horas con la anotada en cada uno de los hilos. Designando, pues, por $i_1, i_2, \ldots\ldots i_n$ los intervalos de los diversos hilos en el orden en que los va atravesando la estrella, por $t_1, t_2, \ldots\ldots t_n$ las horas correspondientes, y atendiendo á que todas las demás cantidades de la fórmula (5) son invariables para la misma posición del telescopio, sin excluir la corrección $\Delta t$ del cronómetro por ser de tan corta duración el tránsito, se tendrán las $n$ ecuaciones:

$$a = t_1 + \Delta t + Aa + Bb + Cc + Ci_1$$
$$a = t_2 + \Delta t + Aa + Bb + Cc + Ci_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a = t_n + \Delta t + Aa + Bb + Cc + Ci_n$$

El promedio de estas es la correspondiente al hilo medio, y así llamando $t$ el promedio de las horas, y recordando que para este hilo se tiene $i = 0$, hallaremos:

$$a = t + \Delta t + Aa + Bb + Cc$$

Restando de ésta cualquiera de las anteriores, y designando en general por $q$ el número de orden del hilo á que se refiera, se obtendrán $n$ diferencias de la forma:

$$t - t_q - Ci_q = 0$$

de las que resulta:

$$i_q = \frac{t - t_q}{C} = (t - t_q)\cos.\delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

lo cual indica que para hallar el intervalo ecuatorial, expresado en tiempo, de cualquiera de los hilos, debe multiplicarse por el coseno de la declinación de la estrella la diferencia entre el promedio de las horas y la correspondiente al hilo.

*Ejemplo.*—Determinemos los intervalos ecuatoriales por el siguiente paso meridiano de $\alpha$ *Eridani*, observado el 18 de Diciembre de 1861, con un telescopio de tránsitos portátil, cuya retícula tenía cinco hilos verticales.



| | | $t - t_q$ | |
|---|---|---|---|
| Primer hilo............ | $7^h\,46^m\,52^s.00$............ | $+61^s.60$ | |
| Segundo „ ............ | „ 47 23 .00............ | $+30\ .60$ | |
| Tercer „ ............ | „ 47 53 .25............ | $+\ 0\ .35$ | $\delta = -57°\,56'\,29''$ |
| Cuarto „ ............ | „ 48 24 .50............ | $-30\ .90$ | |
| Quinto „ ............ | „ 48 55 .25............ | $-61\ .65$ | |

Hilo medio....... $t = 7^h\,47^m\,53^s.60$

| | Primero. | Segundo. | Tercero. | Cuarto. | Quinto. |
|---|---|---|---|---|---|
| $t - t_q$..... | 1.78958+ | 1.48572+ | 9.544+ | 1.48996− | 1.78993− |
| cos.$\delta$..... | 7.72492 | 9.72492 | 9.725 | 9.72492 | 9.72492 |
| $i_q$......... | 1.51450+ | 1.21064+ | 9.269+ | 1.21488− | 1.51485− |

$$i_1 = +32^s.696 \quad i_2 = +16^s.242 \quad i_3 = +0^s.186 \quad i_4 = -16^s.401 \quad i_5 = -32^s.723$$

Por otras muchas observaciones obtuve, en término medio, para el mismo instrumento:

$$i_1 = +32^s.882 \quad i_2 = +16^s.226 \quad i_3 = +0^s.074 \quad i_4 = -16^s.348$$
$$i_5 = -32^s.834$$

221.—Entre otros usos, los intervalos ecuatoriales sirven para reducir al hilo medio los tránsitos incompletos, ú observados en algunos hilos solamente. Para esto la ecuación (8) indica que el intervalo contado *en el paralelo de la estrella*, es igual al ecuatorial dividido por el coseno de la declinación. Cada uno de los hilos en que se hubiese practicado la observación daría lugar al mismo cálculo, por lo cual se abrevia este generalmente, tomando el término medio de los intervalos de los hilos en que se haya observado el paso, dividiéndolo por cos. $\delta$ y añadiendo el resultado, con su signo, al promedio de las horas de los hilos observados. La suma algebraica da el tránsito por el hilo medio. Supongamos, por ejemplo, que en la anterior observación de $\alpha$ *Eridani* se hubieran perdido los pasos por los hilos primero y tercero. Tendríamos el siguiente tránsito incompleto, el promedio de cuyas horas designaré por $t_q$, siendo $i_q$ el promedio de los intervalos ecuatoriales correspondientes:

| | | |
|---|---|---|
| Segundo hilo........... | $7^h\,47^m\,23^s.00$ | $i_2 = +16^s.226$ |
| Cuarto „ ........... | „ $48\;\;24.50$ | $i_4 = -16.348$ |
| Quinto „ ........... | „ $48\;\;55.25$ | $i_5 = -32.834$ |
| | $t_q = 7^h\,48^m\,14^s.25$ | $i_q = -10^s.985$ |

