados, se tendrá siempre la relación $a^2 = 2z^2$, ó bien:

$$z = \frac{a}{\sqrt{2}} = 0.70711 a$$

POLIGONO M N O LEVANTADOS CON ESCUADRA.

Ángulos de las directrices.	Directrices y absisas.	Ordenadas positivas.	Ordenadas negativas.	NOTAS.
A = 135°	A a = 30 ^m 27 A m = 65.42 A n = 203.31 A B = 858.90	m M = 72 ^m 51	n N = 29 ^m 47	El punto a está á la orilla del camino que tiene 15 metros de ancho. El punto B que da sobre el lado O P del polígono. C es vértice del polígono.
B = 135°	B p = B C = 402.13	P p =
C = 135°	C q = 154.25 C D = 334.73	q Q =
D = 90°	D r = 195.32 D s = 407.73 D E = 746.21	r R = 29.13	s S = 32.49
E = 225° E F = 287.08
F = 90° F G = 717.19
G = 90° G A = 445.30
	A b = 78.67 A c = 186.52	b B' = 17.84 c C' = 72.25	F A es una directriz auxiliar para la casa y las inflexiones del camino

De este modo, las directrices por una parte, y por otra el cálculo de las prolongaciones, darán los lados de la figura rectangular que resulta, y en la cual debe verificarse la igualdad de los lados opuestos, como una prueba de que no ha habido error en las medidas. Casi nunca se obtienen resultados enteramente iguales; pero esta compro-

bación da á conocer si la discordancia es bastante pequeña para que se la pueda considerar comprendida dentro de los límites de los errores tolerables, y del todo inevitables en esta clase de operaciones, ó bien si es necesario rectificar la medida. En nuestro caso, representando por *m* el factor 0,70711, se tiene:

$$\begin{array}{r}
 A B = 858^m90 \\
 m \times B C = 284.35 \\
 m \times G A = 314.88 \\
 \hline
 M' N' = 1458^m13 \\
 \\
 C D = 334^m73 \\
 m \times B C = 284.35 \\
 m \times E F = 202.94 \\
 \hline
 N' O' = 822^m02 \\
 \\
 D E = 746^m21 \\
 m \times F E = 202.94 \\
 m \times F G = 507.38 \\
 \hline
 O' P' = 1456^m53 \quad \text{Diferencia} = 1^m60. \\
 \\
 m \times F G = 507^m38 \\
 m \times G A = 314.88 \\
 \hline
 M' P' = 822^m26 \quad \text{Diferencia} = 0^m24.
 \end{array}$$

Estas diferencias, á causa de su pequeñez, se explican muy bien por los errores inherentes á las operaciones comunes, en las cuales según dijimos, nunca puede procederse con toda la escrupulosidad con que se miden las bases trigonométricas. La experiencia enseña que en las medidas hechas con el decámetro común de eslabones, aunque se practiquen con bastante cuidado y en muy buenas circunstancias, siempre puede cometerse un error de $\pm \frac{1}{5000}$ por lo menos, de la longitud de las líneas, de suerte que dos medidas diferentes de la misma distancia pueden diferir entre sí hasta $\frac{2}{5000}$, ó sea 0.0004, sin que por eso deba decirse que son malas las operaciones. En las de la planimetría parcial, el error aumenta rápidamente con las dificultades del terreno, y hay casos en que indudablemente excede de 0,002, ó lo que es lo mismo, de 1 en 500 metros.

En el ejemplo actual, las diferencias halladas desaparecerían enteramente aun cuando se construyese el plano en una escala muy grande, tal como la de $\frac{1}{5000}$; pero esto no obstante trazaremos la manera de distribuir el error. Las diferencias finales debe suponerse que provienen de la acumulación de los pequeños errores que van cometéndose en todos los lados; así es que si se tiene igual confianza en

todas las medidas, lo más razonable es repartir el error proporcionalmente entre las líneas, tomando por valor exacto el término medio de los resultados. Según esto, adoptaremos $M'N' = O'P' = 1457^m.33$ y $N'O' = M'P' = 722^m.14$.

Si ahora designamos por a la suma de las directrices, que como AB , forman parte del lado del rectángulo, y por b la de las líneas como AG , que forman las hipotenusas, se tendrá que el lado del rectángulo obtenido, será:

$$l = a + mb$$

Representando por L el término medio de los resultados, que suponemos ser el valor exacto del mismo lado, por x la corrección de a , y por y la de b , se tiene:

$$L = a + x + m(b + y)$$

de donde resulta:

$$L - l = x + my$$

Como por otra parte se tiene: $l : L :: a : a + x$, se formará esta otra ecuación:

$$aL = (a + x)l$$

que combinada con la anterior produce:

$$x = \frac{L-l}{l} a \quad y = \frac{L-l}{l} b$$

En nuestro ejemplo, y relativamente al lado $M'N' = l$, para corregir los lados $AB = a$ y $BC + AG = b$, se tiene:

$$L - l = -0^m.80 \quad \frac{L-l}{l} = -0.00055$$

$$x = -0.00055 \times 858.9 = -0^m.47$$

$$y = -0.00055 \times 599.2 = -0.33$$

$$-0^m.80$$

La suma de las correcciones da precisamente la semidiferencia ha-

llada. Es claro que y debe repartirse proporcionalmente entre BC y AG . Los lados corregidos serán, pues:

$$AB = 858^m.4$$

$$BC = 401.9$$

etc. etc.

