CAPITULO XXIV.

DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD.—MÉTODO DE DISTANCIAS ZENITALES DE LA LUNA.

294.—Determinando por medio de la observación directa el ángulo horario de la luna, y conociendo la hora media ó sideral de la misma observación, será fácil hallar en seguida la ascensión recta por la combinación de ambos elementos (número 121). Entonces se podrá calcular la hora del primer meridiano que corresponda á la ascensión recta obtenida, y comparándola con la hora local de la observación, se hallará por diferencia la longitud del lugar.

Para determinar el ángulo horario se mide la distancia zenital del borde visible de la luna, que corregida por refracción, paralaje de altura y semidiámetro, da á conocer la distancia zenital verdadera de su centro. Este dato, la latitud de la estación y la declinación de la luna reducida al extremo de la normal terrestre, permiten calcular el ángulo horario por las ecuaciones usuales. El último de estos elementos se toma de las Efemérides por interpolación con diferencias segundas, sirviéndose al efecto de la *estima* ó longitud aproximativa, y se reduce después por la fórmula (22) del número 150.

Debemos advertir que como el centro de la esfera celeste se supone entonces en el extremo de la normal del observador, es preciso reducir al mismo punto la paralaje horizontal, procediendo como se ha explicado en el párrafo citado; y de esta manera podrá emplearse la latitud geográfica del lugar en vez de la geocéntrica.

Reducidos así todos los elementos al extremo de la normal terrestre, es claro que se obtendrá el mismo ángulo horario que si se hubieran empleado los elementos geocéntricos, puesto que aquel punto se halla sobre el eje de la tierra, y por consiguiente en el meridiano del observador. Según esto, sea z' la distancia zenital aparente de uno de los bordes de la luna, tal como la da el instrumento después de corregida por sus errores de índice, micrómetro, excentricidad, niveles, etc., y r la refracción. Entonces $z' + r$ será la distancia zenital aparente del mismo borde, tal como se verá desde el lugar de la observación sin la existencia de la atmósfera, y si con esta cantidad se calcula la paralaje de altura por la ecuación:

$$\text{sen.}\, p = \text{sen.}\, \pi \,\text{sen.}\, (z' + r),$$

tendremos que $z' + r - p$ representará la distancia zenital del limbo observado, tal como se vería desde el extremo de la normal terrestre, siendo π la paralaje horizontal ecuatorial adicionada por las dos pequeñas correcciones relativas á latitud y altura, que suministran las Tablas del número 141, de acuerdo con lo expuesto en el 150. Designando ahora por s el semidiámetro geocéntrico ó tabular de la luna, la distancia zenital verdadera de su centro será: $z = z' + r - p \pm s$, evitándose así la necesidad de tomar en cuenta el aumento del semidiámetro. Se usará el signo $\left\{ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right\}$ cuando se haya observado el limbo $\left\{ \begin{matrix} \text{superior.} \\ \text{inferior.} \end{matrix} \right\}$

Llamando T la hora sideral exacta á la cual se midió z', M la hora media simultánea ó correspondiente y L la estima, tenemos que la hora del primer meridiano es $M + L$, siendo ésta la que sirve para tomar de las Efemérides la paralaje horizontal ecuatorial π_0, el semidiámetro s y la declinación geocéntrica d de la luna. La declinación reducida δ se obtendrá por la fórmula $\delta = d + A\, \text{sen.}\, \varphi$, tomando el log. A de la Tabla del número 150.

Conocidos los tres elementos φ, z y δ se tiene:

$$a = \tfrac{1}{2} z + \tfrac{1}{2} (\varphi - \delta) \qquad b = \tfrac{1}{2} z - \tfrac{1}{2} (\varphi - \delta)$$

$$\text{sen.}\, \tfrac{1}{2} h = \sqrt{\frac{\text{sen.}\, a\, \text{sen.}\, b}{\cos.\, \varphi \cos.\, \delta}} \qquad a = T - h$$