La reducción al hilo medio será, en consecuencia:

| | | |
|---|---|---|
| $i_q$............... | 1.04080− | |
| cos. $\delta$.......... | −9.72492 | $t_q = 7^h\,48^m\,14^s.25$ |
| $t - t_q$.......... | 1.31588− ........................... | $-20.70$ |
| | | $t = 7^h\,47^m\,53^s.55$ |

cuyo resultado es casi idéntico al que se obtuvo directamente, no obstante haber hecho uso de los valores medios de los intervalos, que difieren algo de los que produjo la observación de la estrella.

Tanto para la determinación de los intervalos ecuatoriales como para la reducción de los tránsitos incompletos se emplea la fórmula (8), con tal de que la estrella á que se refiera la operación no esté muy inmediata al polo; pero tratándose de una circumpolar cuya declinación exceda de 85° ú 86°, es preciso modificar aquella expresión para hacerla más exacta. A este fin notemos que dirigido el telescopio á la circumpolar, el intervalo de un hilo lateral al medio intercepta, en su círculo de declinación, un espacio que no representa un pequeño arco, sino el seno de éste. Por consiguiente, la fórmula exacta debería ser sen. $i_q =$ sen. $(t - t_q)$ cos. $\delta$; pero como $i_q$ es siempre muy pequeño, podrá tomarse en todos casos:

$$i_q = \frac{\text{sen.}\,(t - t_q)\,\cos.\,\delta}{15\,\text{sen.}\,1''}$$

en la cual $t - t_q$ debe convertirse en arco, resultando ya el intervalo ecuatorial en segundos de tiempo. En la página 74 de mis "Nuevos Métodos Astronómicos" puede verse una Tabla destinada á facilitar la aplicación de esta fórmula, así como en la página 80 otro procedimiento sencillo para determinar los intervalos ecuatoriales.

222.—Ocupémonos ahora en el modo de hallar la colimación $c$ del



hilo medio. Si cerca de su culminación se observa el paso de una circumpolar por uno ó más hilos de la retícula, y en seguida se invierten cuidadosamente los extremos del eje de rotación del instrumento, para continuar observando el paso por los mismos ú otros hilos, podremos reducir ambas observaciones al hilo medio, según el método explicado en el número precedente. Si las dos reducciones dan la misma hora para el tránsito por el hilo medio, es evidente que será nulo el error de colimación, puesto que ha permanecido invariable la desviación azimutal $a$ en las dos posiciones del eje; pero en el caso contrario, la diferencia de los resultados proviene de la situación simétrica que ha tomado la linea de colimación á un lado y otro del eje óptico. Estas dos situaciones, distando entre sí la cantidad $2c$, puede obtenerse el valor de $c$ por medio de aquella diferencia. En efecto, designando por $t_1$ el término medio de las horas anotadas antes de invertir el telescopio, por $i_1$ el de los intervalos correspondientes á los hilos en que se hayan observado los pasos y por $b_1$ la inclinación del eje calculada por la fórmula (6), se tendrá en virtud de la (5):

$$a = t_1 + \Delta t + Aa + Bb_1 + Cc + Ci_1$$

Llamando $t_2$ el promedio de las horas obtenidas después de la inversión, por $i_2$ el de los intervalos de los hilos correspondientes y por $b_2$ la inclinación del eje, admitiendo para más generalidad que haya variado, tendremos para la nueva posición del instrumento, atendiendo á que la colimación y los intervalos producen efectos contrarios:

$$a = t_2 + \Delta t + Aa + Bb_2 - Cc - Ci_2$$

Restando la primera ecuación de la segunda resulta:

$$t_2 - t_1 + B(b_2 - b_1) - 2Cc - C(i_1 + i_2) = 0$$

Despejando á $c$ y sustituyendo los valores (5) de $B$ y $C$, se obtiene por último:

$$c = \tfrac{1}{2}(t_2 - t_1)\cos.\delta + \tfrac{1}{2}(b_2 - b_1)\cos.(\varphi - \delta) - \tfrac{1}{2}(i_1 + i_2) \;\ldots\ldots\; (9)$$

