

lo cual quiere decir que la culminación de la Polar se verificará 18<sup>m</sup> después del medio día.

Para el cálculo del tránsito en un día cualquiera perteneciente á alguno de los años que no constan en la tabla, estableceremos la regla de que en el transcurso de un año común, la hora del paso se atrasa 1<sup>m</sup>.3 respecto de la que corresponde á la misma fecha del año anterior, y por el contrario, se anticipa 2<sup>m</sup>.6 en el transcurso de un año bisiesto. De aquí se deduce que si designamos por  $C$  el número de años comunes y por  $B$  el de bisiestos contenidos en un período dilatado; por  $P$  la hora del tránsito en alguno de los días que constan en la tabla, y por  $P'$  la que después de  $C + B$  años, corresponde á la misma fecha, se tendrá:

$$P' = P + 1^m.3 C - 2^m.6 B$$

Supongamos que se quiera saber á qué hora culminó la Polar el día 14 de Enero de 1875. Tomando por punto de partida el año de 1870, tenemos que en los cinco años transcurridos, sólo el de 1872 es bisiesto <sup>(1)</sup>, y hallaremos:

Tránsito el 11 de Enero de 1870.....	5 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup>
Aceleración por 3 días.....	- 12
	$P = 5^h 26^m$
Corrección por $C = 4$ y $B = 1$ .....	+ 2.6
Tránsito el 14 de Enero de 1875.....	$P = 5^h 28^m.6$

ó sea 5<sup>h</sup> 29<sup>m</sup>, desechando las decimales de minuto.

La misma regla se aplica aun cuando el día para el cual se quiere hallar la hora del paso pertenezca á un año bisiesto, con tal que la fecha no exceda del 28 de Febrero; pero en el caso contrario, se cuen-

<sup>(1)</sup> Recordaremos que en cada cuatro años hay uno bisiesto, y que los años bisiestos se conocen en que la cifra que los representa es exactamente divisible por 4, de modo que los de 1880, 1884, 1888, etc., son bisiestos.

ta ya como bisiesto el año de que se trata. Calculemos, por ejemplo, la hora de la culminación el día 5 de Mayo de 1892.

Tránsito el día 1° de Mayo de 1890.	22 <sup>h</sup> 39 <sup>m</sup>
Aceleración por 4 días.....	- 16
	$P = 22^h 23^m$
Corrección por $C = 1$ , y $B = 1$ .....	- 1.3
	$P' = 22^h 21^m.7$

que según lo que se ha dicho, equivale á 10<sup>h</sup> 22<sup>m</sup> de la mañana del día 6. Igual resultado se hallaría con  $C = 9$ , y  $B = 3$ , tomando por punto de partida el año de 1880.

83. Una vez explicado el uso de la tabla, ocupémonos de las demás operaciones para la determinación del azimut. Si es  $T$  la hora verdadera que se anota al dirigir la visual á la Polar y  $P$  la hora del paso calculada por la tabla para el día de la observación, el ángulo horario aproximativo de la estrella será:  $h = T - P$ , y con este valor expresado en horas y minutos, se toma de la segunda tabla el azimut, por interpolación. La inspección de esta tabla manifiesta que las mayores variaciones del azimut, que tienen lugar cuando el ángulo horario se aproxima á 0<sup>h</sup> ó á 12<sup>h</sup>, no exceden generalmente de 20'' á 25'' por cada minuto de tiempo; y de esto se infiere desde luego que para obtener la precisión necesaria en la orientación de una triangulación topográfica, es suficiente conocer el valor de  $h$  con la aproximación de 2<sup>m</sup> á 3<sup>m</sup>. Como por otra parte, casi todo el error que tenga  $h$  debe provenir del grado de exactitud con que se conozca la hora  $T$ , importa dar algunas reglas para determinar con la aproximación necesaria, la corrección que debe hacerse sufrir al reloj que se use, á fin de reducir sus indicaciones á las que corresponden al tiempo verdadero.