Para hallar la hora del primer meridiano á la cual la luna tiene a por ascensión recta, sea a' la que más se aproxima á a en las Efemérides y τ la hora correspondiente. Designando por m la variación horaria de la ascensión recta, la hora media de Greenwich que corresponde al instante físico de la observación, es:

$$M' = \tau + \frac{3600}{m}(a - a')$$

y en consecuencia, la longitud será:

$$\lambda = M' - M$$

295.—Las fórmulas precedentes contienen la resolución del problema en la hipótesis de la exactitud de todos sus elementos; pero tal exactitud no puede admitirse por lo general. Prescindiendo de los errores puramente de observación, que afectan directamente á T y á z, hay otros que provienen del que tenga la estima, la cual sirve para tomar los datos d, π_0 y s. Si la estima no es exacta, la hora de Greenwich resulta puramente aproximativa, y los elementos tabulares interpolados para ese instante quedarán necesariamente más ó menos erróneos, siendo sus errores funciones del que exista en la longitud supuesta. En tal concepto, el valor de λ obtenido por la última fórmula, no debe considerarse más que como la primera aproximación, que importa corregir en seguida.[1]

Además del error que proviene de la estima, hay que tener en cuenta los de las Tablas astronómicas, y que en este método, como en todos los que se refieren á observaciones de la luna, no se pueden eliminar más que valiéndose de las ejecutadas el mismo día en algún Observatorio permanente cuya posición se conozca con exactitud. Como estas correcciones de las Efemérides, por lo general, no se pueden conseguir inmediatamente, se ejecutan los cálculos suponiendo exactos los elementos tabulares, y determinando los coeficientes de sus errores hipotéticos, con el fin de hacer las correspon-

De acuerdo con lo expuesto en el Capítulo XXIII podría repetirse el cálculo empleando por nueva estima el valor de λ; pero es más breve llevar de una vez en cuenta las correcciones, como se explicará en el texto, que está tomado del Capítulo IV, Sec. I de mis *Nuevos Métodos Astronómicos.*

dientes correcciones al primer resultado luego que se obtienen las de las Tablas lunares. Considerando, según esto, que la corrección de λ es una función de las que necesitan los elementos de que depende, vamos á determinar su forma, admitiendo para más generalidad que fueron incorrectos todos los datos empleados en la resolución.

Sea L la estima, y $L + \Delta L$ la longitud correcta que se busca. Como los elementos tabulares se tomaron para la hora $M + L$ del meridiano de las Efemérides, han debido resultar con el error que proviene de la omisión de ΔL, puesto que en este pequeño espacio de tiempo todos varían más ó menos. Si se sustituye el valor de a en el de M', y éste en el de λ, se obtiene:

$$\lambda = \tau + \frac{3600}{m}(T - h - a') - M$$

En el supuesto de que no existiese error alguno en los elementos, el resultado anterior debería ser igual á $L + \Delta L$, de suerte que introducidas sus correcciones, se tendrá:

$$L + \Delta L = \tau + \frac{3600}{m}(T - h - a' + \Delta T - \Delta h - \Delta a') - M - \Delta M$$

y abreviando con ayuda del valor de λ, resulta:

$$\Delta L = \lambda - L + \frac{3600}{m}(\Delta T - \Delta h - \Delta a') - \Delta M$$

La corrección del ángulo horario depende de las de sus elementos z, φ y δ, y como la del último proviene por una parte del error de las Tablas, y por otra del error de la estima, si designamos por ν la variación de declinación en un segundo de tiempo sideral, la corrección de δ será $\Delta\delta + \nu\Delta L$, en la que designo por medio de la característica Δ la parte que proviene del error tabular. Según esto, la corrección del ángulo horario es:

$$\Delta h = \frac{dh}{dz}\Delta z + \frac{dh}{d\varphi}\Delta\varphi + \frac{dh}{d\delta}(\Delta\delta + \nu\Delta L)$$

valor que sustituído en la última ecuación, produce despejando:

$$\Delta L = \frac{\lambda - L + \frac{3600}{m}\left(\Delta T - \Delta\alpha - \frac{dh}{dz}\Delta z - \frac{dh}{d\varphi}\Delta\varphi - \frac{dh}{d\delta}\Delta\delta\right) - \Delta M}{1 + \frac{3600}{m}\frac{dh}{dz}\cdot\nu}$$