*Ejemplo.*—Entre otras, hice el 26 de Octubre de 1858 las siguientes observaciones de $\rho$ *Draconis* para medir la colimación de un telescopio meridiano:

| Primera posición.—*Luz al O.* | Intervalos. | Segunda posición.—*Luz al E.* | Intervalos. |
|---|---|---|---|
| I hilo... $5^h44^m44^s.0$ | $+49^s.636$ | II hilo... $5^h47^m59^s.0$ | $+24^s.940$ |
| II „ ... „ 45 48 .2 | $+24.940$ | I „ ... „ 49 3 .5 | $+49.636$ |
| $t_1 = 5^h45^m16^s.10$ | $i_1 = +37^s.288$ | $t_2 = 5^h48^m31^s.25$ | $i_2 = +37^s.288$ |

En este caso, como en ambas posiciones se observó la estrella en los mismos hilos, se tiene $\frac{1}{2}(i_1 + i_2) = i_1$. En cuanto al nivel, cuyas divisiones valían 1″, sus indicaciones fueron:

| Antes de la inversión. | | Después de la inversión. | |
|---|---|---|---|
| $o = 31$ | $e = 35$ | $o = 38$ | $e = 31$ |
| $o' = 33$ | $e' = 33$ | $o' = 30$ | $e' = 39$ |

y, por consiguiente, se obtiene $b_1 = -0^s.067$ y $b_2 = -0^s.033$ por la fórmula (6). El cálculo será, pues, siendo $\varphi = 19°\ 24'\ 15''$ y $\delta = 67°\ 28'\ 30''$:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}(t_2 - t_1) = 97^s.57$...... | 1.98932 | $\frac{1}{2}(b_2 - b_1) = +0^s.017$...... | 8.2304 |
| $\cos.\delta$...... | 9.58330 | $\cos.(\varphi - \delta)$...... | 9.8249 |
| | 1.57262 | | 8.0553 |

$$\frac{1}{2}(t_2 - t_1)\cos.\delta = 37^s.38$$
$$\frac{1}{2}(b_2 - b_1)\cos.(\varphi - \delta) = +\ 0.01$$
$$\frac{1}{2}(i_1 + i_2) = -\ 37.29$$
$$c = +\ 0^s.10$$

El signo que resulta del cálculo es el que corresponde á la primera posición del telescopio, de modo que para la segunda, ó sea *Luz al Este*, la colimación que debe emplearse es $c = -0^s.10$.

Cuando se determine directamente la colimación del hilo central por cualquier otro procedimiento (números 51 y 213), se deduce fácilmente, según he dicho, la que corresponde al hilo medio. Supongamos, por ejemplo, cinco hilos en la retícula, y sea $c'$ la colimación



del tercero, que en este caso es el central; designando por $i_3$ su intervalo ecuatorial, se tendrá para el hilo medio, $c = c' \mp i_3$.

223.—Todo lo que precede manifiesta que de los tres errores instrumentales $a$, $b$ y $c$, los dos últimos pueden determinarse con entera independencia del primero, á saber: la inclinación $b$ con el nivel montante aplicando la fórmula (6), y la colimación $c$ invirtiendo el telescopio, según se ha explicado. El valor de $b$ es bastante susceptible de variación en los instrumentos portátiles, y no es raro ver que en el transcurso de algunas horas varíe $0^s.2$ ó $0^s.3$. Por esta razón, al observar una serie de tránsitos, conviene leer el nivel inmediatamente antes ó después de cada uno, ó bien anotar sus indicaciones cada media hora, por ejemplo, y si las variaciones son considerables se halla por interpolación el valor de $b$ que conviene á cada uno de los tránsitos. En el caso contrario, se adopta el promedio de las lecturas para todas las observaciones.

El error de colimación es mucho más estable, sobre todo cuando se tiene cuidado de no tocar los tornillos de la retícula. Esto no obstante, importa determinarlo periódicamente; así, en una operación dilatada, se examinarán todos los meses, por ejemplo, adoptando entre una y otra determinación el último valor hallado, ó mejor el promedio de los dos resultados, al menos si se tiene motivo para creer que su variación no ha sido brusca.

224.—El conocimiento de los errores $b$ y $c$ permite corregir los tránsitos observados, reduciéndolos á lo que serían si fuese exactamente horizontal el eje de rotación del telescopio y si coincidiese su hilo medio con el eje óptico. Según esto, representando ahora por $t$ la hora del paso ya corregida por la suma algebraica de los dos términos $Bb$ y $Cc$ en los tránsitos completos, ó por $Bb$ y $C(c + i)$ en los incompletos, nuestra ecuación general (5) será para cualquiera estrella:

$$\alpha = t + \Delta t + A\,a$$

en la que quedan las dos incógnitas $a$ y $\Delta t$. Para determinarlas á la vez, se observa otra estrella que suministra otra ecuación semejante, á saber:

$$\alpha' = t' + \Delta t' + A'a$$

Restando una de otra y haciendo para abreviar:

$$\left.\begin{aligned} 2\theta &= (\alpha' - \alpha) + (t - t') + (\varDelta t - \varDelta t') \\ \text{resulta:}& \\ a &= \frac{2\theta}{A' - A} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(10)}$$

obteniéndose la corrección del cronómetro por cualquiera de las dos ecuaciones primitivas, esto es:

$$\varDelta t = (\alpha - A\,a) - t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(11)}$$

