efecto que el aumento de la ascensión recta tabular a', podría multiplicarse x por el coeficiente de Δa. En nuestro ejemplo este coeficiente es de -33.66, y en consecuencia, resultaría

$$33.66 \times 0^s023 = +0^s.77,$$

que es sensiblemente el mismo valor hallado por los otros dos métodos.

Parece inútil advertir que sólo deben aplicarse estos medios de corrección cuando se descubra el error después de hecho todo ó la mayor parte del cálculo, porque sería más dilatado repetirlo; pero si se conocieren de antemano, es evidentemente preferible corregir directamente el valor de Z antes de proceder á la aplicación de las fórmulas.

CAPITULO XXVI.

DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD.—MÉTODO DE CULMINACIONES LUNARES.

299.—En los dos Capítulos que anteceden se ha visto que una vez hallada, por la observación, la ascensión recta de la luna, es muy fácil calcular la hora correspondiente del primer meridiano, y en consecuencia la longitud del lugar. El medio más directo de obtenerla consiste en observar el tránsito del astro por el meridiano, puesto que aquella coordenada no es otra cosa más que la hora sideral de la observación. Es cierto que no se puede observar el paso meridiano del centro de la luna, sino únicamente el de su limbo iluminado; pero de este dato se deduce fácilmente la ascensión recta de aquel punto, y entonces la misma hora sideral, convertida en hora media, podrá compararse con la del primer meridiano que corresponda á la ascensión recta obtenida por la observación directa.

Esta manera general de considerar la cuestión supone conocidas las correcciones del telescopio de tránsitos ó del altazimut que se emplee, así como la del cronómetro, y todas ellas con la mayor precisión; porque ya he tenido ocasión de indicar que en la determinación de la longitud por observaciones de la luna, los errores cometidos en la hora guardan con los del resultado la relación de 1 á 30 próximamente. Bajo este punto de vista, podría creerse que sólo en los Observatorios permanentes, en donde son grandes la perfección y la estabilidad de los instrumentos, sería posible obtener resultados exactos por medio de este procedimiento; pero veremos que no hay necesidad de ceñirse únicamente á la observación de la luna, sino que se puede combinar la de esta con la de una ó más estrellas inmediatas, á fin de eliminar casi del todo el efecto de los errores instrumentales. De este modo, en lugar de horas absolutas, entrarán como datos para la resolución, simples *diferencias* de tiempo, que generalmente pueden suponerse exentas de error.

En las Tablas que llevan por título "*Culminaciones de la Luna,*" los Almanaques Náuticos ingleses dan, para cada día del año, la ascensión recta del limbo visible en el momento de su tránsito por el meridiano de Greenwich. Los almanaques americanos indican la hora media del paso del centro de la luna por el meridiano de Washington; pero unos y otros dan las ascensiones rectas y las declinaciones de varias estrellas cercanas á la luna, y que por esta razón se llaman "*culminantes con la luna.*" Por lo general son cuatro las estrellas, dos de las cuales pasan por el meridiano antes que la luna, y dos después. Observados sus tránsitos con el de este astro, cada una de las observaciones dará lugar á una relación, como la que consta en el número 219, entre las correcciones instrumentales y la ascensión recta del objeto observado, de modo que para el borde visible de la luna, se tendrá:

$$\alpha = t + \Delta t + Aa + Bb + Cc$$

y para cualquiera de las estrellas:

$$\alpha' = t' + \Delta t' + A'a + B'b + C'c$$

La diferencia de ambas ecuaciones da:

$$\alpha - \alpha' = t - t' + (\Delta t - \Delta t') + (A - A')a + (B - B')b + (C - C')c$$

Esta expresión manifiesta que para obtener la diferencia exacta de ascensiones rectas, no es necesario conocer las correcciones absolutas del guarda-tiempo, sino únicamente su marcha en el pequeño intervalo cronométrico $t - t'$; y que aunque no se conozca el valor exacto de las constantes instrumentales a, b y c, el resultado no tendrá error de importancia, en atención á que sólo quedan multiplicadas por las diferencias de los coeficientes A, B y C, los cuales, dependiendo de la latitud y de las declinaciones de los astros, tienen casi el mismo valor para la luna que para las estrellas culminantes con ella, puesto que sus declinaciones son muy poco diferentes.

Si se adopta la forma de la expresión que consta en el número 227, siendo t la hora cronométrica ya corregida por el error de colimación, se tiene para la luna:

$$\alpha = t + \Delta t + m + n \tan. \delta$$

y acentuando siempre los elementos referentes á las estrellas, se tendrá igualmente:

$$\alpha' = t' + \Delta t' + m + n \tan. \delta'$$

de donde resulta:

$$\alpha - \alpha' = t - t' + (\Delta t - \Delta t') + n(\tan. \delta - \tan. \delta')$$

ecuación en la que también figura solamente la marcha del cronómetro, y en la que el valor de la constante instrumental n sólo multiplica á la diferencia $(\tan. \delta - \tan. \delta')$ cuya pequeñez se comprende desde luego por el hecho de diferir muy poco las declinaciones. Así, pues, siguiendo uno ú otro método de reducción, admitiremos que puede obtenerse con mucha exactitud la *diferencia* de ascensiones rectas; de manera que designándola por γ, y llamando α' la ascensión recta de cualquiera de las estrellas, la del borde visible de la luna será:

$$\alpha = \alpha' + \gamma \quad \text{..................................} (1)$$

y debiendo suministrar cada una de las estrellas observadas el mismo resultado, se adoptará por α el promedio de todos los valores obtenidos, á fin de eliminar en lo posible los pequeños errores de observación.