Por abreviación he suprimido el acento de α'; pero téngase presente que $\Delta\alpha$ representa la corrección de la ascensión recta tabular de la luna. En cuanto á los coeficientes diferenciales, constan en el número 177, y son:

$$\frac{dh}{dz} = \frac{\text{sen.}\, z}{\cos.\, \varphi \cos.\, \delta\ \text{sen.}\, h}$$

$$\frac{dh}{d\varphi} = \frac{\tan.\, \delta}{\text{sen.}\, h} - \frac{\tan.\, \varphi}{\tan.\, h}$$

$$\frac{dh}{d\delta} = \frac{\tan.\, \varphi}{\text{sen.}\, h} - \frac{\tan.\, \delta}{\tan.\, h}$$

los cuales deben dividirse por 15, puesto que Δh se necesita en segundos de tiempo. En cuanto al valor de ν, se deduce de la variación n de la declinación en una hora de tiempo medio, ó sea en 3610^s de tiempo sideral, por la relación:

$$\nu = \frac{n}{3610} = 0.000277\, n$$

Los logaritmos de ν constan en la Tabla VIII, cuyo argumento es n.

296.—Establecidas todas las fórmulas de este método, haremos su resúmen reduciéndolo á las siguientes reglas prácticas. Con la hora media M de la observación y la estima L, la hora media aproximativa del meridiano á que se refieran las Efemérides, es: $M + L$. Para este instante tómense de las Tablas la declinación geocéntrica d interpolada con diferencias segundas, y la paralaje horizontal ecuatorial π_0. En cuanto al semidiámetro, puede tomarse también de las Efemérides, ó de la pequeña Tabla que sigue, cuyo argumento es π_0

π_0	s	π_0	s	π_0	s	$\Delta\pi_0$	Δs	$\Delta\pi_0$	Δs
53′00″	14′28″.1	56′00″	15′17″.3	59′00″	16′ 6″.5	1″	0″.27	7″	1″.91
53 30	„ 36 .3	56 30	„ 25 .5	59 30	„ 14 .7	2	0 .55	8	2 .18
54 00	„ 44 .5	57 00	„ 33 .7	60 00	„ 22 .9	3	0 .82	9	2 .46
54 30	„ 52 .7	57 30	„ 41 .9	60 30	„ 31 .1	4	1 .09	10	2 .73
55 00	15 0 .9	58 00	„ 50 .1	61 00	„ 39 .3	5	1 .36	20	5 .46
55 30	„ 9 .1	58 30	„ 58 .3	61 30	„ 47 .5	6	1 .64	30	8 .19

En seguida con π_0 y d por argumentos se toma de la Tabla del número 150 el log. A para corregir la declinación por la fórmula: $\delta = d + A\,\text{sen.}\,\varphi$. Después se corrige la paralaje por latitud y altura añadiéndole las dos pequeñas cantidades que suministran las Tablas del número 141, con lo cual se obtiene π para calcular las fórmulas:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{sen.}\,p = \text{sen.}\,\pi\,\text{sen.}\,(z' + r) & z = z' + r - p \pm s \\ a = \tfrac{1}{2}z + \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) & b = \tfrac{1}{2}z - \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) \\ \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}h = \sqrt{\dfrac{\text{sen.}\,a\ \text{sen.}\,b}{\cos.\,\varphi\cos.\,\delta}} & \alpha = T - h \end{array}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

en las que r es la refracción y T la hora sideral correspondiente á la media M. En el valor de z se dará á s el signo $+$ cuando se haya observado el limbo superior de la luna, y $-$ en el caso contrario. El ángulo horario h se tomará positivo al Oeste del meridiano y negativo al Este, siendo en el último caso $T + h$ la ascensión recta observada.