En el valor de $2\theta$, y por consiguiente en el de $a$, entra la variación ó marcha $(\varDelta t - \varDelta t')$ del cronómetro en el tiempo $t - t'$ que transcurre de una observación á otra, la cual sólo tiene valor apreciable siendo fuerte la variación diaria, ó muy considerable el intervalo $t - t'$. Para poder prescindir de ella sin error sensible, y para no temer algún cambio en la desviación azimutal del telescopio, conviene elegir dos estrellas que difieran poco en ascensión recta, á fin de que sólo transcurran algunos minutos entre sus tránsitos.

Omitiendo en esas circunstancias la marcha del cronómetro, sustituyendo los valores

$$A' = \frac{\text{sen.}\,(\varphi - \delta')}{\cos.\,\delta'} \quad \text{y} \quad A = \frac{\text{sen.}\,(\varphi - \delta)}{\cos.\,\delta}$$

y desarrollándolos, el de $a$ puede escribirse así:

$$a = \frac{[(\alpha' - \alpha) + (t - t')]\cos.\,\delta\cos.\,\delta'}{\cos.\,\varphi\,\text{sen.}\,(\delta - \delta')} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(12)}$$

Por esta expresión se ve que para disminuir el efecto de algún pequeño error en la diferencia $t - t'$, que es el dato obtenido por la observación, conviene que sea grande el denominador, ó lo que es lo mismo, que las dos estrellas difieran mucho en declinación. Si se escogen de manera que la una tenga declinación positiva y la otra negativa, el denominador se convertirá en $\cos.\,\varphi\,\text{sen.}\,(\delta + \delta')$. La misma ventaja, y la de disminuir á la vez el factor de $2\theta$, se consigue combinando dos circumpolares que difieran casi $12^h$ en ascensión recta; porque entonces se observa en poco tiempo el paso superior de una de ellas y el inferior de la otra. Es preciso no olvidar que para esta última debe emplearse $12^h + \alpha$ ó $12^h + \alpha'$ en lugar de $\alpha$ ó $\alpha'$, respectivamente, así como el suplemento de su declinación, de modo que se tendrá:



$$a = -\frac{2\theta\cos.\,\delta\cos.\,\delta'}{\cos.\,\varphi\,\text{sen.}\,(\delta + \delta')}$$

Finalmente, puede hacerse uso del doble tránsito de una circumpolar; pero un instrumento portátil no se presta á este método, en primer lugar porque no debe admitirse que permanezca invariable su desviación azimutal durante las $12^h$ siderales que transcurren del paso superior al inferior; y en segundo, porque con telescopios pequeños es difícil observar las estrellas de día, y generalmente sucederá que uno de los tránsitos, por lo menos, se verificará estando el sol sobre el horizonte.

225.—Las fórmulas (10) y (11) suponen el uso de un cronómetro sideral; pero siendo solar, se convertirá en tiempo sideral, por medio de la Tabla de la página 288, la duración que se haya obtenido, y se tendrá así la cantidad $t - t'$ que entra en el valor de $2\theta$. En el mismo caso, se convertirá en hora media la sideral $\alpha - A\,a$ de la fórmula (11), según se ha explicado en el número 131; ó bien se calculará la hora media $M$ del tránsito de la estrella, equivalente á su ascensión recta $\alpha$, para obtener: $\varDelta t = (M - A\,a) - t$.

Por lo general, siempre que se observan pasos meridianos, se escogen dos ó más estrellas para determinar la desviación azimutal $a$, que reunan las condiciones antes establecidas, á saber: poca diferencia en ascensión recta y mucha en declinación; y se observan además otras varias para la determinación del estado del cronómetro. Estas últimas conviene que sean circum-zenitales ó zenit-ecuatoriales, tanto á causa de que la rapidez de su movimiento hace muy seguras las observaciones, cuanto por suministrar resultados casi independientes de $a$, pues en tales circunstancias es muy pequeño el coeficiente $A$, y varía de signo del Norte al Sur del zenit.

*Ejemplo.*—Tomemos el siguiente de tránsitos observados en México el 29 de Noviembre de 1861, con un cronómetro solar cuya variación era inapreciable en cortos intervalos, pues no llegaba á $0^s.02$ por hora.

