y $CDB=\alpha$, y con estos elementos y los del triángulo $A\,B\,C$ que se supone conocido, propongámonos determinar los ángulos $CAD=y$ y $CBD=x$.

Del cuadrilátero $A\,C\,B\,D$ sacaremos: $x+y=360°-(\alpha+\beta+C)$, de donde resulta:

$$\tfrac{1}{2}(x+y)=180°-\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+C) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1)$$

Siendo a, b, c, los lados opuestos á los ángulos A, B, C, se tendrá en el triángulo $C\,A\,D$:

$$CD=\frac{b\,\text{sen.}\,y}{\text{sen.}\,\beta} \quad \text{y en } CDB: \quad CD=\frac{a\,\text{sen.}\,x}{\text{sen.}\,\alpha}$$

Igualando estos valores, resulta:

$$\frac{\text{sen.}\,y}{\text{sen.}\,x}=\frac{a\,\text{sen.}\,\beta}{b\,\text{sen.}\,\alpha}$$

Hagamos para abreviar:

$$m=\frac{a\,\text{sen.}\,\beta}{b\,\text{sen.}\,\alpha} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2)$$

y entonces tendremos:

$$\frac{\text{sen.}\,y}{\text{sen.}\,x}=m$$

Agregando esta cantidad á la unidad, restándola de ella y dividiendo uno por otro los resultados, se obtendrá haciendo las reducciones:

$$\frac{\text{sen.}\,x+\text{sen.}\,y}{\text{sen.}\,x-\text{sen.}\,y}=\frac{1+m}{1-m}$$

Se tiene además por la trigonometría:

$$\frac{\text{sen.}\,x+\text{sen.}\,y}{\text{sen.}\,x-\text{sen.}\,y}=\frac{\text{tan.}\,\frac{1}{2}(x+y)}{\text{tan.}\,\frac{1}{2}(x-y)}$$

con lo que sustituyendo resultará:

$$\text{tan.}\,\tfrac{1}{2}(x-y)=\frac{1-m}{1+m}\,\text{tan.}\,\tfrac{1}{2}(x+y) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (3)$$

La ecuación (2) da la cantidad m que introducida en la (3) dará á

conocer la semidiferencia $\frac{1}{2}(x-y)$, teniendo la semisuma por la (1), con lo que se podrá determinar cada una de las incógnitas, y después en el triángulo $A\,B\,D$, en el que se conoce el lado $AB=c$, se deducirán los ángulos $BAD=y-A$, y $ABD=x-B$, con lo cual se tiene lo necesario para acabar de resolver el triángulo, á saber:

$$AD=\frac{c\,\text{sen.}\,(x-B)}{\text{sen.}\,(\alpha+\beta)} \qquad BD=\frac{c\,\text{sen.}\,(y-A)}{\text{sen.}\,(\alpha+\beta)} \;\ldots\; (4)$$

Este procedimiento conocido con el nombre de "Problema de los tres vértices," conduce á resultados muy exactos. Aplicaremos las fórmulas á los datos siguientes:

$\alpha=20°\,37'\,38''.1$	$a=3105^{m}34$	$A=56°\,54'\,16''.3$
$\beta=19\;\;45\;\;45.6$	$b=3665.36$	$B=81\;\;26\;\;44.9$
	$c=2463.30$	$C=41\;\;38\;\;58.8$

De ellos se deduce que $\frac{1}{2}(x+y)\,138°\,58'\,48''.8$, y se tendrá:

a.......... 3.4920952	$1-m=0.186872$	$(1-m)$.......	9.2715442
sen. β..... 9.5290770	$1+m=1.813128$	tan. $\frac{1}{2}(x+y)$	9.9394658—
b.......... — 3.5641166	$\frac{1}{2}(x+y)=138°\,58'\,48''.\,8$	$(1+m)$.......	— 0.2584285
sen. α..... — 9.5468964	$\frac{1}{2}(x-y)=-5\;\;7\;\;23\,.\;\;7$	tan. $\frac{1}{2}(x-y)$.	8.9525815—
m...... 9.9101592	$x=133°\,51'\,25''.\,1$	$x-B=52°\,24'\,40''.2$	
$m=0.813128$	$y=144\;\;6\;\;12\;.\;5$	$y-A=87\;\;11\;\;56\;\;.2$	

c..........................	3.3915173..	....	3.3915173
sen. $(x-B)$	9.8989491	sen. $(y-A)$...	9.9994808
sen. $(\alpha+\beta)$..........	— 9.8115655	....	— 9.8115655
$A\,D$......................	3.4789009	$B\,D$.............	3.5794326
	$AD=3012^{m}32$		$BD=3796^{m}93$

Hagamos ahora algunas consideraciones respecto de la posición del punto D con relación al triángulo $A\,B\,C$.