Cuando el error es algo considerable, se deben corregir también proporcionalmente todas las abscisas, puesto que la suma de ellas es la que forma la directriz. No creo necesario ocuparme de estos cálculos que se ejecutan lo mismo que los precedentes.

Se ha supuesto aquí que las diferencias provienen sólo de los lados, lo cual supone que sean exactos los ángulos formados con la escuadra. Esto no siempre se verifica, especialmente si las líneas son algo largas, pues las pínulas producen incertidumbre en las visuales, y por delgados que sean los hilos, su espesor ocupa á cierta distancia un espacio muy apreciable. Por eso me parece que si se tiene más confianza en una parte de la operación que en otra, fundadamente se deberá hacer sufrir á esta última una corrección algo más fuerte, sobre todo si las discordancias no son muy considerables.

Además, en el método de corrección que se ha seguido, una línea tal como BC , que puede proyectarse sobre los dos lados contiguos del rectángulo, sufre en realidad dos correcciones, y en último resultado ya no se verifica exactamente la igualdad de los lados opuestos, porque alterándose ligeramente los ángulos formados con la escuadra, no puede admitirse ya que aquellas líneas son las hipotenusas de triángulos isósceles-rectángulos.

130. Ya que se han corregido todas las líneas del polígono auxiliar, se comienza por ellas la construcción. Supongamos que se haya adoptado la escala de $\frac{1}{10000}$; entonces el lado AB quedará representado por $0^m.0858$, que se tomará con el doble-decímetro, y en los extremos se formarán ángulos de 135° , cuya cuerda es $1,8478$ tomando la unidad por radio de la construcción, ó bien $0^m.3696$ siendo el radio de $0^m.2$. Se tomará $BC = 0^m.0401$, y se construirá en C otro ángulo de 135° , prosiguiendo lo mismo en el resto del polígono hasta terminar en A . Si todo se ha hecho con cuidado, la figura cerrará

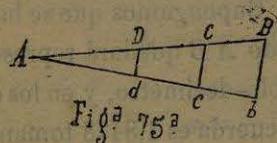
bien, esto es: la línea que forma con FG un ángulo recto irá á dar precisamente á A , y será de $0^m 0445$.

Debe tenerse presente que los ángulos que se inscriben en el registro son los interiores del polígono; de modo que aunque en el punto E se formó exteriormente uno de 135° , se ha apuntado 225° que es lo que al anterior le falta para 360° . Como siempre se forman en este método ángulos múltiplos de 45° , pondré á la vista las cuerdas correspondientes á un radio de $0^m.2$. Suponemos que los ángulos se construyen menores que 180° , lo que siempre es posible. (Véase el número 68).

Ángulos.	Cuerdas.
45°	0 ^m 1531
90	0. 2828
135	0. 3696

Luego que se hayan trazado las directrices, se van tomando en ellas las abscisas, levantando con una escuadra las ordenadas correspondientes, con arreglo á la escala y á los signos que indica el registro. De este modo se tienen los vértices del polígono, y todos los demás objetos que se hayan referido á las líneas auxiliares, las cuales se borran cuando se ha terminado el dibujo de lo restante con ayuda del croquis.

131. Además de su aplicación principal al levantamiento de planos, la escuadra se presta á la resolución de algunos problemas sencillos que suelen presentarse en la práctica, como son los siguientes:



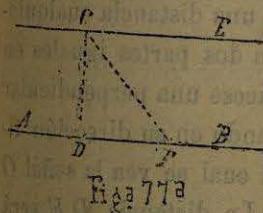
1º Trazar una línea entre dos puntos A y B (figura 75ª) invisibles uno de otro. Se tirará la recta Ab acercándose lo más que sea posible á la dirección que se busca, para lo cual se manda hacer en B una señal cualquiera, como descargar una arma de fuego, etc., y se mide la distancia Ab , así como bB perpendicular á ésta. Con estos datos se pueden situar cuantos puntos se quieran de la recta, elevan-

do en algunos de Ab las perpendiculares cC , dD , etc., cuyos valores resultan de la semejanza de los triángulos, á saber:

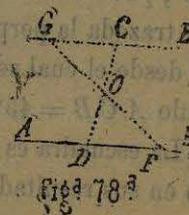
$$cC = Ac \times \frac{bB}{Ab} \quad dD = Ad \times \frac{bB}{Ab}$$

También se tiene: $\tan. BAb = \frac{bB}{Ab}$, fórmula que una vez calculada permite trazar la línea definitiva BA formando el ángulo BAb con la provisional; pero este procedimiento demanda el uso de un goniómetro que se preste á la medida de ángulos pequeños.