México, Noviembre 29 de 1861.

**PASOS MERIDIANOS.—LUZ AL ESTE.**

| Estrellas. | HILOS. | | | | | | Nivel. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V | Medio. | |
| $\eta$ *Piscium.* | $53^m\ 38^s.50$ | $53^m\ 56^s.00$ | $54^m\ 12^s.25$ | $54^m\ 29^s.75$ | $54^m\ 46^s.25$ | $8^h\ 54^m\ 12^s.55$ | |
| $\alpha$ *Eridani.* | 1 38.75 | 2 10.00 | 2 40.00 | 3 11.25 | 3 42.25 | 9 2 40.45 | $+0^s.23$ |
| $\beta$ *Arietis..* | 16 29.00 | 16 47.00 | 17 4.00 | 17 21.50 | 17 39.25 | 9 17 4.10 | |
| $\alpha$ *Arietis..* | 28 49.00 | 29 7.25 | 29 25.00 | 29 42.50 | 30 00.25 | 9 29 24.80 | +0.11 |

Sólo se han escrito los minutos y los segundos obtenidos en cada uno de los hilos; pero en el medio constan completas las horas cronométricas de las observaciones. La posición del lugar es $\varphi = 19°26'$ y $L = 6^h\ 36^m.4$ próximamente, y las de las estrellas:

| | Ascensiones rectas. | Declinaciones. |
|---|---|---|
| $\eta$ *Piscium*............. | $1^h\ 24^m\ 7^s.79$............... | $+14°\ 38'$ |
| $\alpha$ *Eridani*.............. | 1 32 36 .48............... | −57 56 |
| $\beta$ *Arietis*................ | 1 47 3 .11............... | +20 8 |
| $\alpha$ *Arietis*................ | 1 59 25 .89............... | +22 49 |

La colimación del telescopio era $c = -0^s.058$ para la posición *Luz al Este.* Tomando el término medio de las lecturas del nivel tendremos $b = +0^s.17$. Obtuve las indicaciones que constan en la Tabla leyendo el nivel inmediatamente después de observada la segunda estrella y poco antes de observar la última. A fin de presentar un tipo del cálculo, corrijamos por nivel y colimación las estrellas segunda y tercera, que tienen su $A$ de distinto signo.



*a Eridani.*

$\varphi = \ 19°26'$

$\delta = -57\ 56$...... cos....... 9.7250 ........... 9.7250 ...... 9.7250

$\varphi - \delta = +77°22'$...... sen...... 9.9894+...cos...... 9.3399

$A$...... 0.2644+ $B$.... 9.6149 $C$.... 0.2750

$b$..... 9.2304+ $c$..... 8.7634−

$A = +1.838$

$Bb$..... 8.8453+ $Cc$... 9.0384−

Hilo medio $= 9^h\ 2^m\ 40^s.45$

$Bb = +\ 0.070$

$Cc = -\ 0.109$

$t = 9^h\ 2^m\ 40^s.41$

*β Arietis.*

$\varphi = \ 19°26'$

$\delta = +20\ \ 8$...... cos....... 9.9726 ........... 9.9726 ...... 9.9726

$\varphi - \delta = -\ 0°42'$...... sen...... 8.0870−...cos...... 0.0000

$A$...... 8.1144− $B$.... 0.0274 $C$.... 0.0274

$b$..... 9.2304+ $c$..... 8.7634−

$A = -0.013$

$Bb$..... 9.2578+ $Cc$... 8.7908−

Hilo medio $= 9^h\ 17^m\ 4^s.10$

$Bb = +\ 0.181$

$Cc = -\ 0.062$

$t = 9^h\ 17^m\ 4^s.22$

De una manera idéntica se corregirán las observaciones de las otras dos estrellas, de modo que los valores de $t$ y los de $A$ son:

| | | |
|---|---|---|
| $\eta$ *Piscium*........... | $t = 8^h\ 54^m\ 12^s.66$........... | $A = +\ 0.086$ |
| $\alpha$ *Eridani*........... | $t = 9\ \ 2\ \ 40.41$........... | $A = +\ 1.838$ |
| $\beta$ *Arietis*............ | $t = 9\ \ 17\ \ 4.22$........... | $A = -\ 0.013$ |
| $\alpha$ *Arietis*............ | $t = 9\ \ 29\ \ 24.92$......... | $A = -\ 0.064$ |

Combinemos ahora la primera estrella con la segunda, y ésta con la tercera, para determinar la desviación azimutal por las fórmulas (10).