El medio más sencillo de hallar la corrección consiste en comparar directamente la indicación  $t$  del reloj á medio día, con la de un cuadrante solar, instrumento que se encuentra generalmente en casi to-

dos los pueblos que no tienen relojes públicos, y aun en muchas haciendas. La corrección será:

$$c = 12^h - t$$

Es claro que  $t$  indica la hora que señala el reloj cuando son las doce del día, de modo que el valor de  $c$  resultará positivo ó negativo según que el reloj esté atrasado ó adelantado, respecto del tiempo verdadero. Habiendo relojes públicos, que se arreglan generalmente por medio de buenos cuadrantes, se hallará la corrección de la misma manera.

Otro método más exacto y muy fácil de aplicar en cualesquiera circunstancias, consiste en anotar las horas del reloj á las cuales el sol llega á la misma altura al Oriente y al Occidente, esto es: ántes y después de su paso por el meridiano. La observación por la mañana se hace entre las siete y las once, y por la tarde entre la una y las cinco. El tiempo que transcurre de una observación á su correspondiente, es tanto mayor cuanto más pequeña sea la altura del sol, de manera que si al Este se observa, por ejemplo, á las ocho de la mañana, deberá observarse al Oeste á hacia las cuatro de la tarde; mientras que si la primera observación tiene lugar cerca de las once de la mañana, la segunda se verificará poco después de la una de la tarde. En general las horas de ambas observaciones, debiendo ser equidistantes del medio día, convendrá hacer la primera lo más tarde que sea posible, á fin de que toda la operación dure poco tiempo; mas como suele suceder que los telescopios de los teodolitos no pueden elevarse lo bastante para dirigirlos hacia el sol, á causa de la grande altura que adquiere este astro cuando la hora de la mañana es algo avanzada, deberá elegirse la más conveniente para atender á todas estas circunstancias.

Después de nivelar muy bien el teodolito, se dirige su telescopio al sol, y luego que se tiene en el campo (hacia la parte superior si el anteojo invierte las imágenes) se paraliza su movimiento vertical, y se anota la hora del reloj en el instante en que el borde superior del sol, que por la inversión se verá hacia abajo, es tangente al hilo ho-

rizontal de la retícula. Sin tocar el instrumento se espera á que el otro borde pase por el mismo hilo, y se anota la nueva indicación del reloj. El término medio de ambas indicaciones dará la hora á la cual el centro del sol se hallaba en el hilo, con lo que queda terminada la primera observación.

El instrumento debe permanecer en el mismo estado hasta el momento de hacer la segunda observación hacia el Oeste, aunque conviene anotar la graduación del círculo vertical para estar seguro de que no se ha movido el telescopio, ó para corregirlo en el caso contrario. Cuando se acerca la hora en que se juzga que el sol debe llegar á la misma altura, se le dirige el anteojo, en virtud del movimiento azimutal del teodolito; pero teniendo cuidado de no variar su inclinación, y en caso de que los niveles indiquen algún cambio, se hace la corrección necesaria con los tornillos del pie del instrumento. En esta segunda observación se presentará el sol en la parte inferior del campo del telescopio, y luego que su limbo inferior, que por la inversión se verá hacia arriba, toque el hilo horizontal, se apuntará la hora del reloj, haciendo la misma operación respecto del otro borde. La semisuma de las nuevas indicaciones es la hora en que el centro del sol se hallaba á la altura marcada por el hilo.

Debe advertirse que para hacer las observaciones solares se pone delante del ocular un pequeño disco de vidrio de un color muy obscuro llamado *helioscopio*, que tiene por objeto mitigar la intensidad de la luz. Comúnmente los teodolitos de Troughton tienen uno ó dos helioscopios; pero en su lugar puede usarse un vidrio común ahumado que se ennegrece lo bastante para que no moleste la luz del sol.

Sean ahora  $t_1$  y  $t_2$  las horas anotadas en la observación de la mañana y en la de la tarde respectivamente, y supongamos que después de las doce, en lugar de contar una, dos, etc., horas, se cuente trece, catorce, etc., añadiendo siempre  $12^h$  á la del reloj. Entonces la hora á la cual se hallaba el sol en el meridiano, será:

$$\frac{1}{2}(t_1 + t_2).$$

Pero como un reloj arreglado exactamente á la marcha solar debe-

ría señalar las doce, inferimos que la corrección del que se ha usado es:

$$c = 12^h - \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$$

*Ejemplo.*—Cuando el limbo de un instrumento señalaba una distancia zenital de  $33^\circ 30'$ , hallé que los dos bordes del sol adquirieron esa elevación á las horas siguientes:

	POR LA MAÑANA.		POR LA TARDE.	
Limbo superior.....	9 <sup>h</sup> 56 <sup>m</sup> 10 <sup>s</sup>	.....	14 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup>	
Limbo inferior.....	9 58 30	.....	14 13 10	
	$t_1 = 9^h 57^m 20^s$		$t_2 = 14^h 14^m 20^s$	

$$\frac{1}{2}(t_1 + t_2) = 12^h 5^m 50^s$$

$$c = - 5^m 50^s$$

No es enteramente necesario observar los dos bordes, pues cualquiera de ellos debe dar el mismo resultado; pero siempre es bueno hacerlo así para mayor seguridad y para no exponerse á equivocación tomando un limbo por otro. Si el reloj no tiene aguja de segundos, se anotan sólo los minutos y por apreciación las fracciones de minuto como en el ejemplo que sigue:

	ORIENTE.	PONIENTE.
Limbo superior.....	9 <sup>h</sup> 46 <sup>m</sup> 8	..... 13 <sup>h</sup> 59 <sup>m</sup> 1
Limbo inferior.....	9 49.7	..... 13 56.2

$$t_1 = 9^h 48^m 2 \quad t_2 = 13^h 57^m 6$$

$$\frac{1}{2}(t_1 + t_2) = 11 52.9$$

$$c = + 7^m 1$$

**AZIMUTES DE LA ESTRELLA POLAR.**

AÑO DE 1870.						AÑO DE 1880.					
ÁNGULO HORARIO.	LATITUD.					ÁNGULO HORARIO.	LATITUD.				
	15°	20°	25°	30°	35°		15°	20°	25°	30°	35°
0 <sup>h</sup>	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0	0 <sup>h</sup>	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0
1	22.4	23.1	24.0	25.1	26.7	1	21.5	22.2	23.0	24.2	25.6
2	43.2	44.5	46.2	48.5	51.4	2	41.5	42.8	44.5	46.6	49.4
3	61.0	62.8	65.3	68.4	72.5	3	58.7	60.4	62.7	65.8	69.7
4	74.6	76.8	79.7	83.6	88.5	4	71.8	73.9	76.7	80.3	85.1
5	83.1	85.5	88.7	92.9	98.3	5	79.9	82.2	85.3	89.3	94.5
6	85.9	88.3	91.6	95.8	101.3	6	82.6	84.9	88.0	92.2	97.4
7	82.9	85.1	88.2	92.3	97.5	7	79.7	81.8	84.8	88.7	93.7
8	74.2	76.2	78.9	82.4	87.0	8	71.3	73.2	75.8	79.3	83.7
9	60.5	62.1	64.3	67.1	70.8	9	58.2	59.7	61.8	64.6	68.1
10	42.7	43.9	45.4	47.4	50.0	10	41.1	42.2	43.6	45.6	48.0
11	22.1	22.7	23.5	24.5	25.8	11	21.3	21.8	22.6	23.6	24.8
12	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0	12	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0

Desde el punto de vista teórico, el método de alturas iguales del sol para determinar la hora, tal como lo he presentado, no es enteramente exacto, á causa de que variando algo la declinación del astro de la mañana á la tarde, el promedio de las horas no corresponde con toda precisión al instante del medio día; pero como el error que se origina de suponer nulo el cambio de declinación, nunca llega en nuestras latitudes á  $15^s$ , es evidente que por el procedimiento indicado siempre se conseguirá conocer la corrección con la aproximación de un minuto, que es la suficiente para las operaciones topográficas.

Una vez hallada la corrección, se deduce que cuando el reloj señala la hora  $t$ , la hora exacta es  $T = t + c$ , al menos si el instrumento anda con regularidad y si su marcha diaria no difiere mucho del