300.—Antes de ocuparnos en el modo de hallar la ascensión recta del centro de la luna, indiquemos la manera de reducir al hilo medio sus tránsitos incompletos, cuando por cualquiera circunstancia no hayan podido observarse en todos los de la retícula. En tales casos es preciso tomar en cuenta dos correcciones: la una debida á la paralaje, y la otra al movimiento propio de la luna en ascensión recta. En el número 221 vimos que el tránsito incompleto de una estrella se reduce por la fórmula $I = \frac{i}{\cos.\delta}$, en la que i representa el promedio de los intervalos ecuatoriales de los hilos en que se haya observado el paso; pero tratándose de la luna, cuando su distancia, en tiempo, al hilo medio, que supondré en el plano del meridiano, es aparentemente I, su distancia real es $I - \beta$, representando β la paralaje de ascensión recta, cuyo efecto es aumentar el valor numérico del ángulo horario I. En este caso especial, atendida la pequeñez de I, la expresión de β [número 147, ecuación (11)] será:

$$\beta = \frac{\pi \cos.\varphi \,\mathrm{sen.}\, 1''}{\cos.\delta}\, I$$

por lo cual la verdadera distancia del limbo observado al meridiano es:

$$\left(1 - \frac{\pi \cos.\varphi \,\mathrm{sen.}\, 1''}{\cos.\delta}\right) \frac{i}{\cos.\delta}$$

Esta expresión daría el tiempo que invertiría la luna en pasar del hilo lateral al medio, si no tuviera variación en ascensión recta; pero si representamos por μ esta variación en 1^s de tiempo sideral, es claro que mientras una estrella fija describe 1^s en el sentido del ecuador en virtud del movimiento diurno, la luna sólo describirá $1^s - \mu$; y como para igualdad de espacios los tiempos están en razón inversa de las velocidades, el tiempo que emplea la luna en llegar al hilo medio será:

$$I' = \left(\frac{1 - \frac{\pi \cos.\varphi \,\mathrm{sen.}\, 1''}{\cos.\delta}}{1 - \mu}\right) \frac{i}{\cos.\delta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Los logaritmos de $1 - \mu$ pueden tomarse de nuestra Tabla IX con el movimiento horario en ascensión recta por argumento.

El 30 de Noviembre de 1857, por ejemplo, sólo pude observar el limbo de la luna en el cuarto hilo, cuya distancia al hilo medio era $i = -16^s.125$. La latitud del lugar es $\varphi = 19° 26'$, y la paralaje, la

declinación y el movimiento horario eran respectivamente: $\pi = 3687''$, $\delta = 26° 3'$ y $m = 167^s.1$.

i.............	1.2075−	π...........	3.5667
$\cos.\delta$.........	−9.9535	$\cos.\varphi$......	9.9745
$1-\mu$.........	−9.9794	sen. 1''......	4.6856
		$\cos.\delta$......	−9.9535
	1.2746−.......	....	1.2746−
	$-18^s.82$		9.5479−
	+ 0.35		
Reducción...	$I' = -18^s.47$		

La reducción sólo habría sido de $-17^s.95$ para una estrella de igual declinación. Cuando el eje del telescopio está sensiblemente desviado del plano del meridiano, sería preciso en todo rigor multiplicar también la corrección azimutal a, y en general, todas las correcciones instrumentales, por el mismo factor de $\frac{i}{\cos.\delta}$ en la fórmula anterior; pero como habitualmente son aquellas pequeñas, es suficientemente exacto aumentarlas en su cuarentava parte; porque calculando el coeficiente con valores medios de π, φ, δ y m da próximamente $1.025 = 1 + \frac{1}{40}$.

En cuanto á los cálculos necesarios para prepararse á observar una culminación de la luna, se reducen á determinar la hora media del tránsito del centro del astro por el meridiano del lugar con ayuda de la estima. Los Almanaques ingleses y americanos dan en la cuarta página correspondiente á cada mes, la hora media del paso por el meridiano de Greenwich, aproximada hasta un décimo de minuto, que es lo bastante. Los Almanaques americanos traen también el mismo dato respecto del meridiano de Washington, acompañado de su diferencia por una hora de longitud. En uno y otro caso se calcula la hora del tránsito para cualquier otro lugar por una simple proporción, esto es: siendo L la estima contada desde el meridiano á que se refieran las Efemérides, H' la hora del paso en el mismo meridiano y v la variación ó diferencia horaria, se tendrá: $H = H' + Lv$. El valor de v debería interpolarse para $\frac{1}{2} L$, á fin de proceder con más exactitud; pero no es necesario hacerlo así cuando el cálculo sólo tiene por objeto prepararse á observar la culminación. La estima debe expresar horas y fracciones, puesto que v se refiere á la misma unidad. Si el Almanaque no contuviese el valor de v, podrá tomarse $v = \frac{d}{24}$, siendo d la diferencia de horas del tránsito de un día al siguiente. Entonces la hora que se busca será:

$$H = H' + \frac{L}{24} d$$

El día 1º de Enero de 1871, por ejemplo, pasó la luna por Greenwich á $8^h 13^m.20$; si se desea saber la hora de su culminación en México, tendremos $L = 6^h.608$ y $v = 1^m.8$; por consiguiente:

$$\begin{aligned} H' &= 8^h 13^m.20 \\ Lv &= \quad 11\ .89 \\ \hline H &= 8^h 25^m.09 \end{aligned}$$

Si hubiéramos tomado por H' la hora del paso en Washington, tendríamos $L = 1^h.47$, que es próximamente la longitud de México respecto de ese meridiano. El valor de H da el tránsito del centro de la luna, y para obtener el de sus bordes se añadirá $\mp 1^m$, que es, con poca diferencia, lo que invierte en pasar el semidiámetro, tomando el signo — para el limbo primero ú occidental y + para el segundo ú oriental. Las estrellas que hayan de observarse con la luna se preparan como dijimos en el número 230.

