No creo inútil hacer notar que, en esos instantes, z nunca difiere mucho de la colatitud; y que, por consiguiente, para la nueva latitud casi siempre podrá tomarse $z' = z - (\varphi' - \varphi)$, al menos para el objeto de hallar la estrella en el campo del telescopio, y cuando la diferencia de latitudes no exceda de unos 5° ó 6°.

238.—También el sol se aplica á la medida de los azimutes, consistiendo la operación en medir el ángulo horizontal comprendido entre la señal y uno de los dos bordes del astro, y en anotar las horas correspondientes del cronómetro. Calculando en seguida la hora verdadera de la observación, se deduce el ángulo horario del sol, é interpolando para el mismo instante su declinación, se reunen los datos necesarios para aplicar la ecuación (1). Si sólo se han medido los ángulos respecto de uno de los bordes, es preciso tomar en cuenta el azimut del semidiámetro, que es:

$$\varDelta a = \frac{s}{\text{sen. } z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

puesto que los dos planos verticales que pasan el uno por el centro del astro y el otro tangente á uno de sus bordes, interceptan ese arco del horizonte. La cantidad $\varDelta a$, aplicada con el signo conveniente al azimut a del centro, obtenido por la fórmula (1), suministrará el del limbo cuyas distancias á la señal se hayan medido. En las observaciones solares, tanto por comodidad como por la menor influencia de los pequeños errores que pudieran tener los elementos del cálculo, conviene observar el astro á poca altura respecto del horizonte, por lo cual se practican generalmente las medidas angulares poco después de su orto ó poco antes de su ocaso.

CAPITULO XII.

DETERMINACIÓN DEL AZIMUT.—MÉTODO DE DISTANCIAS ANGULARES ENTRE LA SEÑAL Y LA ESTRELLA, CONOCIENDO LA DISTANCIA ZENITAL DE ÉSTA.

239.—En lugar del dato ó elemento cronométrico al medir el ángulo horizontal comprendido entre la señal y el astro, puede hacerse uso de la distancia zenital de éste, medida directamente; porque también de esa manera se reunen los tres elementos indispensables para la resolución del triángulo astronómico, á saber: la latitud φ de la estación, la declinación δ de la estrella y su distancia zenital z. Es fácil, por lo mismo, calcular su azimut por medio de las fórmulas:

$$\left.\begin{array}{l} m = \tfrac{1}{2}(z + \varphi + \delta) \qquad n = \tfrac{1}{2}(z + \varphi - \delta) \\ \text{sen. } \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\dfrac{\cos. m \text{ sen. } n}{\cos. \varphi \text{ sen. } z}} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Suponiendo pequeños errores en todos los datos del problema, el que resulta en el azimut será:

$$\varDelta a = \frac{da}{dz} \varDelta z + \frac{da}{d\varphi} \varDelta \varphi + \frac{da}{d\delta} \varDelta \delta$$

y para deducir las condiciones más ventajosas, analicemos la ecuación siguiente, de la cual provienen las anteriores:

$$\text{sen.}\,\delta = \text{sen.}\,\varphi \cos.z + \cos.\varphi\,\text{sen.}\,z \cos.a$$

Diferenciándola sucesivamente respecto de cada uno de los elementos, es fácil hallar:

$$\frac{da}{dz} = \frac{\cos.a\,\cot.z - \tan.\varphi}{\text{sen.}\,a}$$

$$\frac{da}{d\varphi} = \frac{\cot.z - \tan.\varphi \cos.a}{\text{sen.}\,a}$$

$$\frac{da}{d\delta} = -\frac{\cos.\delta}{\cos.\varphi\,\text{sen.}\,a\,\text{sen.}\,z} = -\frac{1}{\cos.\varphi\,\text{sen.}\,h}$$

El primer coeficiente se nulifica cuando el triángulo astronómico es rectángulo en la estrella; el segundo cuando lo es en el polo; y el tercero adquiere el menor valor posible también cuando $h = 90°$. Estas tres condiciones se logran simultáneamente, casi con entera exactitud, observando una circumpolar en los momentos de su mayor elongación; porque en ese instante es recto su ángulo paraláctico y se acerca tanto más á serlo su ángulo horario, cuanto menor sea la distancia polar de la estrella. Debe notarse igualmente que como no varían de signo los numeradores de los tres coeficientes, ya sea que se practique la observación al Este ó al Oeste del meridiano, y sí los de sus denominadores, se infiere que los pequeños errores de los datos producirán efectos contrarios, y numéricamente iguales, si se observa la estrella en posiciones simétricas á un lado y otro de aquel plano.