| *η Piscium* y *α Eridani.* | |
|---|---|
| $a'-a=+8^m.28^s.69$ | $t=8^h 54^m 12^s.66$ |
| $t-t=-8\ .29\ .14$ | $t'=9\ \ 2\ \ 40\ .41$ |
| $2\theta=\ \ -0^s.45$ | $8^m 27^s.75$ |
| $A'-A=\ \ +1\ .75$ acel. = | $1\ .39$ |
| | $t-t'=-8^m 29^s.14$ |

$$a=-\frac{0^s.45}{1.75}=-0^s.26$$

| *α Eridani* y *β Arietis.* | |
|---|---|
| $a'-a=+14^m 26^s.63$ | $t=9^h\ 2^m 40^s.41$ |
| $t-t'=-14\ \ 26\ .17$ | $t'=9\ 17\ \ 4\ .22$ |
| $2\theta=\ \ +0^s.46$ | $14^m 23^s.81$ |
| $A'-A=\ \ -1\ .85$ acel. = | $2\ .36$ |
| | $t-t'=-14^m 26^s.17$ |

$$a=-\frac{0^s.46}{1.85}=-0^s.25$$

Este resultado, por ser negativo, indica que el eje óptico del telescopio estaba desviado del Norte hacia el Este la pequeña cantidad $0^s.255=3''.8$.

Con excepción de *α Eridani* cuya declinación es demasiado grande, las otras estrellas llenan las mejores condiciones para determinar la corrección del cronómetro, aplicando la fórmula (11), después de convertir en hora media la sideral $\alpha - A\,a$, por haberse empleado un cronómetro solar.

| | *η Piscium.* | *β Arietis.* | *α Arietis.* |
|---|---|---|---|
| $\alpha$............... | $1^h 24^m\ 7^s.79$......... | $1^h 47^m\ 3^s.11$......... | $1^h 59^m 25^s.89$ |
| $-A\,a$............. | $+\ 0\ .02$ | $0\ .00$ | $0\ .02$ |
| Hora sideral........ | $1^h 24^m\ 7^s.81$ | $1^h 47^m\ 3^s.11$ | $1^h 59^m 25^s.87$ |
| Asc. recta del sol... | $-16\ 34\ 29\ .82$ | $-16\ 34\ 29\ .82$ | $-16\ 34\ 29\ .82$ |
| | $8^h 49^m 37^s.99$ | $9^h 12^m 33^s.29$ | $9^h 24^m 56\ .05$ |
| Reducción.......... | $-\ 1\ 26\ .77$ | $-\ 1\ 30\ .52$ | $-\ 1\ 32\ .55$ |
| Hora media......... | $8^h 48^m 11^s.22$ | $9^h 11^m\ 2^s.77$ | $9^h 23^m 23^s.50$ |
| $t$................. | $8\ 54\ 12\ .66$ | $9\ 17\ \ 4\ .22$ | $9\ 29\ 24\ .92$ |
| $\Delta t$.............. | $-\ 6^m\ 1^s.44$......... | $-\ 6^m\ 1^s.45$......... | $-\ 6^m\ 1^s.42$ |

El promedio $\Delta t=-6^m 1^s.44$ debe considerarse como la corrección del cronómetro en el momento en que su indicación era......... $t=9^h 14^m$, que es próximamente el término medio de las tres.

226.—Este ejemplo manifiesta la grande exactitud con que puede obtenerse la hora por el método de pasos meridianos cuando se co-



nocen bien las correcciones instrumentales $a$, $b$ y $c$. De no ser así, es claro que los errores que tengan influyen directamente en el resultado. El efecto de $a$ puede eliminarse, sin embargo, observando estrellas circum-zenitales, según he dicho; y si se escogen de manera que culminen á distancias casi iguales del zenit, la una al Norte y la otra al Sur de este punto, el promedio de los resultados será independiente de $a$ por variar el signo de $A\,a$, como sucede en nuestro ejemplo con *η Piscium* y *α Arietis*. El efecto de $b$ no se puede eliminar en general, por ser invariable el signo de su coeficiente $B$ en todos los tránsitos superiores, que son los que se emplean en la determinación de la hora. Lo que debe hacerse es reducir la inclinación $b$ á la menor cantidad posible, y por si fueren algo desiguales los diámetros de los muñones ó extremidades en que gira el eje de rotación, conviene eliminar esta nueva causa de error por medio de la frecuente inversión del telescopio, pues es evidente que los resultados obtenidos en las dos posiciones del eje, afectados en distinto sentido por la desigualdad de sus extremos, darán un promedio sensiblemente independiente de ella. La inversión elimina también casi del todo el efecto de la colimación; porque como $C$ es siempre positivo para los tránsitos superiores, el signo de $Cc$ sólo depende de $c$, y el de este error es diverso en las dos posiciones del eje. En el Capítulo II, Sección IV de los *Nuevos Métodos Astronómicos*, puede ver el lector más detalles respecto de los pasos meridianos, así como el modo de determinar simultáneamente la mayor parte de las correcciones instrumentales, y el de combinar y discutir los resultados.