En las Efemérides horarias de la luna se toma la ascensión recta α' que más se aproxime á α, la hora τ correspondiente y también los movimientos horarios m y n en ascensión recta y declinación. No hay inconveniente en tomar estos últimos para la hora τ, en cuyo caso los valores de m y n serán los términos medios de las diferencias de ascensión recta y de declinación respectivamente entre τ y la hora que precede, y τ y la hora que sigue. En seguida con el argumento n se toma el log. ν de la Tabla VIII, y se calculan las ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned}
\lambda &= \tau + \frac{3600}{m}(a - a') - M \\
P &= \frac{\mathrm{d}\,h}{\mathrm{d}\,z} = \frac{\text{sen.}\,z}{\cos.\,\varphi \cos.\,\delta\,\text{sen.}\,h} \\
Q &= \frac{\mathrm{d}\,h}{\mathrm{d}\,\varphi} = \frac{\tan.\,\delta}{\text{sen.}\,h} - \frac{\tan.\,\varphi}{\tan.\,h} \\
R &= \frac{\mathrm{d}\,h}{\mathrm{d}\,\delta} = \frac{\tan.\,\varphi}{\text{sen.}\,h} - \frac{\tan.\,\delta}{\tan.\,h} \\
F &= \frac{240}{m} \\
\Delta L &= \frac{\lambda - L + 15\,F(\Delta T - \Delta a) - FP.\Delta z - FQ.\Delta\varphi - FR.\Delta\delta - \Delta M}{1 + FR\nu}
\end{aligned}\right\} \ldots (2)$$

Como por lo regular se hace uso de los valores más exactos que es posible obtener de los elementos T, M, φ y z, se evita el cálculo de P y Q, lo cual reduce la última fórmula á la siguiente:

$$\Delta L = \frac{1}{1 + FR\nu}(\lambda - L - 15F.\Delta a - FR.\Delta\delta)$$

A pesar de esto, siempre es útil calcular los coeficientes de las demás correcciones para poder estimar la influencia de los errores posibles de los elementos. En el valor de Δz supongo incluídas las correcciones de la paralaje de altura, del semidiámetro, etc.; y aunque en todo rigor, deberían haberse llevado en cuenta las partes de esas correcciones que provienen de ΔL, lo mismo que se ha hecho respecto de la declinación, en la práctica es innecesario atendida la pequeña variación horaria de la paralaje y del semidiámetro, de manera que aunque la estima tenga un error de uno ó dos minutos de tiempo, estos elementos se toman con suficiente exactitud de las Efemérides.

Dependiendo en gran parte la precisión del resultado de la exactitud con que se obtenga el ángulo horario de la luna, parece inútil recomendar la conveniencia de observarla cerca del primer vertical, ó al menos cuando no sea pequeño su azimut, según lo demostrado

en el Capílulo VII. Pongamos á la vista una aplicación numérica completamente detallada.

Ejemplo.—El 2 de Mayo de 1860 hice las siguientes observaciones del limbo superior de la luna al Este, con un altazimut establecido en el monumento que fija la extremidad occidental de la base del Valle. En las dos posiciones del instrumento se observó el tránsito del borde por los cinco hilos horizontales de la retícula.

Primera posición.		Segunda posición.	NIVEL.	
			Oc	Ob
$6^h\,31^m\,22^s.00$		$6^h\,34^m\,25^s.75$	58	58
„ 31 44.25		„ 34 58.50	58	58
„ 32 5.50		„ 35 18.50		
„ 32 26.50		„ 35 40.50		
„ 32 48.50		„ 36 2.75		
$6^h\,32^m\,5^s.35$	......Promedios......	$6^h\,35^m\,19^s.20$	$\beta = 58°\,15'\,24''.0$	
			$a = 32\;\,28\;\,8\,.0$	

Como resulta nula la corrección por el nivel, se tiene $z' = 57°53'38''.0$. Con este dato y las indicaciones del barómetro y del termómetro, se obtuvo $r = 1'\,9''.4$. El cronómetro solar adelantaba $2^m\,11^s.07$ en el instante de la observación, por lo que las horas media y sideral correspondientes son:

$$\begin{aligned}
t &= 6^h\,33^m\,42^s.27 \\
\Delta t &= -\;\;2\;\;11\,.07 \\
\hline
M &= 6^h\,31^m\,31^s.20 \\
\text{Asc. recta} &= 2\;\;43\;\;33\,.71 \\
\text{Acel.} &= +\;1\;\;\;\;4\,.32 \\
\hline
T &= 9^h\,16^m\;\;9^s.23
\end{aligned}$$

