nada ó elemento que se busca, á la hora H, de modo que............ $y - a = t\Delta_1 - t'\Delta_2$ es su corrección por el transcurso de los m minutos. Para aplicar la Tabla calculemos la declinación de la luna el 2 de Mayo de 1860 á la hora $H + m = 13^h 9^m$ de Greenwich. Los Almanaques suministran, en término medio, los elementos siguientes:

A 12^h.........	$-8°\,49'\,1''.0$		
		$-15'35''.0$	
„ 13 .... $a =$	$-9\;\;4\;36\;.0$		$+3''.0$
		$\Delta_1 = -15\;32\;.0$	
„ 14	$-9\;20\;\;8\;.0$		$+3\;.3$
		$-15\;28\;.7$	
„ 15	$-9\;35\;36\;.7$		

Para $m = 9^m$ la Tabla da $t = 0.15$ y $t' = 0.06$, y puesto que se tiene $\Delta_1 = -932''.0$ y $\Delta_2 = +3''.1$, resultará:

$$\begin{aligned} t\Delta_1 &= -2'\,19''.8 \\ t'\Delta_2 &= -\;\;\;0\;.2 \\ \hline \text{Correc.} &= -2'\,20''.0 \\ a &= -9°\,4\;36\;.0 \\ \hline d &= -9°\,6'\,56''.0 \end{aligned}$$

Esta fué, en efecto, la declinación geocéntrica que después se redujo al extremo de la normal en nuestro ejemplo. Siempre puede tomarse por $M + L$ la hora más inmediata á alguno de los minutos enteros de la Tabla, adoptando por estima: $L = H + m - M$, cuyo error en ningún caso llegará á $1^m\,30^s$.

CAPITULO XXV.

DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD.—MÉTODO DE ALTURAS IGUALES DE LA LUNA Y DE UNA ESTRELLA.

298.—El procedimiento del Capítulo anterior supone conocida con exactitud la indicación del instrumento angular, así como los datos necesarios para calcular la refracción atmosférica. En el que voy á exponer ahora se eliminan aquellos elementos por medio de la observación de una ó más estrellas, á la misma distancia zenital aparente que el borde visible de la luna. Esta circunstancia, que trae consigo la ventaja de no ser indispensables los instrumentos meteorológicos, y la de poderse operar con un clisímetro incorrecto, da á este método una gran superioridad respecto del otro, especialmente para el viajero.

La observación se reduce á tomar una serie de distancias zenitales de la luna y de la estrella, poniendo el instrumento angular en cualesquiera graduaciones, con tal de que sean las mismas para los dos astros, anotando las horas correspondientes. Operando con sextante es cómodo poner graduaciones equidistantes, de 10′ en 10′ ó de 20′ en 20′ por ejemplo; y si se opera con altazimut ú otro círculo cualquiera, pueden observarse los tránsitos de ambos astros por todos los hilos horizontales sin alterar la posición del telescopio, siendo sólo necesario mover el instrumento en azimut, después de observar el paso del primer astro, para dirigirlo al segundo. Conviene elegir una estrella cuya posición no difiera mucho de la de la luna, á fin de que sin que transcurra mucho tiempo, puedan ejecutarse ambas observaciones hacia la misma región del cielo y lo más cerca que sea posible del primer vertical.

En cuanto al cálculo es muy semejante al del Capítulo anterior, pues la única diferencia consiste en que se determina la distancia zenital aparente valiéndose de la observación de la estrella. En efecto, con la hora sideral de esta observación y la ascensión recta, se conoce el ángulo horario; y con este dato, la latitud del lugar y la declinación, puede calcularse la distancia zenital de la estrella por las fórmulas (3) del número 124. Llamando Z el resultado, tendremos que esta cantidad será equivalente á la que designé por $z'+r$ en el Capítulo precedente, puesto que ambas indican la distancia zenital, ya corregida por el efecto de la refracción. Entonces podrá procederse al cálculo de las demás ecuaciones (1) y (2) del mismo Capítulo, con la ventaja de no haber sido necesario conocer ni la indicación del instrumento ni el valor de la refracción. Las fórmulas siguientes, en las que he acentuado los elementos referentes á la posición de la estrella, representan, por consiguiente, el método de cálculo.

$$\tan. M = \frac{\tan. \delta'}{\cos. h'} \qquad \cos. Z = \frac{\text{sen.}\,\delta'}{\text{sen.}\,M} \cos. (M-\varphi)$$

$$\text{sen.}\,p = \text{sen.}\,\pi\,\text{sen.}\,Z \qquad z = Z - p \pm s$$

$$a = \tfrac{1}{2}z + \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) \qquad b = \tfrac{1}{2}z - \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)$$

$$\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}h = \sqrt{\frac{\text{sen.}\,a\,\text{sen.}\,b}{\cos.\,\varphi\cos.\,\delta}} \qquad a = T - h$$

debiéndose aplicar en seguida las ecuaciones (2) del Capítulo anterior.