Este mismo problema puede resolverse con ayuda de dos ó tres jalones solamente, con tal que desde algunos puntos intermedios puedan verse los extremos de la línea. En efecto, situándose en un punto C (fig. 76ª), cerca del alineamiento, se manda colocar en D un jalón en coincidencia con la señal B . Es claro que si C D fuese parte de la línea que se busca, trasladándose á D ; el jalón C se vería coincidiendo con A . Como por lo común no es así, lo que debe hacerse es quitar el jalón C , y mandarlo colocar en E sobre la dirección DA . Pasando después á E , si el jalón D no cubre la señal de B , se le sitúa en F , y se prosigue así hasta encontrar dos puntos G y H , desde cada uno de los cuales se vea el otro en coincidencia con un extremo de la línea.



2º Trazar por un punto C (fig. 77ª) una paralela á una línea dada AB . Desde el punto dado se bajará una perpendicular CD á la línea, y en el extremo C se formará el ángulo recto DCE . Si la escuadra permite formar ángulos de 45° , puede buscarse en la línea dada un punto F desde el cual se descubran C y A bajo ese ángulo, y pasando en seguida á C se traza la línea CE formando el mismo ángulo con CF .



También con la cadena solamente se resuelve con facilidad este problema, pues basta trazar desde el punto dado C (fig. 78ª) una línea cualquiera

CD , y por su medio O y otro punto cualquiera F de la recta, trazar otra línea indefinida sobre la cual se toma $OG = OF$. Es claro que la línea CG es la que se busca.

3º Trazar una línea salvando un obstáculo C (fig. 79ª) que impide el alineamiento. Para hallar la prolongación de la recta AB , podría procederse como en el problema anterior trazando la paralela FG ,

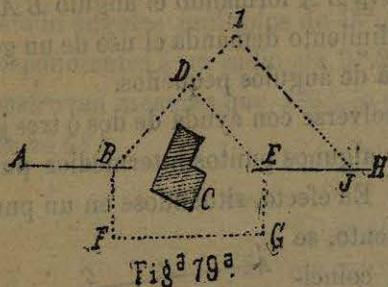


Fig. 79ª

y estableciendo en seguida el punto E donde se formaría con EG un ángulo recto. También puede formarse el ángulo..... $ABD = 135^\circ$, y en D uno recto tomando después $DE = BD$. No quedará más que trazar EH formando con DE un ángulo de 135° . Otro método igualmente fácil consiste en situar otro punto J de la línea, para lo cual basta prolongar BD hasta I , formar en este punto otro ángulo recto y medir $IJ = BI$.

4º Determinar una distancia AB (fig. 80ª) inaccesible. En el punto

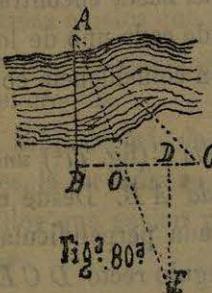


Fig. 80ª

B elévese una perpendicular á la visual dirigida á A , y sobre ella tómesese una distancia cualquiera BD , que se divide en dos partes iguales en O . Desde el punto D trácese una perpendicular á la línea BD , y caminando en su dirección fíjese el punto E desde el cual se vea la señal O en coincidencia con A . La distancia DE será igual á la que se busca.

Teniendo una escuadra que dé ángulos de 45° , puede resolverse el mismo problema de este otro modo: después de trazada la perpendicular BD , recórrase hasta encontrar un punto C desde el cual se descubra con la escuadra el punto A bajo un ángulo $ACB = 45^\circ$. Se tendrá entonces $BC = AB$.

La escuadra es un instrumento molesto en su manejo y poco exacto en sus resultados; así es que su uso se limita al levantamiento de planos de muy corta extensión. Si me he detenido algo en todas es-

tas operaciones, es sólo porque siendo evidentemente practicables con instrumentos de más precisión, lo que se ha dicho aquí servirá de referencia en lo sucesivo y se evitarán repeticiones.

No cerraré este Capítulo sin hablar de un modo de levantar planos que no exige más que el uso de la cadena, aunque sólo es aplicable á polígonos pequeños y sencillos. Consiste en descomponer el polígono dado en triángulos por medio de líneas que partan, ya sea de sus vértices, ó bien de un punto cualquiera tomado en su interior; y en medir después con la cadena los tres lados de cada triángulo. Es evidente, en efecto, que esos datos son bastantes para poder construir cada triángulo componente, y por consecuencia el polígono mismo con arreglo á una escala. En el caso más general, se tienen que medir todos los lados del polígono y además sus diagonales, por lo cual se comprende fácilmente que este procedimiento no debe usarse más que para figuras de muy pocos lados, de corta extensión y en terreno desprovisto de obstáculos.