Los Almanaques americanos no traen en la actualidad las posiciones *aparentes* de las estrellas culminantes con la luna, sino sus posiciones *medias*, ó sea sin las correcciones por nutación, precesión y aberración; y aunque esto no impide que su preparación sea suficientemente exacta haciendo uso de las ascensiones rectas medias, por ser tan pequeñas esas correcciones, debe tenerse presente que para el cálculo de la longitud sí es preciso corregirlas, y á este fin el Almanaque suministra los datos y explicaciones necesarias. Otro tanto debe decirse de las estrellas que se tomen de los Catálogos, pues éstos sólo contienen las posiciones medias. Suele suceder, sin

embargo, que algunas de las 200 estrellas próximamente, cuyas posiciones aparentes da el Almanaque americano, están favorablemente situadas respecto de la luna, en cuyo caso pueden observarse como culminantes con este astro, evitándose las correcciones que he mencionado.

301.—Indiquemos ahora los principales métodos para calcular la longitud por medio de las culminaciones de la luna. La cantidad que he designado por α, á la vez que representa la ascensión recta del limbo visible de este astro, es también la hora sideral de la observación, la cual convertida en hora media designaré por M; y como las Efemérides horarias se refieren al centro del astro, tendremos que, para calcular la hora correspondiente M' del primer meridiano, será preciso deducir de la cantidad observada α, la ascensión recta del centro de la luna. Reflexionemos para esto que en el instante α ó M en que el borde se halla en el meridiano, la distancia angular de su centro á este plano es precisamente igual al semidiámetro geocéntrico s; y que el triángulo formado por el polo, el centro de la luna y el punto de su disco que está en contacto con el meridiano, siendo rectángulo en este último punto, da por valor del pequeño ángulo horario de la luna en segundos de tiempo:

$$h = \frac{s}{15 \cos.\delta} \quad \text{..........................} \quad (3)$$

En consecuencia, la ascensión recta del centro en el instante M en que la del borde es α, tiene por expresión:

$$a = \alpha \pm h \quad \text{...............................} \quad (4)$$

debiéndose tomar el signo superior durante la primera semilunación, quiere decir, desde la neomenia hasta el plenilunio, que es cuando el limbo iluminado es el primero que pasa por el meridiano. De los elementos s y δ, el primero varía con mucha lentitud, y como el segundo sólo se necesita aproximado hasta los minutos, ambos pueden tomarse con la estima y la hora M, sin necesidad de hacer la interpolación con diferencias segundas.

Siendo ahora α' la ascensión recta que más se acerca á la observada a, y τ la hora correspondiente del meridiano de las Efemérides, se tendrá:

$$L = \tau + \frac{3600}{m}(a - a') - M$$

fórmula en la cual m representa el movimiento horario de la luna en ascensión recta, calculado para el instante intermedio $\frac{1}{2}(\tau + M + L)$, entre τ y la hora aproximativa $M + L$ obtenida con ayuda de la estima. Para tomar en cuenta el error tabular, que no permite hallar desde luego el verdadero resultado, la expresión general de la longitud correcta es:

$$L + \Delta L = \tau + \frac{3600}{m}(a - a') - M - \frac{3600}{m}\Delta a \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (5)$$

en la cual Δa representa la corrección de las Tablas.

Ejemplo.—Tomemos una de las culminaciones que observé en Tacubaya en 1858. Las posiciones de las estrellas están tomadas del Almanaque inglés para el día de la observación, y la declinación aproximativa de la luna se calculó para la hora local del tránsito. El cronómetro solar tenía una marcha de $0^s.06$ por hora. Las horas de las observaciones están ya corregidas por el pequeño error de colimación, ó indican, por consiguiente, los instantes cronométricos de los tránsitos por el plano de colimación del telescopio.

Las cuatro estrellas que van acompañadas de un asterisco son las que señala ese día el Almanaque como culminantes con la luna; yo añadí otras y observé algunas más para determinar las correcciones instrumentales. Para obtener el valor de n (número 227) combiné η *Piscium* con α *Eridani*, y también α *Eridani* con α *Arietis*. De la primera combinación resulta $n = -0^s.07$ y de la segunda............ $n = -0^s.06$, por lo cual adopté $n = -0^s.065$. El término medio de todas las lecturas del nivel da $b = -0^s.08$, de lo que resulta $m = -0^s.062$; pero atendiendo á sus fuertes diferencias, me ha parecido más conveniente calcular, con cada una de sus indicaciones, el valor correspondiente de m é interpolar en seguida para cada estrella.

Tacubaya, Noviembre 19 de 1858.—Culminaciones.—Luz al Oeste.

ESTRELLAS.	CRONÓMETRO.	NIVEL.	ASCEN. RECTAS.	DECLINACIONES
η *Piscium*...........	$9^h32^m57^s.22$		$1^h23^m57^s.49$	$+14°37'$
α *Eridani*...........	9 41 28 .44	$-0^s.23$	1 32 30 .25	−57 57
γ^1 *Arietis* (*)........	9 54 45 .02		1 45 48 .98	+18 36
ι *Arietis* (*).........	9 58 35 .87	−0 .17	1 49 40 .33	+17 7
α *Arietis*............	10 8 8 .88		1 59 14 .97	+22 48
67 *Ceti*...............	10 18 50 .01		2 9 58 .34	− 7 4
ξ^2 *Ceti*...............	10 29 31 .26	−0 .03	2 20 41 .13	+ 7 50
γ *Ceti*...............	10 44 48 .51		2 36 1 .06	+ 2 39
Luna—I *Limbo*..	10 54 19 .68			+21 3
ε *Arietis* (*).........	10 59 55 .53	+0 .10	2 51 10 .60	+20 46
ζ *Arietis* (*).........	11 15 31 .73		3 6 49 .38	+20 31

Determinemos el valor de γ, y por consiguiente el (1) de a, valiéndonos de la primera estrella culminante con la luna.