La latitud del lugar es $\varphi = 19°\,25'\,23''.0$ y su longitud $6^h\,36^m19^s.1$ pero tomemos por estima $L = 6^h\,37^m28^s.8$ para obtener...... .... $M + L = 13^h\,9^m\,00^s$ por hora aproximativa de Greenwich, á fin de interpolar los elementos d y π_o. Haciendo la interpolación y adoptando los promedios de los valores que suministran los Almanaques inglés y americano, se halla: $d = -9°\,6'\,56''.0$ y $\pi_o = 60'\,2''.1$. Calculemos á δ, á π y á s; este último por la Tabla precedente.

A.................. 1.375		
sen. φ............ 9.522		$d = -9°\,6'\,56''.0$
0.897..................		$+\ 7\ .9$
		$\delta = -9°\,6'\,48''.1$

$\pi_0 = 60'\ \ 2''.1$	Por 60′ 00″......		16′ 22″.9
Correc. por $\varphi = +1\ .3$	„	2	0 .55
Correc. por $n = +1\ .2$	„	0.1	0 .03
$\pi = 60'\ \ 4''.6$			$s = 16'\,23''.5$

Con estos datos procedamos al cálculo del ángulo horario y de la ascensión recta de la luna.

$z' = 57°\,53'\,38''.0$		
$r = +\ 1\ \ 9\ .4$	sen. π..... 8.2424098	$\varphi = \ 19°\,25'\,23''.0$
$p = -\,50\ 53\ .9$	sen. $(z'+r)$..... 9.9280085	$\delta = -\ \ 9\ \ 6\ 48\ .1$
$s = +\,16\ 23\ .5$		
$z = 57°\,20'\,17''.0$	sen. p..... 8.1704183	$\varphi - \delta = \ 28°\,32'\,11''.1$

$\tfrac{1}{2} z =$	$28°\,40'\ \ 8''.5$	
$\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) =$	$14\ 16\ \ 5\ .5$	
$a =$	$42°\,56'\,14''.0$	sen......... 9.8332725
$b =$	$14\ 24\ \ 3\ .0$	sen.... .... 9.3956827
		9.2289552
$\tfrac{1}{2} h =$	$-\,25°\,14'\,53''.5$	
		cos. φ..... −9.9745527
$h =$	$-\ 3^h\,21^m\,59^s.13$	
		cos. δ...... −9.9944829
$T =$	$9\ 16\ \ 9\ .23$	
		9.2599196
$\alpha =$	$12^h\,38^m\ 8^s.36$	
		sen. $\tfrac{1}{2} h$... 9.6299598

El promedio de las Efemérides inglesas y americanas da por ascensión recta de la luna: $\alpha' = 12^h\,37^m\,51^s.41$ á la hora de Greenwich $\tau = 13^h$. Para esa hora tenemos $m = 133^s.83$ y $n = -\,933''.5$.

$\alpha = 12^h\,38^m\ \ 8^s.36$		
$\alpha' = 12\ 37\ 51\ .41$	3600...........	3.55630
$\alpha - \alpha' = \ +\,16^s.95$		1.22917+
	m...........	− 2.12655
$\tau = 13^h\,00^m\,00^s.00$		
$+\ 7\ \ 35\ .95$		2.65892+
$M' = 13^h\ \ 7^m\,35^s.95$		
$M = \ 6\ 31\ 31\ .20$		
$\lambda = \ 6^h\,36^m\ \ 4^s.75$		
$L = \ 6\ 37\ 28\ .80$		
$\lambda - L = -\ 1^m\,24^s.05 = -84^s.05$		

Tomando ahora de la Tabla VIII el log. ν con $n = -\,933''.5$ y calculando los coeficientes diferenciales P, Q y R, se halla:

Log. P=0.0688− Log. Q=9.6979+ Log. R=9.7705− Log. ν=9.4126−

con los cuales procederemos al cálculo de las últimas fórmulas (2).