I. Si suponemos que D está en E sobre la circunferencia que pasa por los tres vértices, se tendrá: $\beta=B$, $\alpha=A$. Entonces $x+y=180°$ y $m=1$, puesto que el triángulo da: $a\,\text{sen.}\,B=b\,\text{sen.}\,A$. Por consiguiente, sustituyendo resulta $\text{tan.}\,\frac{1}{2}(x-y)=\frac{0}{0}$. La forma de esta ecuación nos indica que en este caso el problema es indeterminado, lo que debía esperarse, pues desde todos los puntos del arco AEB se obtendrían los mismos ángulos entre los vértices.

II. Si el punto está en F sobre el lado c, se tendrá: $\alpha+\beta=180°$; $x=B$; $y=A$; de suerte que si se sustituyen estos valores en las ecuaciones (4) resultaría $AF=\frac{0}{0}$, $BF=\frac{0}{0}$. En este caso, sin embargo, puede resolverse el problema con ayuda de los otros dos lados del triángulo, que dan respectivamente:

$$AF=b\,\frac{\text{sen.}\,(A+\beta)}{\text{sen.}\,\beta} \qquad BF=a\,\frac{\text{sen.}\,(B+\alpha)}{\text{sen.}\,\alpha}$$

III. Sea ahora G la posición del punto en el interior del triángulo. En este caso $\alpha+\beta>180°$, de modo que su seno será negativo, lo mismo que sen. $(x-B)$ y sen. $(y-A)$, puesto que x é y son respectivamente menores que B y A.

IV. Finalmente, si el punto está fuera del triángulo, en H por ejemplo, cada uno de los ángulos α y β será mayor de 180° y pueden aplicarse las mismas fórmulas tomando por α el ángulo .... $CHB=360°-\alpha=\alpha'$ y por β el ángulo $AHC=360°-\beta=\beta'$. Las ecuaciones que dan las distancias serán en este caso:

$$AH=c\,\frac{\text{sen.}\,(B+x)}{\text{sen.}\,(\alpha'+\beta')} \qquad BH=c\,\frac{\text{sen.}\,(A+y)}{\text{sen.}\,(\alpha'+\beta')}$$

Por la breve discusión precedente se ve que el problema sólo es indeterminado cuando el punto está sobre la circunferencia que pasa por los tres vértices, caso muy remoto en la práctica, y que se conocerá en que $\alpha+\beta+C=180°$.

El conocimiento de las dos distancias del punto á los vértices A y B es lo que basta para situarlo en el croquis ó en el plano; pero puede obtenerse una comprobación calculando también su distancia al tercer vértice C, por cualquiera de las fórmulas:

$$CD=\frac{a\,\text{sen.}\,x}{\text{sen.}\,\alpha}=\frac{b\,\text{sen.}\,y}{\text{sen.}\,\beta}=\frac{a\,\text{sen.}\,y}{m\,\text{sen.}\,\alpha}=\frac{m\,b\,\text{sen.}\,x}{\text{sen.}\,\beta}$$

Tambien se tienen las siguientes formas de los valores de AD y BD:

$$AD=\frac{b\,\text{sen.}\,(\beta+y)}{\text{sen.}\,\beta}=\frac{a\,\text{sen.}\,(\beta+y)}{m\,\text{sen.}\,\alpha}$$

$$BD=\frac{a\,\text{sen.}\,(\alpha+x)}{\text{sen.}\,\alpha}=\frac{m\,b\,\text{sen.}\,(\alpha+x)}{\text{sen.}\,\beta}$$

y como comprobación del cálculo mismo, se tiene:

$$m=\frac{BD\,\text{sen.}\,(\beta+y)}{AD\,\text{sen.}\,(\alpha+x)}$$

valor que debe resultar igual al de la fórmula primitiva (2).

Como el problema de los tres vértices es de mucha utilidad práctica, importa que el calculador se familiarice con el uso de las fórmulas que lo resuelven, y con este fin pongo á continuación algunos ejemplos por vía de ejercicio, dando también los resultados para que el lector los compare con los que obtenga.