γ^1 *Arietis.*		Luna.—I *Limbo.*	
n..............	8.8129−	n..............	8.8129−
tan. δ..........	9.5270	tan. δ..........	9.5853
n tan. δ........	8.3399−	n tan. δ........	8.3982−
n tan. δ =	$-0^s.022$	n tan. δ =	$-0^s.025$
m =	-0.165	m =	$+0.091$
Cronómetro =	$9^h\,54^m\,45.02$	Cronómetro =	$10^h54^m19^s.68$
	$9^h\,54^m\,44^s.83$		$10^h54^m19^s.75$

Estas son las horas cronométricas de los tránsitos por el meridiano, y como el cronómetro era solar, procederemos así:

$$\begin{array}{lr}
\gamma^{1}\ \textit{Arietis}\ldots\ldots\ldots\ldots & 9^{h}\,54^{m}\,44^{s}.83\\
\text{I}\ \textit{Limbo}\ldots\ldots\ldots\ldots & 10\;\;54\;\;19\,.75\\
\hline
\text{Intervalo cronométrico} = & 59^{m}\,34\,.92\\
\text{Marcha} = & +\;\;0\,.06\\
\text{Aceleración} = & +\;\;9\,.88\\
\hline
\gamma = & +\;59^{m}\,44^{s}.86\\
a' = & 1\;\;45\;\;48\,.98\\
\hline
a = & 2^{h}\,45^{m}\,33^{s}.84
\end{array}$$

Haciendo el mismo cálculo para todas las estrellas que siguen á ésta, se obtienen los resultados que pongo á continuación.

ESTRELLAS.	TRÁNSITOS.	m	γ	a
γ^{1} *Arietis*.........	$9^{h}54^{m}44^{s}.83$	$-0^{s}.165$	$+59^{m}44^{s}.86$	$2^{h}45^{m}33^{s}.84$
ε *Arietis*.........	9 58 35 .69	−0 .157	+55 53 .26	„ „ 33 .59
a *Arietis*........	10 8 8 .74	−0 .117	+46 18 .65	„ „ 33 .62
67 *Ceti*...........	10 18 49 .96	−0 .057	+35 35 .65	„ „ 33 .99
ξ^{2} *Ceti*..........	10 29 31 .24	−0 .009	+24 52 .61	„ „ 33 .74
γ *Ceti*...........	10 44 48 .56	+0 .055	+ 9 32 .76	„ „ 33 .82
ε *Arietis*.........	10 59 55 .63	+0 .129	− 5 36 .81	„ „ 33 .79
ζ *Arietis*.........	11 15 31 .85	+0 .139	−21 15 .60	„ „ 33 .78
Promedio				$a = 2^{h}45^{m}33^{s}.77$

Para obtener el valor medio de a es conveniente, en general, limitarse á las estrellas señaladas en el Almanaque; pero en este ejemplo, por la confianza que tenía en la observación y por la pequeñez de las correcciones instrumentales, me he valido también de otras que difieren notablemente de la luna en declinación.

Apliquemos ahora las fórmulas (3), (4) y (5), tomando todos los datos del Almanaque americano,[1] y comenzando por hallar la hora media equivalente á la sideral a.

1 En la página 209 y siguientes de mis *Nuevos Métodos Astronómicos* constan estas mismas observaciones calculadas con los datos del Almanaque inglés, los cuales difieren bastante de los del americano; pero los errores de éste eran ese día menores que los de aquél, y por eso me ha parecido mejor adoptar los datos americanos.

$$\begin{array}{lr}
a = & 2^{h}\,45^{m}\,33^{s}.77\\
\text{Asc. recta} = & 15\;\;53\;\;59\,.51\\
\hline
 & 10^{h}\,51^{m}\,34^{s}.26\\
\text{Reducción} = & -\;\;1\;\;46\,.74\\
\hline
M = & 10^{h}\,49^{m}\,47^{s}.52
\end{array}$$

Con esta hora y la estima $6^{h}\,36^{m}\,40^{s}$ hallamos que la hora de Greenwich es $17^{h}.44$, y para este instante se encuentra $s = 16'\,22''.1$ y $\delta = 21°\;3'$.

$$\begin{array}{lr}
\frac{1}{15}\ldots\ldots\ldots & 8.82391\\
s\ldots\ldots\ldots\ldots & 2.99216\\
\cos.\delta\ldots\ldots & -9.97001\\
\hline
h\ldots\ldots\ \ldots\ldots & 1.84606
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lr}
a = & 2^{h}45^{m}33^{s}.77\\
h = & +\;1\;\;10\,.16\\
\hline
a = & 2^{h}46^{m}43^{s}.93\\
a' = & 2\;45\;\;38\,.57\\
\hline
a - a' = & 65^{s}.36\\
\tau = 17^{h} & \\
m = & 147^{s}.66
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lr}
3600\ldots\ldots\ldots\ldots & 3.5563025\\
a - a'\ldots\ldots\ldots & 1.8153120+\\
m\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & -2.1692629\\
\hline
 & \left\{\begin{array}{r}3.2023516+\\ +26^{m}33^{s}.50\end{array}\right.\\
\hline
M' = & 17^{h}\,26^{m}\,33^{s}.50\\
M = & 10\;\;49\;\;47\,.52\\
\hline
L = & 6^{h}\,36^{m}\,45^{s}.98
\end{array}$$