## AZIMUTES DE LA ESTRELLA POLAR.

AÑO DE 1890.						AÑO DE 1900.					
ÁNGULO HORARIO.	LATITUD.					ÁNGULO HORARIO.	LATITUD.				
	15°	20°	25°	30°	35°		15°	20°	25°	30°	35°
0 <sup>h</sup>	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0	0 <sup>h</sup>	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0
1	20.7	21.3	22.1	23.2	24.6	1	19.8	20.4	21.2	22.3	23.6
2	39.9	41.1	42.7	44.8	47.5	2	38.3	39.4	40.9	42.9	45.5
3	56.4	58.1	60.3	63.2	67.0	3	54.0	55.6	57.8	60.6	64.2
4	69.0	71.0	73.7	77.2	81.8	4	66.1	68.0	70.6	74.0	78.4
5	76.8	79.0	82.0	85.8	90.8	5	73.6	75.7	78.6	82.3	87.0
6	79.4	81.6	84.6	88.6	93.6	6	76.1	78.2	81.1	84.9	89.7
7	76.6	78.7	81.5	85.3	90.1	7	73.4	75.4	78.1	81.7	86.3
8	68.6	70.4	72.9	76.2	80.4	8	65.7	67.5	69.9	73.0	77.1
9	55.9	57.4	59.4	62.0	65.5	9	53.6	55.0	56.9	59.5	62.7
10	39.7	40.5	41.9	43.8	46.2	10	37.8	38.8	40.2	42.0	44.2
11	20.4	21.0	21.7	22.6	23.9	11	19.6	20.1	20.8	21.7	22.9
12	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0	12	00.0	00.0	00.0	00.0	00.0

movimiento del sol, lo que se comprueba haciendo, con intervalo de algunos días, otra observación de alturas iguales. Si los dos valores de  $c$  difieren notablemente, su diferencia dividida por el número de días transcurridos, dará la marcha diaria, que puede tomarse en cuenta para interpolar el valor de  $c$  que corresponde á una indicación dada  $t$  del reloj.

84. Según vimos en el número anterior, el ángulo horario de la Polar en el momento de la observación es  $h = T - P = t + c - P$ , siendo  $t$  la indicación del reloj. Con el valor de  $h$  como argumento se toma de la tabla que contiene los azimutes de la estrella el que corresponde á la observación; mas como en general los elementos de ángulo horario, latitud y año que constan en la tabla, no serán los que convengan al observador, tendrá que hacer una triple interpo-

lación para hallar el azimut que corresponde á sus circunstancias especiales. Estas interpolaciones se facilitan sin sacrificio de la exactitud necesaria, de esta manera: sea  $x$  la diferencia entre dos azimutes de la tabla correspondientes al mismo ángulo horario y al mismo año, pero á distintas latitudes; llamemos  $y$  la diferencia por el ángulo horario para el mismo año y la misma latitud; y finalmente, sea  $z$  la diferencia por los años, con latitud y ángulo horario iguales. Es evidente que  $\frac{x}{5}$  será la diferencia debida al cambio de 1° de latitud, puesto que las latitudes de la tabla varían de 5° en 5°. Por la misma razón  $\frac{y}{60}$  será la variación del azimut correspondiente á la de 1<sup>m</sup> del ángulo horario; y  $\frac{z}{10}$  la diferencia debida al transecurso de un año. Según esto, si designamos por  $a$  el azimut de la tabla que se toma por punto de partida; por  $l$ , expresado en grados, el exceso de latitud del observador, respecto de la que corresponde á  $a$ ; por  $m$  el número de minutos del ángulo horario, y por  $n$  el de años de exceso, también respecto de los que corresponden á  $a$ , tendremos:

$$a = a + \frac{l}{5} x + \frac{m}{60} y + \frac{n}{10} z$$

Se tendrá cuidado de dar á  $x, y, z$  los signos convenientes, teniendo presente que para hallar estos valores debe siempre restarse cada cantidad de la tabla de la que sigue inmediatamente en el orden creciente de la latitud, del ángulo horario y de la fecha. Un ejemplo hará comprender muy bien la operación que no ofrece dificultad alguna.