Ejemplo 1º—Tomaré de mis registros trigonométricos el siguiente:

$A=57°\ 33'\ 30''$	$\log.\,a=3.60203$	$\alpha=119°\ 57'\ 30''$
$B=65\ \ 42\ \ 30$	$\log.\,b=3.63546$	$\beta=143\ \ 30\ \ 30$
$C=56\ \ 44\ \ 00$	$\log.\,c=3.59799$	

Por los valores de α y β se ve que este caso es el tercero que he considerado en la discusión precedente. Su resolución da:

$$AD=2627^{\text{m}}1 \qquad BD=2682^{\text{m}}8$$

Ejemplo 2º—Tomemos este otro:

$A=55°\ 32'\ \ 6''$	$\log.\,a=3.5679382$	$\alpha=342°\ \ 6'\ 00''$
$B=44\ \ 20\ \ 10$	$\log.\,b=3.4961558$	$\beta=352\ \ 54\ \ 15$
$C=80\ \ \ 7\ \ 44$	$\log.\,c=3.6452843$	

Los valores de α y β indican que se trata del cuarto caso de la discusión, por lo que tomando $\alpha'=17°\ 54'\ 00''$ y $\beta'=7°\ 5'\ 45''$, resulta:

$$\tfrac{1}{2}(x+y)=\tfrac{1}{2}[C-(\alpha'+\beta')]=27°\ 34'\ 00''$$

y por la resolución deberá hallarse:

$$AD=10.366^{\text{m}}3 \qquad BD=9.975^{\text{m}}8$$

En la práctica es más cómodo medir directamente los ángulos α' y β'; pero para evitar equivocaciones debe anotarse el caso, que se conoce inmediatamente puesto que el triángulo $A\,B\,C$ presenta del lado del observador la parte exterior de su ángulo C.

73. Aunque la resolución analítica es la que en general debe preferirse para determinar con exactitud sobre el plano la posición del punto D, puede recurrirse á una resolución gráfica que es más breve, y sirve muy bien para situar este punto en el croquis. Sea $A\,B\,C$ (fig. 37ª) el triángulo conocido: sobre el lado $A\,C$ trácense en A y en C dos líneas que formen con él los ángulos $A\,C\,M$ y $C\,A\,M$ iguales á $90° - \beta$, y desde su intersección M como centro, y con un radio igual á $M\,A$ ó $M\,C$ descríbase una circunferencia. De igual manera sobre $B\,C$ constrúyanse los ángulos $B\,C\,N$ y $C\,B\,N$ iguales á $90° - \alpha$, lo que determina el centro N y el radio $N\,C = N\,B$ de otra circunferencia que por su intersección con la primera, fija la posición del punto D.

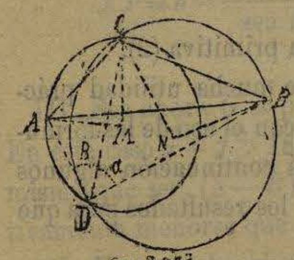

Fig.ª 37ª

De la construcción resulta, en efecto, que el ángulo $A\,M\,C$ es igual á $2\,\beta$, y como éste tiene su vértice en el centro, se deduce que el punto D desde el cual debe verse el mismo arco $A\,C$ bajo el ángulo β, estará situado sobre la circunferencia de que forma parte este arco. Por idéntica razón, se infiere que el mismo punto debe hallarse sobre la circunferencia descrita desde N, puesto que por la construcción el ángulo $B\,N\,C$ tiene por valor $2\,\alpha$, y por medida el arco $B\,C$. En consecuencia, el punto que se busca quedará determinado por la intersección de las dos circunferencias.

Si alguno de los ángulos observados α y β fuese mayor que 90°, su complemento será negativo, y en este caso la construcción de los ángulos complementarios deberá hacerse hacia la parte opuesta de los dos lados $A\,C$ y $B\,C$. El resto de la resolución es la misma.

En otra ocasión volveré á ocuparme de este importante problema para tratarlo analíticamente con mucha más generalidad.