A la vez que la hora, se obtiene también por el método de tránsitos la desviación azimutal del telescopio con la mayor precisión, y aunque el valor de $a$ se refiera al eje óptico, fácil es deducir el que corresponde al hilo central de la retícula conociendo su distancia al hilo medio y la colimación de éste. Si, pues, antes de practicar las observaciones se establece una señal distante en coincidencia con el hilo del centro, podrá corregirse después su posición para trazar el meridiano con toda exactitud (Tomo I, número 86). Una señal meridiana sirve para rectificar la posición del telescopio siempre que se desee, y para medir directamente el azimut de una línea cualquiera, de modo que bajo este aspecto, el método de tránsitos constituye también uno de los mejores procedimientos para orientar los lados de una cadena trigonométrica.

227.—Aunque las fórmulas (5) sean bastante sencillas en su aplicación, según se ha visto por el ejemplo anterior, suelen emplearse bajo otra forma en los Observatorios permanentes, y en general, siempre que se cuente con la estabilidad del telescopio meridiano. Sustituyendo y desarrollando los valores de $A$ y $B$, se halla:

$$a = t + \Delta t + a\,\text{sen.}\,\varphi - a\cos.\,\varphi\tan.\,\delta + b\cos.\,\varphi + b\,\text{sen.}\,\varphi\tan.\,\delta + \frac{c+i}{\cos.\,\delta}$$

ecuación que equivale á las tres siguientes:

$$\left.\begin{aligned} m &= a\,\text{sen.}\,\varphi + b\cos.\,\varphi \\ n &= -a\cos.\,\varphi + b\,\text{sen.}\,\varphi \\ a &= t + \Delta t + m + n\tan.\,\delta + \frac{c+i}{\cos.\,\delta} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (13)$$

Bajo esta forma, si se conocen $a$ y $b$, se calculan fácilmente $m$ y $n$, que introducidos en la última ecuación sirven para corregir todos los tránsitos. No conociendo la desviación $a$, se determina directamente la constante $n$ por la combinación de dos estrellas que difieran poco en ascensión recta y tanto como sea posible en declinación, procediendo como se explicó en la determinación de $a$. Una vez conocida $n$, la eliminación de $a$ en las dos primeras ecuaciones suministra el valor de $m$, y entonces ya podrá aplicarse la última.

Para desarrollar esté método sin hacer uso de nuevas anotaciones, convengamos en designar por $t$ la hora cronométrica corregida por colimación, y en los tránsitos incompletos por el promedio $i$ de los intervalos de los hilos en que se haya practicado la observación. Entonces los pasos de las dos estrellas darán las ecuaciones:

$$\begin{aligned} a &= t + \Delta t + m + n\tan.\,\delta \\ a' &= t' + \Delta t + m + n\tan.\,\delta' \end{aligned}$$

en las que supongo contante la corrección del cronómetro en aten-



ción al corto intervalo que transcurre entre ambas observaciones. Restándolas una de otra se eliminará á $m$ y obtendremos:

$$n = -\frac{(a'-a)+(t-t')}{\tan.\,\delta - \tan.\,\delta'} = -\frac{2\theta\cos.\,\delta\cos.\,\delta'}{\text{sen.}(\delta-\delta')}, \cdots\cdots\cdots (14)$$

Eliminando la desviación $a$ entre las primeras fórmulas (13), se halla:

$$m = \frac{b}{\cos.\,\varphi} - n\tan.\,\varphi \;\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

y finalmente, cualquiera de las ecuaciones primitivas da:

$$\Delta t = (a - m - n\tan.\,\delta) - t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

Se ve, pues, que siguiendo este procedimiento no es necesario conocer el valor de $a$; pero si se desea, con el objeto de situar una señal meridiana ó para cualquiera otro uso, se tiene:

$$a = b\tan.\,\varphi - \frac{n}{\cos.\,\varphi}, \quad \text{ó bien} \quad a = \frac{m}{\text{sen.}\,\varphi} - b\cot.\,\varphi \;\ldots.(17)$$