El movimiento horario se ha calculado para $17^{h}.22$ de Greenwich, que es el medio entre $\tau = 17^{h}.0$ y $M + L = 17^{h}.44$. Al efecto se tienen los datos:

$$\begin{array}{llll}
\text{A } 17^{h}\ldots\ldots\ldots & a' = 2^{h}\,45^{m}\,38^{s}.57 & & \\
 & & \varDelta_1 = 147^{s}.81 & \\
\text{„ } 18\ldots\ldots\ldots & \text{„} = 2\;\;48\;\;\;6\,.38 & & \varDelta_2 = +\,0^{s}.52\\
 & & 148\,.33 & \\
\text{„ } 19\ldots\ldots\ldots & \text{„} = 2\;\;50\;\;34\,.71 & &
\end{array}$$

y aplicando la fórmula (6) del número 160, para lo cual se tiene...... $t = 0.22$, resulta:

$$\begin{array}{rr}
\varDelta_1 = & 147^{s}.81\\
(t - 0.5)\times 0.52 = & -0\,.15\\
\hline
m = & 147^{s}.66
\end{array}$$

La longitud que se deduce de esta observación será, pues:

$$L + \varDelta L = 6^{h}\,36^{m}\,45^{s}.98 - 24.38\,\varDelta a$$

302.—La corrección tabular Δa se determina, según he dicho varias veces, por observaciones meridianas hechas en un lugar cuya longitud se conozca exactamente; porque entonces en la correspondiente ecuación, semejante á la que precede, todo será conocido con excepción de Δa. Una vez determinada esta cantidad, pueden corregirse las Efemérides, ó bien introducirse como corrección en el valor de $L + \Delta L$, puesto que se tiene calculado su coeficiente. También la observación correspondiente, comparada con la que se desea reducir, suministra la diferencia de longitudes de los dos lugares con la eliminación casi completa del error de las Tablas; y por consiguiente, si se conoce con precisión la longitud absoluta de una de las estaciones que se comparen, queda determinada la de la otra.

El mismo día que hice en Tacubaya las observaciones que sirven de ejemplo, se ejecutaron las siguientes en el Observatorio de Cambridge (Massachussets), las cuales tuvo la bondad de remitirme su Director Mr. W. C. Bond con otras muchas correspondientes á las que hice en aquella época.

Cambridge, Noviembre 19 de 1858.—Culminaciones.

ESTRELLAS.	Ascens. rectas observadas.	γ	a
γ^1 *Arietis*...........	$1^h\ 45^m\ 48^s.95$	$+54^m 58^s.81$	$2^h\ 40^m\ 47^s.79$
ι *Arietis*...........	1 49 40 .28	+51 7 .48	„ „ 47 .81
α *Arietis*...........	1 59 15 .04	+41 32 .72	„ „ 47 .69
ζ^3 *Ceti*..............	2 20 41 .15	+20 6 .61	„ „ 47 .74
Luna.—I *Limbo*...	2 40 47 .76		
ε *Arietis*...........	2 51 10 .60	−10 22 .84	„ „ 47 .76
ζ *Arietis*...........	3 6 49 .46	−26 1 .70	„ „ 47 .68
Promedio..............................			$a = 2^h\ 40^m\ 47^s.74$

La segunda columna contiene las horas del péndulo sideral del Observatorio, ya corregidas por todos los errores instrumentales; pero con el fin de adoptar las mismas ascensiones rectas de las estrellas con que reduje mis observaciones, formé la tercera columna de los

valores de γ, que no son más que las diferencias entre la hora del tránsito de la luna y los de las estrellas. Estas diferencias, sumadas con su signo á las ascensiones rectas tabulares de las estrellas, que constan en las observaciones de Tacubaya dan los valores de la ascensión recta del primer limbo, cuyo promedio, por otra parte, difiere apenas del que se obtuvo directamente.

A fin de determinar la corrección tabular y aplicarla á la longitud de Tacubaya, calculemos las observaciones de Cambridge por las mismas fórmulas (3), (4) y (5).

$$\begin{aligned} a &= 2^h\ 40^m\ 47^s.74 \\ \text{Tiempo sideral} &= 15\ \ 53\ \ 41\ .08 \\ \hline & \quad 10^h\ 47^m\ \ 6^s.66 \\ \text{Reduc.} &= -\ 1\ \ 46\ .01 \\ \hline M &= 10^h\ 45^m\ 20\ .65 \end{aligned}$$

Con esta hora media de aquel Observatorio y su longitud exacta, que es $L = 4^h 44^m 30^s.66$, se halla $M + L = 15^h.50$ de Greenwich, y para este instante el Almanaque americano da: $s = 16'\ 21''.3$ y $\delta = 20°\ 40'$. Calculando, además, el movimiento horario m para $15^h.25$, término medio entre $M + L$ y el valor de τ que se pondrá en seguida, tendremos:

$\frac{1}{15}$..........	8.82391	$a =$	$2^h 40^m 47^s.74$	3600...........	3.5563025
s...........	2.99180	$h =$	$+1\ \ 9.92$	$a - a'$.........	2.8637391+
cos. δ.......	−9.97111			m...............	−2.1661043
		$a =$	$2^h 41^m 57^s.66$		
h...........	1.84460	$a' =$	2 40 44 .59		3.2539373+
		$a - a' =$	$+\ 73^s.07$		$+29^m 54^s.47$
		$\tau =$	15^h		
		$m =$	$146^s.59$	$M' =$	$15^h 29^m 54^s.47$
				$M =$	10 45 20 .65
				$L =$	$4^h 44^m 33^s.82$

Según esta observación, la longitud de Cambridge será:

$$L + \Delta L = 4^h 44^m 33^s.82 - 24.56\,\Delta a$$

mas como su valor exacto es $4^h 44^m 30^s.66$, se tendrá sustituyéndolo en el primer miembro de esta ecuación:

$$3^s.16 = 24.56\, \Delta\, a$$

de donde resulta: $\Delta\, a = +\, 0^s.13$. Introduciendo esta corrección en la longitud de Tacubaya, obtendremos:

$$L + \Delta L = 6^h 36^m 45^s.98 - 24.38 \times 0^s 13 = 6^h 36^m 42^s.81$$

Comparando directamente los dos meridianos, se halla:

Tacubaya................	$6^h 36^m 45^s.98 - 24.38\, \Delta\, a$
Cambridge..................	$4\ 44\ 33.82 - 24.56\, \Delta\, a$
Tacubaya al Oeste de Cambridge............	$1^h 52^m 12^s.16 + 0.18\, \Delta\, a$
Cambridge al Oeste de Greenwich...........	$4\ 44\ 30.66$
Tacubaya al Oeste de Greenwich.............	$6^h 36^m 42^s.82 + 0.18\, \Delta\, a$

Se ve que también de esta manera queda casi eliminado del todo el error tabular, pues aunque llegara á 1^s apenas tendría efecto en las decimales de la longitud.