74. Cuando desde un punto que se quiere enlazar con la triangu-

lación, no se descubren más que dos vértices, puede acudirse á la resolución expuesta en el número 24, con motivo del cálculo de las bases. Sea A (figuras 6ª y 7ª) el punto de que se trata, C y D los vértices que se ven desde A, y cuya distancia $C\,D$ supongo conocida. Si se elige otro punto auxiliar B, desde el cual se descubran los mismos vértices y se mide la pequeña distancia $A\,B$, así como los ángulos que en las figuras se designan por α, β, γ y δ, se tendrán los elementos necesarios para calcular $A\,C$ y $A\,D$, que determinan la posición del punto A respecto de C y D.

Parece sin duda más sencillo observar desde los vértices C y D los dos ángulos $C\,D\,A$ y $D\,C\,A$, en lugar de medir la distancia $A\,B$ y cuatro ángulos que demanda esta resolución, y es más sencillo efectivamente en circunstancias ordinarias; pero hay casos en que los vértices trigonométricos por estar demasiado distantes, ó por ser de difícil acceso, hacen preferible, por más breve, este último método, sobre todo, si el punto A no es de mucha importancia. Por otra parte, el conocimiento de la distancia $A\,B$ no es indispensable cuando se sigue el procedimiento que voy á indicar.

Si con un valor cualquiera de $A\,B$, tal como el que resulta de estimar esa distancia á la simple vista, se aplica la resolución anterior, para obtener los valores de $A\,C$ y $A\,D$, y en seguida con ellos se determina la distancia $C\,D$, por las fórmulas del núm. 25, es claro que todos estos resultados serán erróneos; pero como $C\,D$ se conoce con exactitud, puesto que es un lado trigonométrico, la comparación del valor exacto con el erróneo permitirá corregir los valores obtenidos para $A\,C$ y $A\,D$, fundándose para ello en que las figuras exacta y errónea son semejantes á causa de la igualdad de sus ángulos, y por consecuencia, en que sus lados serán proporcionales. Si designamos, pues, por m' el valor estimativo de $A\,B$, los que se obtengan para $A\,C = b'$ y $A\,D = c'$ serán:

$$b' = m' \frac{\text{sen.}\,\gamma}{\text{sen.}\,(\alpha + \gamma)} \qquad c' = m' \frac{\text{sen.}\,\delta}{\text{sen.}\,(\beta + \delta)}$$

Introduciendo estos valores en las fórmulas del núm. 25, resultará el valor x' para la distancia CD, y si llamamos k la distancia exacta, se tendrá:

$$b = b'\frac{k}{x'}; \quad c = c'\frac{k}{x'}; \quad m = m'\frac{k}{x'}; \text{ etc.}$$

Tomemos, por ejemplo, los ángulos que constan en el párrafo indicado; y si suponemos $m' = 2000^m$, obtendremos $b' = 4415^m8$, $c' = 6091^m8$. Determinando con estos resultados el valor de CD, se halla: $x' = 10318^m0$; y como la distancia exacta es: $k = 11457^m0$, el factor $\frac{k}{x}$ para corregir los primeros resultados tiene por logaritmo 0.04547, que sumado con los de $b'\,c'\,m'$, etc., da: $b = 4903^m$, $c = 6764^m$, etc., valores que concuerdan con los del número 25.

75. Habiendo terminado ya las principales reglas que se refieren á la medida de los ángulos de una cadena, sólo me resta indicar algunas ideas respecto de las dimensiones de las señales trigonométricas, según lo que expuse en el número 42 de este libro.

Delambre prescribe que la altura de las señales debe ser tal, que desde la estación más distante se vean, por lo menos, bajo un ángulo de 31″. De esta regla se deduce que la altura mínima a debe ser igual á los quince cienmilésimos de la distancia k, esto es:

$$a = 0.00015\,k$$

Esta prescripción se refiere á las señales geodésicas, que construídas de madera, y muchas veces de mampostería, son de algún costo; pero como en las triangulaciones topográficas las señales consisten generalmente en simples maderos provistos de una bandera, ó de cualquier otro objeto que los haga distinguir de las rocas ó de los árboles inmediatos, no hay inconveniente, y sí algunas ventajas, en aumentar un poco la altura mínima, elevándola á *dos diezmilésimos de la mayor distancia*, á saber:

$$a = 0.0002\,k \quad \text{.............................} \quad (1)$$

Respecto del diámetro ó grueso de las señales, creo que hasta ahora nadie se ha ocupado de fijar sus límites, por lo que creo útil exponer el resultado de algunas experiencias que he hecho con este objeto, sirviéndome de un teodolito pequeño de Troughton, cuyo telescopio, aunque bastante claro, tenía sólo 0^m22 de distancia focal y un objetivo de 0^m025 de diámetro.