Supongamos que á la latitud de 27° 13' se quiera saber cuál es el azimut de la Polar el día 17 de Octubre de 1874, en el momento en que un reloj cuya corrección es  $c = -6^m 2$  señala  $t = 9^h 20^m 5$ . Según lo que se ha dicho anteriormente, deberá hallarse que la hora del tránsito es  $P = 11^h 41^m 1$ , y así se tendrá:

$$\begin{aligned} t &= 9^h 20^m 5 \\ c &= -6.2 \\ \hline T &= 9^h 14^m 3 \\ P &= 11 41.1 \\ \hline h &= -2^h 26^m 8 \end{aligned}$$

Para el punto de partida debe tomarse  $a = 0^\circ 46'.2$ , que es el azimut correspondiente á la latitud de  $25^\circ$ , al ángulo horario de  $2^h$  y al año de 1870, esto es: á los elementos inmediatamente menores que los que entran como datos en el problema. Tendremos, pues:

$$l = 2^\circ 2; \quad m = 26^m 8; \quad n = 4$$

Las diferencias serán:

$$\begin{aligned} x &= 48.5 - 46.2 = + 2.3 \\ y &= 65.3 - 46.2 = + 19.1 \\ z &= 44.5 - 46.2 = - 1.7 \end{aligned}$$

por lo cual el azimut que se busca es:

$$a = 46.2 + 0.447 \times 19.1 + 0.44 \times 2.3 - 0.4 \times 1.7 = 0^\circ 55'.0$$

En este ejemplo, el signo negativo de  $h$  indica que la estrella se supone observada al Oriente, esto es: antes de su paso por el meridiano, y en casos semejantes, debe darse al azimut el mismo signo, por lo cual el valor adoptado será:

$$a = - 0^\circ 55'.0$$

Pongamos otros ejemplos para ejercicio del lector. El día 7 de Enero de 1887, ¿cuál será el azimut de la Polar á la latitud  $19^\circ 26'$ , cuando un reloj que tenga  $5^m$  de adelanto indique las  $11^h 17^m 0$ ?

Resolución:  $a = + 1^\circ 20'.2$ .

¿Qué azimut tendrá la Polar el 17 de Septiembre de 1878, cuando un reloj que tenga  $21^m.5$  de atraso señale las  $12^h 57^m.3$  de la noche, siendo de  $22^\circ 9'$  la latitud del observador?

Resolución:  $a = - 0^\circ 4'.5$ .

Quando se desea no omitir requisito alguno que contribuya á la mayor precisión de los resultados, es preciso hacer al ángulo horario, determinado como se ha dicho antes, una pequeña corrección que proviene de la desigual duración del día sideral respecto del solar. El primero, que es el tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos de una estrella por el meridiano, es cosa de  $4^m$  menor que el tiempo que transcurre entre los dos tránsitos del sol que determinan el día solar. En consecuencia, y puesto que ambas duraciones se di-

viden en 24 horas, resulta que para convertir las horas solares en siderales deberá hacerse á las primeras un aumento proporcional á los  $4^m$  ó  $240^s$  que corresponden á la duración total. Como se ve, la corrección es sencillísima, pues se reduce á aumentar el ángulo horario  $h = t + c - P$  que expresa el tiempo solar, á razón de  $10^s$  por cada hora. Así por ejemplo, si se hubiera hallado por el reloj  $t + c - P = á 10^h 41^m = 10^h 7$ , agregaríamos  $107^s = 1^m 47^s$ , y el ángulo horario en tiempo sideral sería:  $h = 10^h 42^m 47^s$ , ó bien:  $10^h 42^m 8$ . Esta corrección adquiere alguna importancia cuando  $h$  difiere poco de  $12^h$ ; porque entonces es casi de  $2^m$ , y la tabla indica que en esas circunstancias el azimut varía cosa de  $20''$  en cada minuto de tiempo.

85. Uno de los elementos que han servido para calcular el azimut por medio de la tabla, es la latitud del observador. Creo difícil que un ingeniero deje de conocer la que corresponde al lugar en que trabaja, aunque no sea más que con la aproximación de  $\frac{1}{4}$  de grado; cualquiera carta geográfica que consulte le dará quizá mayor exactitud; pero suponiendo que no fuera así, basta que sepa cuál es con poca diferencia su distancia, *contada de Norte á Sur*, á una población cuya latitud sea conocida, para que pueda calcular la que corresponde al sitio en que se encuentra. Recordemos para esto, que un grado de latitud tiene una extensión de 26.5 leguas mexicanas con muy corta diferencia, y que por consiguiente, dos lugares cuya distancia contada en el meridiano sea  $d$  leguas, tendrán una diferencia de latitud que expresada en grados es:  $g = \frac{d}{26.5} = 0.0377 d$ . Así, pues, si  $D$  representa la distancia aproximativa entre dos puntos, y  $R$  su rumbo, ó sea el ángulo que su dirección forma con el meridiano, se tendrá:  $g = 0.0377 D \cos. R$ . La cantidad  $g$  sumada con su signo á la latitud del punto conocido, dará la del otro con la aproximación necesaria para el objeto que nos ocupa, puesto que la tabla de los azimutes manifiesta que estos varían muy poco por cambios considerables de latitud.