Las estrellas que no pueden observarse en los momentos en que el plano vertical es tangente á sus círculos de declinación, por ser esta coordenada menor que la latitud del lugar, deberán observarse con el mayor azimut posible; porque las expresiones de los coeficientes manifiestan que, en igualdad de circunstancias, disminuyen sus valores á medida que crece el azimut. Observando una estrella

cerca del primer vertical, podremos suponer $a = 90°$, en cuyo caso se tiene:

$$\frac{da}{dz} = -\tan.\varphi$$

$$\frac{da}{d\varphi} = +\cot.z$$

$$\frac{da}{d\delta} = -\frac{\cos.\delta}{\cos.\varphi\,\text{sen.}\,z}$$

Estas cantidades demuestran que el método es favorable en las bajas latitudes, é indican la conveniencia de que sea considerable la distancia zenital del astro en el instante de la observación.

240.—La medida de un azimut por este método, si bien no demanda el uso de un cronómetro, exige en cambio el de los instrumentos meteorológicos para calcular la refracción, á fin de corregir la distancia zenital aparente del astro. En cuanto á la observación es bastante sencilla, pues se reduce á leer las indicaciones de los círculos horizontal y vertical luego que se haya cortado la estrella por la intersección de los hilos de la retícula. La lectura del círculo azimutal, comparada con la que se obtiene al visar la señal, da el ángulo formado por los planos verticales que pasan por los dos objetos; y la del otro círculo, corregida por la colimación en el sentido vertical (Tomo I, número 243), proporciona la distancia zenital aparente de la estrella. Es claro que deben tomarse en cuenta las indicaciones de los niveles para obtener los ángulos correctos, según se ha explicado varias veces.

Con el fin de presentar un tipo del cálculo que demanda este método, tomemos por dato el promedio de los que figuran en el Capítulo anterior, á saber:

$$A = 238°\,41'\,17''$$

Suponiendo que por distancia zenital verdadera de la polar, se hubiera obtenido $z = 72°\,00'\,44''.6$ en el instante que corresponde á este promedio, tendríamos:

$\frac{1}{2}(\varphi+z)=$	$45°\ 43'\ 3''.8$		
$\frac{1}{2}\delta=$	$44\ 16\ 55\ .1$		
$m=$	$89°\ 59'\ 58''.9$	............cos.......	4.72696
$n=$	$1\ 26\ 8\ .7$	............sen......	8.39891
			3.12587
$\frac{1}{2}a=$	$1'\ 20''$	cos. φ......	−9.97455
$a=$	$+\ 0°\ 2\ 40$	sen. z......	−9.97824
$A=$	$238\ 41\ 17$		3.17308
$u=$	$238°\ 43'\ 57''$	sen. $\frac{1}{2}a$......	6.58654

Las circunstancias del ejemplo precedente son, sin embargo, altamente desfavorables para la aplicación de este procedimiento, á causa de hallarse la estrella muy próxima al meridiano, que es precisamente lo que debe evitarse según lo indican los coeficientes de los errores. El error de $1''$ solamente en la distancia zenital, produciría en el azimut otro de más de $30''$, pues el valor de su coeficiente, calculado con los datos φ, z y con el resultado a, es próximamente:

$$\frac{da}{dz}=-36$$

CAPITULO XIII.

DETERMINACIÓN DEL AZIMUT.—MÉTODO DE ALTURAS IGUALES POR DOS ESTRELLAS.

241.—En el Capítulo II, Sección I de mis *Nuevos Métodos Astronómicos*, he expuesto un procedimiento para trazar el meridiano ó para medir el azimut de una señal, en el cual procuré cumplir las condiciones favorables que indica el análisis de los Capítulos XI y XII de este libro. Consiste en observar con un altazimut dos estrellas á la misma altura, y en anotar las horas en que ambas pasan por el hilo horizontal, en el punto en que éste es cortado por el vertical del centro. Este dato, la posición de las estrellas y las graduaciones del círculo azimutal, que se obtienen inmediatamente después de apuntadas las horas cronométricas, bastan para determinar la indicación que señalaría el mismo círculo cuando el eje óptico del telescopio coincidiese con el meridiano, y en consecuencia el azimut de una señal conociendo la graduación que se obtendría al visarla.

Cuando se sabe de antemano el estado del cronómetro, se deducen desde luego, de las horas cronométricas, las siderales exactas de las observaciones, y por consiguiente los ángulos horarios de ambas estrellas, que, como veremos, entran como elemento en el cálculo que voy á desarrollar. Si no se conoce el estado del guarda-tiempo, las mismas observaciones sirven para determinarlo, aplicando el procedimiento del Capítulo VIII, de suerte que este método permite hallar simultáneamente el azimut y la hora. Para aplicarlo de esta