Colocada en una altura una señal de 0^m13 de grueso, que se veía por consiguiente proyectada sobre el fondo del cielo, he podido distinguirla á todas horas del día desde una distancia de 13000^m. A la distancia de 16900^m solamente pude distinguirla por la tarde teniendo el sol á la espalda. De la primera experiencia se deduce que la relación entre el diámetro de la señal y la distancia es:

$$d = 0.00001\,k \quad \text{..............................} \quad (2)$$

La misma señal, situada en un lugar bajo, y observada desde una altura, se ha podido ver muy bien aun á medio día, á la distancia de 7700^m, lo que produce $d = 0.000017\,k$. Es de advertir que el madero cilíndrico que constituía la señal, se veía proyectado sobre el fondo de un terreno claro; pero cuando se proyectaba sobre arboledas ó sobre un fondo obscuro, no se podía distinguir bien á la distancia de 7700^m, y sólo se veía la pequeña bandera blanca atada en su parte superior. Acaso se habría distinguido el asta si hubiera estado pintada de blanco, porque en la experiencia tenía el color natural de la madera.

De lo expuesto se infiere que puede tomarse como límite inferior del grueso de las señales, la *cienmilésima parte de la distancia* para el caso en que la señal se establezca en una eminencia, y el doble para el caso contrario.

Por lo común, se exagera demasiado la necesidad de dar á las señales muy poco diámetro; pero sin negar la utilidad general de esta prescripción, creo que es posible fijar límites bastante amplios acerca del mayor grueso que pueden tener sin inconveniente alguno en la práctica, apoyándose para ello en las consideraciones siguientes: El grueso de la señal forma la base de un triángulo isósceles, cuyos otros dos lados no son otra cosa más que las visuales que tangencialmente le dirige el observador, y cuya longitud es por consiguiente k. Designando por ω el ángulo opuesto á la base, tendremos que ω es el ángulo bajo el cual el observador ve el diámetro de la señal desde la distancia k, y que está ligado con los anteriores elementos por la fórmula:

$$d = 2\,k\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,\omega$$

Atendida la pequeñez de este ángulo, podrá tomarse el arco en segundos por su seno, y hallaremos:

$$\omega = \frac{d}{k\,\text{sen.}\,1''}$$

Veamos de qué nos puede servir esta relación. Si al medir los ángulos se dirigieran siempre las visuales al centro de las señales, no habría error, cualquiera que fuese su diámetro; pero como límite de incertidumbre, supondré el caso extremo, que se verifica cuando en lugar de dirigirse la visual al centro, se dirige á uno de los bordes, ó tangencialmente á la señal. Es evidente que en este caso se comete un error de $\frac{1}{2}\,\omega$ en la dirección de la visual, el cual puede ser por exceso ó por defecto, de modo que en los casos extremos de duda el ángulo que se mide quedará afectado del error ω, lo que tendrá lugar cuando las dos visuales sean tangentes en sentido opuesto á las dos señales que forman el ángulo.

Este caso, el más desventajoso que puede ocurrir, es aplicable á la determinación del mayor grueso que deben tener las señales, estableciendo la condición de que el error ω no sea apreciable con la aproximación a, que dé el teodolito que se use. En efecto, si un instrumento da la aproximación a, la menor cantidad que puede apreciarse con los nonius, es $\frac{1}{2}\,a$, cuando dos divisiones contiguas parecen coincidir igualmente; pero una tercera ó cuarta parte, es ya imposible de apreciarse con exactitud. En consecuencia establezcamos la condición de que el error ω nunca exceda de $\frac{1}{4}\,a$, y se tendrá:

$$\frac{d}{k\,\text{sen.}\,1''} < \tfrac{1}{4}\,a$$

y considerando á $\frac{1}{4}\,a$ como límite superior, hallaremos:

$$d = \tfrac{1}{4}\,a\,k\,\text{sen.}\,1'' \;\dots\dots\dots\dots\; (3)$$

He reducido á la siguiente tabla la ecuación (1) referente á la al-

tura de las señales, y las (2) y (3) que fijan los límites mínimo y máximo de su grueso, para diversos valores de k y de la aproximación angular del instrumento que haya de usarse.