86. El conocimiento del azimut  $a$  que tenía la Polar en el momento de la observación, pone al ingeniero en aptitud de corregir la señal  $n'$  (fig. 44<sup>a</sup>) que provisionalmente estableció en el vertical de la estrella.

Si en el triángulo  $O n' n$  rectángulo en  $n'$ , se designa por  $\Delta$  la distancia  $O n'$  del teodolito á la señal, se tiene:

$$n n' = \Delta \tan. a = \Delta a \text{ sen. } 1'$$

expresando á  $a$  en minutos. En la figura se ha supuesto que la señal  $n'$  se había colocado hacia el Norte y que el azimut era positivo, en cuyo caso la pequeña distancia  $n n'$  debe contarse hacia el Este. Se tomaría en sentido contrario si  $a$  fuese oriental ó negativo, ó bien si siendo positivo se hubiera establecido la señal hacia el Sur. Todo esto es tan sencillo que no necesita más explicaciones.

Supongamos que se estableció provisionalmente una señal á una distancia de 200<sup>m</sup> hacia el Sur del teodolito, y que en seguida se halló que la Polar tenía en el instante de la observación un azimut de  $-1^{\circ} 7'.5$ .

200 .....	2.3010
- 67.5 .....	1.8293 -
sen. 1' .....	6.4637

---

0.5940

$$n n' = - 3^m 93$$

El signo negativo del resultado indica que esta pequeña distancia debe tomarse hacia la izquierda del observador.

Luego que se ha rectificado la dirección de la meridiana con la nueva señal  $n$ , se mide cuantas veces se quiera el ángulo  $B O N$ , que no será otra cosa más que el azimut de un punto trigonométrico que suponemos en  $B$ . A la verdad, la medida de este azimut no exige necesariamente el trazo previo de la meridiana, ni aun la colocación de la señal provisional en  $n'$ ; porque es evidente que bastará establecer en  $B$  una señal luminosa y medir directamente el ángulo horizontal  $B O N'$  formado por los dos planos verticales que pasan por la señal y por la estrella, para obtener:  $a z. O B = B O N' + a$ . Todo consistirá en anotar la hora cada vez que se dirige la visual á la Polar, y designando en general por  $A$  el promedio de los ángulos medidos y *contados siempre de izquierda á derecha partiendo de la señal*, se tiene:  $a z. O B = A + a$ ; fórmula en la cual  $a$  representa el azimut de la estrella tomado de la tabla y correspondiente al promedio

$t$  de las horas anotadas. El valor de  $a$  será positivo ó negativo según que la Polar se haya observado al Occidente ó al Oriente, esto es: después ó antes de su tránsito superior por el meridiano.

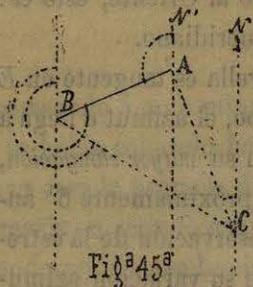
Cuando el plano vertical que pasa por la estrella es tangente en  $E$  ó en  $E'$  al paralelo ó círculo diurno que describe, el azimut  $a$  llega á su valor máximo, y se dice que la Polar está en su *mayor elongación*, ya sea oriental ú occidental. Estas se verifican próximamente 6<sup>h</sup> antes y después del tránsito (1), y es cuando la observación de la estrella presenta mayores ventajas en atención á que su variación azimutal es tan pequeña respecto del tiempo, que casi no tiene influencia alguna un error de consideración en la hora del reloj.