Ejemplo.—El 11 de Mayo de 1867 hice en San Luis Potosí las siguientes observaciones sirviéndome de un cronómetro solar que atrasaba $0^s.1$ por hora.

Sextante.	*a Bootis* al E.	*a Leonis* al Oeste.	Limbo inf. de la luna al O.
111° 00'......	$8^h\,33^m\,52^s.5$......	$9^h\,12^m\,57^s.5$	
„ 30	„ 34 58.5	„ 11 50.7	
112 00	„ 36 1.7	„ 10 44.7......	$9^h\,28^m\,8^s.5$
„ 30	„ 37 6.5	„ 9 39.5	„ 26 57.7
113 00	„ 38 13.0	„ 8 34.0	„ 25 47.7
„ 30	„ 39 16.5	„ 7 28.0	„ 24 37.0
114 00	„ 40 22.0	„ 6 22.5	„ 23 26.7
„ 30	„ 41 25.0	„ 5 15.7	„ 22 16.5
115 00	„ 42 31.0	„ 4 10.1	„ 21 5.7
„ 30	„ 43 36.0	„ 3 4.7	„ 19 54.5
116 00	„ 44 39.5	„ 1 58.0......	„ 18 43.5
„ 30	„ 45 43.5	9 00 52.5	
117 00......	„ 46 49.5......	8 59 46.0	
Promedios.. 114° 00'......	$8^h\,40^m\,21^s.17$......	$9^h\,6^m\,21^s.87$......	$9^h\,23^m\,26^s.42$

Si se determina el estado del cronómetro por medio de las dos estrellas, aplicando el método del Capítulo VIII, se halla que á $8^h\,53^m$ su corrección era $\Delta t = -9^m\,56^s.23$, y siendo de $3^h\,16^m\,18^s.89$ el tiempo sideral á medio día de San Luis, resultan las siguientes horas exactas, que van acompañadas de las posiciones de las estrellas:

	Horas medias.	Horas siderales.	Ascensiones rectas.	Declinaciones.
a Bootis.....	$8^h30^m24^s.92$.....	11^h48^m 7.66.....	$14^h9^m37^s.62$......	$+19°52'32''.3$
a Leonis....	8 56 25.66.....	12 14 12.67.....	10 1 18.17......	+12 36 47 .9
Luna........	9 13 30.24.....	12 31 20.06		

La altura de la ciudad sobre el nivel del mar es de 1880^m próximamente; la latitud del lugar en que se hicieron las observaciones, $\varphi = 22°\,8'\,58''.7$ y su longitud $6^h\,43^m\,48^s$; pero tomemos por estima $L = 6^h\,43^m\,29^s.76$, á fin de interpolar los datos para $15^h\,57^m$ de Greenwich. El Almanaque Náutico Americano da para ese instante:...... $d = +7°\,52'\,31''.5$, $\pi_0 = 57'\,30''.5$ y $s = 15'\,42''.0$, de los que resultan: $\delta = +7°\,52'\,40''.1$ y $\pi = 57'\,33''.1$. Como se han aplicado ya varias veces las fórmulas anteriores, no me parece necesario escribir todo el cálculo, y sólo pondré á la vista sus principales resultados.

Las primeras ecuaciones dan:

Por α *Bootis*........................ $Z = 33° 1' 40''.6$
Por α *Leonis*........................ $Z = 33\ 1\ 40\ .0$

Adoptando $Z = 33° 1' 40''.3$, se halla por las demás:

$z = 32° 14' 36''.3$ $\quad h = +2^h 00^m 12^s.91 \quad \alpha = 10^h 31^m 7^s.15$

En las Efemérides horarias de la luna, á $\tau = 16^h$ de Greenwich se halla: $\alpha' = 10^h 31^m 13^s.34$ y $m = 128^s.85$, por lo que las fórmulas (2) del Capítulo precedente, dan: $\lambda = 6^h 43^m 36^s.81$, ó bien............ $\lambda - L = +7^s.05$.

Finalmente, á la misma hora de Greenwich se halla $n = -574''$, por lo cual, calculando sólo el coeficiente $R = \frac{dh}{d\delta}$, en atención á que los demás elementos se conocían con precisión, deberá obtenerse:

$$\Delta L = +8^s.49 - 33.66\,\Delta\alpha - 1.29\,\Delta\delta$$

y por consiguiente la expresión de la longitud correcta es:

$$L + \Delta L = 6^h 43^m 38^s.25 - 33.66\,\Delta\alpha - 1.29\,\Delta\delta$$

que ya no dependerá de otra cosa más que de las correcciones tabulares.