Por la triangulación del Valle, la diferencia geodésica de meridianos entre Tacubava y la Escuela de Ingenieros, que fué el punto á que referí la longitud de México, es de $+11^s.4$; y en consecuencia, resultaría de esta observación $6^h 36^m 31^s.4$ por longitud de la Escuela, que difiere menos de 3^s de la que obtuve en 1856 y 1857 por muchas observaciones comparadas con las correspondientes de Greenwich, que me remitió el Astrónomo Real de Inglaterra, Mr. G. B. Airy.

Las Efemérides americanas dan directamente la variación v de ascensión recta en 1^m de tiempo medio, la cual puede emplearse en vez del movimiento horario m, de manera que el factor $\frac{3600}{m}$ de la fórmula (5) se cambia en $\frac{60}{v}$. Así lo haré al aplicar á nuestro ejemplo el otro método de cálculo que paso á exponer.

303.—En lugar de reducir las observaciones del borde de la luna á su centro por la adición de $\pm h$, puede hallarse la hora sideral del tránsito del mismo centro por el meridiano, sumando con su signo á la cantidad observada a, el tiempo que invierte el semidiámetro

en pasar por aquel plano. Como h representa el pequeño ángulo horario del centro del astro en el instante en que su limbo se halla en el meridiano, resultará evidentemente, según lo expuesto en el número 300, que en virtud de la variación de ascensión recta, el tiempo que emplea la luna en describir este ángulo, es:

$$\theta = \frac{h}{1-\mu} = \frac{s}{15\,(1-\mu)\cos.\delta} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (6)$$

y así, designando por A la ascensión recta del centro de la luna en el momento del tránsito de este punto, se tiene:

$$A = a \pm \theta \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (7)$$

Siendo ahora H la hora media correspondiente á la sideral A, se procede al cálculo de la ecuación (5) con A y H en lugar de a y M, absolutamente de la misma manera que en el primer método.

Apliquemos el mismo ejemplo. Para Tacubaya se encuentra con $M + L = 17^h.44$, el movimiento horario $m = 147^s.79$, que sirve de argumento para tomar de la Tabla IX el log. $(1-\mu)$.

h.........	1.84606	$a =$	$2^h 45^m 33^s.77$	$A =$	$2^h 46^m 46^s.92$
$1-\mu$.....	-9.98185	$\theta =$	$+\ 1\ 13.15$	Tiempo sid. $=$	$15\ 53\ 59.51$
θ.........	1.86421	$A =$	$2^h 46^m 46^s.92$		$10^h 52^m 47^s.41$
		$A' =$	$2\ 45\ 38.57$	Reduc. $=$	$-\ 1\ 46.94$
	$73^s.15$				
		$A - A' =$	$+\ 68^s.35$	$H =$	$10^h 51^m 00^s.47$
		$\tau =$	17^h		
		$v =$	$2^s 4609$	60..............	1.7781513
				$A - A'$.......	1.8347385+
		$H' =$	$17^h 27^m 46^s.46$	v..............	-0.3910940
		$H =$	$10\ 51\ 00.47$		3.2217958+
		$L =$	$6^h 36^m 45^s.99$		$+27^m 46^s.46$

$$L + \Delta L = 6^h 36^m 45^s.99 - 24.38\, \Delta\, a$$

El valor de v se ha interpolado para $17^h.23$ de Greenwich, término medio entre $H + L = 17^h.46$ y $\tau = 17^h$. Hé aquí los elementos para la interpolación:

A 16^h	$2^s.4501$
„ 17	2 .4589
„ 18	2 .4676
„ 19	2 .4764

y siendo sensiblemente nulas las diferencias segundas, ó constantes las primeras, se tiene: $v = 2^s.4589 + 0.0087 \times 0.23 = 2^s.4609$.

Hagamos los mismos cálculos para Cambridge, tomando el argumento m de log. $(1-\mu)$ para $M + L = 15^h.50$ próximamente, con lo que se halla $m = 146^s.72$.

h	1.84460	$a =$	$2^h\,40^m\,47^s.74$	$A =$	$2^h\,42^m\,00^s.62$
$1-\mu$	-9.98198	$\theta =$	$+\;1\;12.88$	Tiempo sid. $=$	15 53 41 .08
θ	1.86262	$A =$	$2^h\,42^m\,00^s.62$		$10^h\,48^m\,19^s.54$
		$A' =$	2 43 11 .31	Reduc. $=$	-1 46 .21
	$72^s.88$				
		$A - A' =$	$-70^s.69$	$H =$	$10^h\,46^m\,33^s.33$
		$\tau =$	16^h		
		$v =$	$2^s.4475$	60	1.7781513
				$A - A'$	1.8493580–
		$H' =$	$15^h\,31^m\;7^s.05$	v	-0.3887227
		$H =$	10 46 33 .33		
					3.2387866–
			$4^h\,44^m\,33^s.72$		
					$-28^m 52^s.95$

$$L + \Delta L = 4^h\,44^m\,33^s.72 - 24.51\,\Delta a$$

En este caso se ha calculado v para $15^h.76$ de Greenwich, que es el instante medio entre $H + L = 15^h.52$ y $\tau = 16^h$, pues á esta última hora es á la que la ascensión recta de la luna se aproxima más á la observada A en Cambridge.