240...	2.3802	F.....	0.2537	$\lambda - L$......	1.9245−	15..........	1.1761
m.....	−2.1265	R....	9.7705−	$1+FR\nu$.	−0.1050	F....	0.2537
		ν......	9.4126−			$1+FR\nu$..	−0.1050
F.....	0.2537				1.8195−		
			9.4368		−66^s.00		1.3248
			+0.2734				+ 21^s.12

F............	0.2537...........		0.2537..........		0.2537	
P............	0.0688−	Q....	9.6979	R......	9.7705−	
$1+FR\nu$....	−0.1050...........		−0.1050..........		−0.1050	.... 0.1050
	9.2175−		9.8466		9.9192−	9.8950
	−1.65		+0.70		− 0.83	+0.79

En consecuencia, la verdadera corrección de la estima L, es:

$$\Delta L = -1^m 6^s 00 + 21.12\,\Delta T - 21.12\,\Delta\alpha + 1.65\,\Delta z - 0.70\,\Delta\varphi + 0.83\,\Delta\delta - 0.79\,\Delta M$$

Estos coeficientes sirven para apreciar la influencia de los errores que podría contener cada uno de los elementos; así, en nuestro ejemplo, un error de 10″ en la distancia zenital habría originado el de

$16^s.5$ en la longitud, mientras que el mismo error de $10''$ en la latitud, hubiera producido el de 7^s. Debe notarse que la magnitud del coeficiente del error de la hora y de la ascensión recta indica que en este método, como en casi todos los que se refieren á observaciones de la luna, es de la mayor importancia conocer el tiempo con mucha precisión, y hacer uso de las correcciones de las Tablas determinadas en algún Observatorio fijo. Un error de 1^s en T, que sería sensiblemente el mismo para M, daría por resultado el de $20^s.33$ en la longitud. Por el contrario, los otros coeficientes son generalmente pequeños y mudan de signo observando la luna á distintos lados del meridiano, de lo que se infiere que el promedio de dos observaciones ejecutadas el mismo día al Este y al Oeste, resulta casi independiente de los demás errores, sobre todo si se procura que tengan lugar en condiciones semejantes de azimut y altura. En las páginas 178 y siguientes de mis *Nuevos Métodos Astronómicos* puede verse un procedimiento basado en la observación de alturas iguales de la luna, así como en la página 169 otro modo de calcular la longitud cuando sólo se ha medido su distancia zenital á un lado del meridiano.

Estando seguros de la exactitud de la hora, de la medida angular y de la latitud, como sucede en nuestro caso, se abrevia mucho el cálculo reduciéndolo al de los coeficientes de $\Delta\alpha$ y $\Delta\delta$. En el ejemplo anterior se tendrá, pues, por longitud correcta:

$$L + \Delta L = 6^h\,36^m\,28^s.8 - 21.12\,\Delta\alpha + 0.83\,\Delta\delta$$

que quedaría completamente determinada conociendo las correcciones de las Efemérides. El día de la observación las Tablas inglesas y las americanas difieren $0^s.85$ en la ascensión recta de la luna y $11''.7$ en su declinación, y por eso á falta de mejores datos he empleado los promedios, que según toda probabilidad, le asignan una posición sensiblemente exacta. Suponiendo nulas las pequeñas correciones que aún necesiten estos promedios, se tendría $6^h\,36^m\,22^s.8$ por longitud, que sólo difiere cosa de $3^s.7$ de la que obtuve para la misma estación por un gran número de observaciones diferentes, y calculadas por medio de las correspondientes de Greenwich y Cambridge.

297.—En los cálculos anteriores supuse intencionalmente un error de más de 1^m en la estima, y esto fué con el objeto de hacer palpable su pequeña influencia, y con el de facilitar la interpolación de la declinación, haciendo que la hora $M + L = 13^h\,9^m$ de Greenwich tuviera un número de minutos entero y múltiplo de 3. Como se tiene necesidad de interpolar este elemento con diferencias segundas, es cómodo servirse de la pequeña Tabla que pongo á continuación, y que contiene los coeficientes de las diferencias primeras y segundas, obtenidos de este modo. Si en la fórmula de interpolación del número 158 se sustituyen los valores de A y B, resulta:

$$y = a + t\Delta_1 + \tfrac{1}{2}t(1-t)\,\Delta_2$$

y haciendo $t' = \frac{1}{2}t(1-t)$, se tiene:

$$y = a + t\Delta_1 - t'\Delta_2 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Según esto, cuando se desea interpolar un elemento para H horas y m minutos del primer meridiano, se tendrá para las Efemérides horarias:

$$t = \frac{m}{60} \qquad\qquad t' = \frac{m(60-m)}{7200}.$$

que son los valores que he reducido á Tabla, calculándolos de 3^m en 3^m. Como t y t' son números pequeños, se hace con su ayuda la interpolación con mucha facilidad sin el uso de los logaritmos.