La determinación exacta de un azimut es enteramente del resorte de la Astronomía práctica y demanda conocimientos especiales, así como varias operaciones preliminares bastante laboriosas; pero como la Topografía en este punto no exige una gran precisión, espero que los métodos indicados, especialmente el último, que he procurado presentar de la manera más fácilmente aplicable, será bastante para llenar todas las necesidades de esta ciencia. Los tratados europeos de Topografía se limitan á exponer el modo de trazar la meridiana por medio de círculos concéntricos, valiéndose del sol, tal como se ha dicho en este Capítulo; y también el que consiste en observar dos estrellas que pasen casi al mismo tiempo por el meridiano, sirviéndose de una plomada; pero es indudable que ninguno de estos dos procedimientos es susceptible de la exactitud que puede proporcionar el de alturas iguales de una estrella, ó el de las observaciones de la Polar, sin que por esto presenten mayores dificultades en su aplicación.

87. La teoría de los azimutes proporciona otro medio de ligar, con una cadena trigonométrica, un punto desde el cual no pueden distinguirse más que dos vértices de la triangulación. Si en el punto  $C$

(1) Con más exactitud, las elongaciones se verifican actualmente, cuando el ángulo horario es de 5<sup>h</sup> 58<sup>m</sup>, para la latitud de 15°; y 5<sup>h</sup> 56<sup>m</sup> para la de 35°. En lo futuro diferirán de 6<sup>h</sup> ó menos aún. Por esto, y porque el movimiento azimutal es casi nulo, he supuesto las mayores elongaciones á 6<sup>h</sup> antes y después del tránsito, según se ve en la tabla.

(figura 45ª) se mide el azimut  $u = NCA$  de la dirección  $CA$ , y llamamos  $u'$  el azimut conocido  $N'AB$  del lado trigonométrico  $AB$ , tendremos en el caso que representa la figura:



Figª 45ª

y por consecuencia:

$$A = 180^\circ + u - u'$$

$$B = u' - (u + C)$$

$$a = c \frac{\text{sen.}(u' - u)}{\text{sen. } C}; \quad b = c \frac{\text{sen.}[u' - (u + C)]}{\text{sen. } C}$$

En los valores de  $A$  y  $B$  se harán las modificaciones que exija la situación del punto  $C$  respecto de los vértices, para lo cual conviene construir un croquis que la represente; y cuando se recurra á esta clase de procedimientos deben apuntarse en el registro, en la columna destinada á las *Notas*, todos los datos y explicaciones que se crean necesarias para evitar la confusión. El problema actual no es susceptible de una resolución muy exacta por este método, en atención á que la medida de un azimut en que se funda, no puede en lo general hacerse con el mismo grado de precisión que una observación angular entre dos puntos terrestres; pero en otra ocasión veremos que adquiere bastante importancia en la Planimetría parcial cuando se hace uso de la *briújula*, que es un instrumento que da directamente ángulos azimutales respecto de una línea que difiere poco de la meridiana.

Para terminar esta parte de la triangulación diremos que cuando sea posible, conviene medir el azimut de dos ó más lados distantes, con el objeto de comprobar la orientación comparando el resultado de la observación directa, con el que se obtiene por medio de los ángulos de la cadena.

## CAPITULO VI.

### CÁLCULO DE LOS TRIÁNGULOS.

88. Luego que se han recogido en el terreno todos los datos y apuntes necesarios; que se han hallado los promedios de las series para convencerse, antes de abandonar el campo de operaciones, de que la suma de los tres ángulos de cada triángulo y de los que se observan al derredor de un mismo vértice, no difieren de la suma teórica más que una pequeña cantidad que no exceda de los límites de error que se crea conveniente admitir, y por último, luego que se ha construido el croquis de las operaciones, que es tan útil para aclarar las anotaciones del registro trigonométrico, se procede á la resolución de los triángulos para determinar en seguida la posición de cada vértice independientemente de los demás.

Los cálculos en realidad no ofrecen dificultad alguna, pues el caso común es uno de los más usuales de la trigonometría elemental, y si les he consagrado un Capítulo especial, es únicamente para indicar algunas reglas relativas al mejor modo de guiar las operaciones numéricas. En efecto, la marcha que debe seguirse en ella no es del todo indiferente, porque es fácil comprender que los pequeños errores de observación que siempre existen, aun después de hechas las correcciones con más ó menos arbitrariedad, pueden propagarse y combinarse de mil maneras diversas de un triángulo á otro, de tal suerte que produzcan diferencias apreciables en los últimos lados de la cadena. El calculador debe, por lo tanto, adoptar un camino siste-