Haciendo la comparación y desechando el pequeño residuo que proviene de la corrección tabular, se tiene:

Tacubaya	$6^h\,36^m\,45^s.99 - 24.38\,\Delta a$
Cambridge	$4\;44\;33.72 - 24.51\,\Delta a$
Tacubaya al Oeste de Cambridge	$1^h\,52^m\,12^s.27$
Cambridge al Oeste de Greenwich	4 44 30 .66
Tacubaya al Oeste de Greenwich	$6^h\,36^m\,42^s.93$

Si en cada caso fuera necesario calcular directamente el valor de θ, este método de reducción presentaría un trabajo adicional respecto del primero, cual es el de tomar el movimiento horario m que sirve de argumento para la Tabla IX; pero este aumento en manera alguna es necesario. El Almanaque Náutico inglés, con el título de *Tiempo sideral del paso del semidiámetro*, da directamente los valores de θ para los instantes de los tránsitos superior é inferior de la luna por el meridiano de Greenwich, esto es: para cada 12^h de longitud; y por consiguiente, puede interpolarse por las fórmulas (3) del número 158, en la que será $t = \frac{L}{24}$, expresando L la estima en horas. El Almanaque americano suministra actualmente el mismo dato para cada tránsito superior por el meridiano de Washington, ó sea para intervalos de 24^h de longitud. Al hacer, pues, la interpolación con estas Efemérides, deberá tomarse $t = \frac{L}{24}$, contando la estima L respecto de Washington. Así en nuestro ejemplo, siendo próximamente $L = 1^h.47$ la longitud de Tacubaya al O. de este meridiano, se tendrá $t = 0.06$. Interpolemos con los siguientes datos:

1858.—Nov. 18	$\theta = 69^s.52$		
„ 19	„ $= 72.95$	$3^s.43$	$-0^s.09$
„ 20	„ $= 76.29$	$\Delta_1 = 3.34$	-1.10
„ 21	„ $= 78.53$	2.24	

Con $\Delta_1 = 3^s.34$ y $\Delta_2 = -0^s.60$, se obtiene $\theta = 73^s.17$ para el momento del paso por el meridiano de Tacubaya, que es sensiblemente el mismo valor hallado por la fórmula (6).

304.—En las páginas 213 y 218 de los *Nuevos Métodos Astronómicos* pueden verse otros procedimientos de cálculo para hallar la longitud por medio de las culminaciones de la luna, que como los precedentes, son aplicables sea cual fuese el valor de esta coordenada. Voy ahora á ocuparme de los más sencillos que pueden aplicarse siempre que se comparen las observaciones ejecutadas en dos meridianos cuya diferencia de longitud no exceda de 2^h. El Almanaque inglés, bajo el título de *Variación de la ascensión recta por una hora de longitud*, da el incremento que sufre la ascensión recta del borde visible de la luna, en el tiempo que transcurre entre sus pasos por dos meridianos distantes 15° ó 1^h. Este dato, que es variable, está calculado para los instantes de sus tránsitos superior é inferior por el meridiano de Greenwich, y por interpolación puede obtenerse para cualquiera longitud contada desde aquel. El uso á que está destinado es muy importante para reducir las observaciones practicadas en dos lugares no muy distantes en longitud, en atención á que todo el cálculo se reduce á una sencilla proporción.

Sean L y L' las longitudes de dos lugares en que se hayan observado las ascensiones rectas α y α' del borde de la luna, y V la variación por una hora de longitud, interpolada para la longitud media $\frac{1}{2}(L + L')$. Entonces la diferencia de meridianos $\lambda = L - L'$ se calculará por la fórmula:

$$\lambda = \frac{3600}{V}(\alpha - \alpha') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

y una vez determinado el valor de λ, se tiene $L = L' + \lambda$, de modo que conociendo exactamente una de las longitudes se hallará fácilmente la otra.

Apliquemos este método á las observaciones de Tacubaya y Cambridge, tomando del Almanaque inglés los datos siguientes:

Nov. 18. (Paso inf.).........	$V = 142^s.68$		
„ 19. (Paso sup.).........	„ $= 149.60$	$6^s.92$	$+0^s.24$
„ 19. (Paso inf.).........	„ $= 156.76$	$\Delta_1 = 7.16$	-0.21
„ 20. (Paso sup.).........	„ $= 163.71$	6.95	

Como la longitud media es en este caso $\frac{1}{2}(L + L') = 5^h.6767$ y el intervalo de las Tablas es de 12^h, tendremos $t = \frac{5.6767}{12} = 0.473$. De estos elementos resulta $V = 152^s.98$, y el cálculo de λ será, en consecuencia:

$$\begin{array}{rl}
\alpha = & 2^h\,45^m\,33^s.77 \\
\alpha' = & 2\;\;40\;\;47.74 \\
\hline
\alpha - \alpha' = & +4^m\,46^s.03 \\
V = & 152.98
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lr}
3600\ldots\ldots\ldots & 3.5563025 \\
\ldots\ldots\ldots & 2.4564116+ \\
\ldots\ldots\ldots & -2.1846347 \\
\hline
\lambda\ldots\ldots\ldots & 3.8280794+
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
\lambda = & +\,1^h\,52^m\,11^s.00 \\
L' = & 4\;\;44\;\;30.66 \\
\hline
L = & 6^h\,36^m\,41^s.66
\end{array}$$

Dijimos que este procedimiento tan sencillo se aplica, sin error, siempre que λ no exceda de 2^h, y en la República puede ser de la mayor utilidad para reducir las observaciones que se practiquen en nuestras ciudades, comparándolas con las de su capital ó con las de los Observatorios de los Estados Unidos.