DISTANCIAS.	ALTURAS.	DIÁMETRO MÍNIMO.	DIÁMETRO MÁXIMO.				
			10''	15''	20''	30''	60''
1000^m	0^{m}2	0^{m}01	0^{m}012	0^{m}018	0^{m}024	0^{m}036	0^{m}072
2000	0.4	0.02	0.024	0.036	0.048	0.072	0.144
3000	0.6	0.03	0.036	0.054	0.072	0.108	0.216
4000	0.8	0.04	0.048	0.072	0.096	0.144	0.288
5000	1.0	0.05	0.060	0.090	0.120	0.180	0.360
6000	1.2	0.06	0.072	0.108	0.144	0.216	0.432
7000	1.4	0.07	0.084	0.126	0.168	0.252	0.504
8000	1.6	0.08	0.096	0.144	0.192	0.288	0.576
9000	1.8	0.09	0.108	0.162	0.216	0.324	0.648
10000	2.0	0.10	0.120	0.180	0.240	0.360	0.720
11000	2.2	0.11	0.132	0.198	0.264	0.396	0.792
12000	2.4	0.12	0.144	0.216	0.288	0.432	0.864
13000	2.6	0.13	0.156	0.234	0.312	0.468	0.936
14000	2.8	0.14	0.168	0.252	0.336	0.504	1.008
15000	3.0	0.15	0.180	0.270	0.360	0.540	1.080
16000	3.2	0.16	0.192	0.288	0.384	0.576	1.152
17000	3.4	0.17	0.204	0.306	0.408	0.612	1.224
18000	3.6	0.18	0.216	0.324	0.432	0.648	1.296
19000	3.8	0.19	0.228	0.342	0.456	0.684	1.368
20000	4.0	0.20	0.240	0.360	0.480	0.720	1.440

Los guarismos de esta tabla manifiestan que los límites de grueso son amplísimos, especialmente respecto de los instrumentos de menor precisión que son los de uso más frecuente en la topografía. Los teodolitos que aproximan la lectura angular á 10'', 15'' y aun á 20'', tienen también por lo general telescopios más poderosos que permiten acercarse al límite inferior en el diámetro de las señales; pero aun adoptado el máximo de grueso que consta en la tabla, puede estar seguro el ingeniero de que el error que provenga de esta causa será enteramente inapreciable con su instrumento, como deducido de casos extremos que acaso nunca lleguen á verificarse, sobre todo si no olvida la prescripción de dirigir sus visuales al centro cuando las señales presentan un espesor sensible. Todas estas consideraciones son de importancia, en razón de que permiten al topógrafo servirse como señales, de las cruces, mojoneras y otros monumentos análogos que suelen encontrarse en las cimas de los cerros, con especialidad si no ofrecen dificultades para estacionar en ellos cuando llega el caso de medir allí los ángulos.

CAPITULO V.

ORIENTACIÓN DE LA CADENA TRIGONOMÉTRICA.

76. Hemos dicho (núm. 6) que no basta conocer todos los elementos de una cadena trigonométrica, sino que además es preciso *orientarla*, ó asignarle la verdadera posición que ocupa en la superficie de la tierra con relación á los puntos cardinales. Antes de enseñar los medios de conseguirlo, necesito recordar algunas definiciones.

Se llama *meridiano* de un lugar el plano que pasa por los polos del mundo y por el zenit de ese lugar, y *línea meridiana*, ó simplemente *meridiana*, la intersección del meridiano con la superficie de la tierra. Por su misma definición se comprende que el meridiano es un plano *vertical* ó perpendicular al horizonte del observador, puesto que pasa por su línea vertical, y que la meridiana sigue la dirección de Norte á Sur.

Entre todos los planos verticales que pasan por el zenit de un lugar, hay uno que es perpendicular al meridiano, y se designa con el nombre de *primer vertical*. La intersección de este plano con la superficie de la tierra se llama *perpendicular á la meridiana*, y su dirección es de Oriente á Poniente.

Así, pues, la meridiana y su perpendicular dividen el horizonte en cuatro cuadrantes, y si un observador está vuelto hacia el Norte, tendrá el Sur á la espalda, el Oriente á su derecha y el Occidente á su izquierda. Designaremos estos cuadrantes por el número que expresa su orden, comenzando por el punto Norte y continuando hacia