Cuando transcurra un tiempo considerable entre las observaciones de la estrella y de la luna, de modo que pueda temerse que hayan variado las condiciones atmosféricas, de las cuales depende el valor de la refracción, deben tomarse en cuenta las indicaciones del termómetro libre para calcular la diferencia de refracciones, como se ha dicho en el número 209. Tanto por esta causa de error, como por los que podría producir algún cambio en el estado de los niveles, el cual indicaría una leve variación en la distancia zenital de la luna, sería preciso hacer las pequeñas correcciones correspondientes por cualquiera de los métodos que voy á indicar. Siendo, como antes, Z la distancia zenital verdadera de la estrella; si se ha reconocido, en virtud de las causas antes mencionadas, que al observar la luna la distancia zenital era $Z + \Delta z$, podrá corregirse el ángulo horario h, ó

si se quiere, la ascensión recta obtenida α, restando con su signo á ésta ó sumando á aquél, el valor de x dado por la fórmula del número 273, á saber:

$$x = \frac{\text{sen.}\,z}{15 \cos.\varphi \cos.\delta\ \text{sen.}\,h}\,\Delta z = \frac{1}{15} P.\Delta z$$

para cuya aplicación se tendrán todos los elementos necesarios luego que se haya determinado el valor de h por medio de las ecuaciones que constan al principio de este Capítulo. Entonces se proseguirá el cálculo con $\alpha - x$ en lugar de α.

También puede tomarse en cuenta la corrección Δz calculando su coeficiente, que forma parte del valor de ΔL en las fórmulas (2) del Capítulo precedente, é introduciendo en seguida el valor numérico de Δz con el signo que le corresponda. Aplicando este método á nuestro ejemplo, se halla que el coeficiente de Δz es:

$$-\frac{FP}{1 + FR\nu} = -2.60$$

Supongamos, para aplicarlo, que se creyese más conveniente adoptar por Z el valor que suministró la estrella α *Leonis*. Como el cálculo se hizo tomando el promedio de los dos valores de Z, si queremos emplear sólo el de α *Leonis* tendremos $\Delta z = -0''.3$. Entonces la corrección de la longitud por esta causa será: $2.6 \times 0.3 = +0^s.78$.

Si por el contrario, se prefiere corregir el valor de α, hallaremos:

$$\frac{1}{15} P = 0.077$$

y por consiguiente, $x = -0.077 \times 0.3 = -0^s.0.23$, de modo que la ascensión recta, en vez de ser la que consta arriba, sería:............. $\alpha - x = 10^h 31^m 7^s.173$. El cálculo hecho con esta cantidad originaría también un aumento de unos $0^s.78$ en la longitud; pero debe notarse que es mucho más fácil aplicar el otro método atendiendo á que en éste, por ser siempre muy pequeño el valor de x respecto de la corrección que se busca, sería necesario llevar la aproximación de α hasta la tercera decimal para obtener la misma precisión que en aquél. Por otra parte, como la diminución de α produce el mismo efecto que el aumento de la ascensión recta tabular a', podría multiplicarse x por el coeficiente de Δa. En nuestro ejemplo este coeficiente es de -33.66, y en consecuencia, resultaría

$$33.66 \times 0^s023 = +0^s.77,$$

que es sensiblemente el mismo valor hallado por los otros dos métodos.

Parece inútil advertir que sólo deben aplicarse estos medios de corrección cuando se descubra el error después de hecho todo ó la mayor parte del cálculo, porque sería más dilatado repetirlo; pero si se conocieren de antemano, es evidentemente preferible corregir directamente el valor de Z antes de proceder á la aplicación de las fórmulas.

CAPITULO XXVI.

DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD.—MÉTODO DE CULMINACIONES LUNARES.

299.—En los dos Capítulos que anteceden se ha visto que una vez hallada, por la observación, la ascensión recta de la luna, es muy fácil calcular la hora correspondiente del primer meridiano, y en consecuencia la longitud del lugar. El medio más directo de obtenerla consiste en observar el tránsito del astro por el meridiano, puesto que aquella coordenada no es otra cosa más que la hora sideral de la observación. Es cierto que no se puede observar el paso meridiano del centro de la luna, sino únicamente el de su limbo iluminado; pero de este dato se deduce fácilmente la ascensión recta de aquel punto, y entonces la misma hora sideral, convertida en hora media, podrá compararse con la del primer meridiano que corresponda á la ascensión recta obtenida por la observación directa.

Esta manera general de considerar la cuestión supone conocidas las correcciones del telescopio de tránsitos ó del altazimut que se emplee, así como la del cronómetro, y todas ellas con la mayor precisión; porque ya he tenido ocasión de indicar que en la determinación de la longitud por observaciones de la luna, los errores cometidos en la hora guardan con los del resultado la relación de 1 á 30 próximamente. Bajo este punto de vista, podría creerse que sólo en los Observatorios permanentes, en donde son grandes la perfección y la estabilidad de los instrumentos, sería posible obtener resultados