m	t	t'	m	t	t'	m	t	t'
0^m	0.00	0.00	21^m	0.35	0.11	42^m	0.70	0.10
3	.05	.02	24	.40	.12	45	.75	.09
6	.10	.04	27	.45	.12	48	.80	.08
9	.15	.06	30	.50	.12	51	.85	.06
12	.20	.08	33	.55	.12	54	.90	.04
15	.25	.09	36	.60	.12	57	.95	.02
18	0.30	0.10	39	0.65	0.11	60	1.00	0.00

Recordemos que en la fórmula anterior, a representa la coordenada ó elemento que se busca, á la hora H, de modo que............ $y - a = t\Delta_1 - t'\Delta_2$ es su corrección por el transcurso de los m minutos. Para aplicar la Tabla calculemos la declinación de la luna el 2 de Mayo de 1860 á la hora $H + m = 13^h\,9^m$ de Greenwich. Los Almanaques suministran, en término medio, los elementos siguientes:

A 12^h.........	$-8°\,49'\,1''.0$		
		$-15'35''.0$	
„ 13	$a = -9\;\;4\;36\,.0$		$+3''.0$
		$\Delta_1 = -15\;32\,.0$	
„ 14	$-9\;\;20\;\;8\,.0$		$+3\,.3$
		$-15\;28\,.7$	
„ 15	$-9\;\;35\;36\,.7$		

Para $m = 9^m$ la Tabla da $t = 0.15$ y $t' = 0.06$, y puesto que se tiene $\Delta_1 = -932''.0$ y $\Delta_2 = +3''.1$, resultará:

$$\begin{aligned} t\Delta_1 &= \;-2'\,19''.8 \\ t'\Delta_2 &= \;-\quad 0\,.2 \\ \hline \text{Correc.} &= \;-2'\,20''.0 \\ a &= -9°\,4\;36\,.0 \\ \hline d &= -9°\,6'\,56''.0 \end{aligned}$$

Esta fué, en efecto, la declinación geocéntrica que después se redujo al extremo de la normal en nuestro ejemplo. Siempre puede tomarse por $M + L$ la hora más inmediata á alguno de los minutos enteros de la Tabla, adoptando por estima: $L = H + m - M$, cuyo error en ningún caso llegará á $1^m\,30^s$.

CAPITULO XXV.

DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD.—MÉTODO DE ALTURAS IGUALES DE LA LUNA Y DE UNA ESTRELLA.

298.—El procedimiento del Capítulo anterior supone conocida con exactitud la indicación del instrumento angular, así como los datos necesarios para calcular la refracción atmosférica. En el que voy á exponer ahora se eliminan aquellos elementos por medio de la observación de una ó más estrellas, á la misma distancia zenital aparente que el borde visible de la luna. Esta circunstancia, que trae consigo la ventaja de no ser indispensables los instrumentos meteorológicos, y la de poderse operar con un clisímetro incorrecto, da á este método una gran superioridad respecto del otro, especialmente para el viajero.

La observación se reduce á tomar una serie de distancias zenitales de la luna y de la estrella, poniendo el instrumento angular en cualesquiera graduaciones, con tal de que sean las mismas para los dos astros, anotando las horas correspondientes. Operando con sextante es cómodo poner graduaciones equidistantes, de 10′ en 10′ ó de 20′ en 20′ por ejemplo; y si se opera con altazimut ú otro círculo cualquiera, pueden observarse los tránsitos de ambos astros por todos los hilos horizontales sin alterar la posición del telescopio, siendo sólo necesario mover el instrumento en azimut, después de observar el paso del primer astro, para dirigirlo al segundo. Conviene