305.—Cuando se usa el Almanaque americano no puede aplicarse el procedimiento anterior, porque no da directamente los valores de V; pero con un ligero aumento de trabajo se puede aplicar el que sigue, muy semejante á aquél. El Almanaque americano suministra los valores de θ, que interpolados para las dos longitudes L y L', sirven para corregir las ascensiones rectas α y α' del borde y obtener las del centro A y A', como en el método del número 303. Si llamamos además m la variación de la ascensión recta en una hora de tiempo medio, ó bien en $3609^s.86$ de tiempo sideral, y calculada para el instante intermedio $\frac{1}{2}(H + L + H' + L')$, tendremos que la duración sideral S transcurrida entre las dos culminaciones, es:

$$S = \frac{3609.86}{m}(A - A')$$

Determinemos otro valor de S en función de λ por la siguiente consideración: Si la luna no tuviera movimiento propio en ascensión recta, el tiempo sideral físicamente transcurrido entre sus tránsitos por los dos meridianos cuyas longitudes son L y L', sería precisamente λ, pues este es el que invierte cualquiera estrella fija; pero creciendo la ascensión recta de la luna la cantidad $A - A'$ entre ambos tránsitos, pasará por el segundo meridiano $A - A'$ segundos después de la hora en que debería culminar sin la existencia de su movimiento propio, que la dirige continuamente hacia el Este. En consecuencia, la duración físicamente transcurrida es en tiempo sideral:

$$S = \lambda + (A - A')$$

Igualando este valor con el precedente, se obtiene con facilidad:

$$\lambda = \frac{3609.86 - m}{m}(A - A') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Sirviéndose de la variación v por 1^m de tiempo medio, ó por...... $60^s.1643$ de tiempo sideral, hallaríamos en virtud de consideraciones semejantes á las anteriores:

$$\lambda = \frac{60.1643 - v}{v}(A - A') \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Cualquiera de estas nuevas fórmulas se emplea casi con igual ventaja. Apliquemos la última á nuestro ejemplo, tomando los valores de A y A' del número 303. Calculando el de v para $16^h.49$, promedio entre $H + L = 17^h.46$ y $H' + L' = 15^h.52$, se encuentra:...... $v = 2^s.4544$.

$$\begin{array}{rl} A = & 2^h\,46^m\,46^s.92 \\ A' = & 2\;\;42\;\;00\,.62 \\ \hline A - A' = & +\;4^m\,46^s.30 \end{array} \qquad \begin{array}{lr} 57^s.7099\ldots\ldots\ldots & 1.7612503 \\ A - A'\ldots\ldots\ldots\ldots & 2.4568213+ \\ v\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & -0.3899453 \\ \hline \lambda\ldots\ldots\ldots\ldots & 3.8281263+ \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \lambda = & +\;1^h\,52^m\,11^s.72 \\ L' = & \;\;\;4\;\;44\;\;30\,.66 \\ \hline L = & \;\;\;6^h\,36^m\,42^s.38 \end{array}$$

También este método sólo debe aplicarse cuando sea poco considerable la diferencia de meridianos λ, condición en que se encuentra la mayor parte de nuestro país respecto de las ciudades americanas en que se hacen observaciones con regularidad.

El método de culminaciones lunares es uno de los más exactos para la determinación de la longitud, y debe notarse que es casi independiente de la estima, puesto que esta cantidad sólo se emplea para tomar de las Efemérides algunos elementos que varían muy poco, ú otros cuyo valor no se necesita con mucha precisión, como es la declinación de la luna. Algunos astrónomos creen que los telescopios de pequeñas dimensiones producen un aumento anormal del semidiámetro de aquel astro, lo cual originaría cierto error en las longitudes obtenidas por la observación de un solo limbo; pero el modo de eliminarlo consiste en observar tanto antes como después del plenilunio, porque influyendo el error supuesto de una manera igual y contraria en las longitudes que se obtengan por los dos bordes, el

promedio debe resultar independiente de él, sobre todo si se combina el mismo número de unas y de otras. Un centenar de culminaciones de los dos limbos de la luna, reducidas con las correspondientes de algún Observatorio de posición bien conocida, me parece suficiente para determinar la longitud de una estación con todo el grado de exactitud de que es susceptible este método. Muchas veces no pueden conseguirse observaciones correspondientes á todas las que se hayan practicado en el lugar cuya longitud se trata de determinar; pero basta que se consigan algunas ejecutadas durante las mismas lunaciones, para que se puedan corregir las Efemérides, aplicando un sencillo procedimiento debido al Profesor americano M. Peirce, que puede verse en la página 225 de mis *Nuevos Métodos Astronómicos*.

Para terminar lo relativo á observaciones de la luna, diré que los eclipses del sol y las ocultaciones de estrellas proporcionan acaso los mejores medios de determinar una longitud absoluta; pero por desgracia la teoría general de los eclipses es demasiado vasta para que pudiera adaptarse al plan de mi libro. El lector que lo desee debe consultar los tratados especiales de Astronomía práctica, como el de Chauvenet y el de Loomis, ó los escritos de Challis y Woolhouse, inserto el primero en el Almanaque inglés de 1854, y traducido el segundo por el astrónomo mexicano D. Francisco Jiménez. En los dos Capítulos que siguen expondré los procedimientos, tan exactos como sencillos, que se aplican para medir la diferencia de longitudes entre lugares no muy distantes. Ambos están tomados casi textualmente de los *Nuevos Métodos* antes citados, en los que también puede verse la parte práctica de la predicción de ocultaciones y de la determinación de la longitud por la observación de estos fenómenos.