228.—No juzgo indispensable aplicar detalladamente estas últimas fórmulas, porque los cálculos preliminares son del todo semejantes á los que preceden. No olvidando que si en el primer método $t$ representaba la hora cronométrica corregida por nivel y colimación, en éste lo que representa es la misma hora corregida sólo por la colimación, pues la otra corrección va incluída en el valor de $m$, deberá hallarse con los datos de nuestro ejemplo:

| | |
|---|---|
| $\eta$ *Piscium*........................ | $t = 8^h\ 54^m\ 12^s.49$ |
| $\alpha$ *Eridani*........................ | $t = 9\ \ 2\ \ 40.34$ |
| $\beta$ *Arietis*........................ | $t = 9\ \ 17\ \ 4.04$ |
| $\alpha$ *Arietis*........................ | $t = 9\ \ 29\ \ 24.74$ |

Combinemos la primera estrella con la segunda, y esta con la tercera, para calcular la constante instrumental $n$ por la fórmula (14):

| *η Piscium y α Eridani.* | | *α Eridani y β Arietis.* | |
|---|---|---|---|
| $\alpha'-\alpha=+8^m.28^s.69$ | $t=8^h\,54^m\,12^s.49$ | $\alpha'-\alpha=+14^m\,26^s.63$ | $t=9^h\,2^m\,40^s.34$ |
| $t-t'=-8\ .29\ .24$ | $t'=9\ 2\ 40\ .34$ | $t-t'=-14\ 26\ .06$ | $t'=9\ 17\ 4\ .04$ |
| $2\theta=\ -0^s.55$ | $8^m\,27^s.85$ | $2\theta=\ +0^s.57$ | $14^m\,23^s.70$ |
| | Acel.$=\ 1\ .39$ | | Acel.$=\ 2\ .36$ |
| | $t-t'=-8^m\,29^s.24$ | | $t-t'=-14^m\,26^s.06$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $-2\theta$..... | 9.7404 | | $-2\theta$..... | 9.7559— |
| cos. $\delta$...... | 9.9857 | | cos. $\delta$...... | 9.7250 |
| cos. $\delta'$..... | 9.7250 | | cos. $\delta'$..... | 9.9726 |
| sen. $(\delta-\delta')$. | —9.9796 | | sen. $(\delta-\delta')$. | —9.9905— |
| $n$...... | 9.4715 | $n=+0^s.296$ | $n$...... | 9.4630 $n=+0^s.291$ |

Tomando el término medio $n=+0^s.293$, calculemos el valor de $m$ por la fórmula (15) recordando que $b=+0^s.17$ y $\varphi=19°26'$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $b$..... | 9.2304 | $n$...... | 9.4669 | Primer término $=$ | $0^s.180$ |
| cos. $\varphi$..... | —9.9745 | tan. $\varphi$...... | 9.5475 | Segundo „ | $=-0\ .103$ |
| | 9.2559 | | 9.0144 | | $m=+0^s.077$ |

Finalmente, determinemos el estado del cronómetro por medio de la primera y las dos últimas estrellas aplicando la fórmula (16).

| | *η Piscium.* | *β Arietis.* | *α Arietis.* |
|---|---|---|---|
| $\alpha$............ | $1^h\,24^m\ 7^s.79$........ | $1^h\,46^m\ 3^s.11$........ | $1^h\,59^m\,25^s.89$ |
| $-m$............ | $-0\ .077$ | $-0\ .077$ | $-0\ .077$ |
| $-n$ tan. $\delta$....... | $-0\ .076$ | $-0\ .107$ | $-0\ .123$ |
| Hora sideral...... | $1^h\,24^m\ 7^s.64$ | $1^h\,47^m\ 2^s.93$ | $1^h\,59^m\,25^s.69$ |
| Asc. recta del sol.. | $-16\ 34\ 29\ .82$ | $-16\ 34\ 29\ .82$ | $-16\ 34\ 29\ .82$ |
| | $8^h\,49^m\,37^s.82$ | $9^h\,12^m\,33^s.11$ | $9^h\,24^m\,55\ .87$ |
| Reducción......... | $-\ 1\ 26\ .77$ | $-\ 1\ 30\ .52$ | $-\ 1\ 32\ .55$ |
| Hora media....... | $8^h\,48^m\,11^s.05$ | $9^h\,11^m\ 2^s.59$ | $9^h\,23^m\,23^s.32$ |
| Hora cronomét$^a$.. | $8\ 54\ 12\ .49$ | $9\ 17\ \ 4\ .04$ | $9\ 29\ 24\ .74$ |
| $\Delta t=$ | $-\ 6^m\ 1^s.44$........ | $-6^m\ 1^s.45$........ | $-6^m\ 1^s.42$ |



Se ve que estos resultados son los mismos que se obtuvieron por las fórmulas (10) y (11). Si se desease conocer la desviación azimutal, tendríamos:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $b$...... | 9.2304 | $n$... | 9.4669 | Primer término | $=+0^s.06$ |
| tan. $\delta$...... | 9.5475 | cos. $\varphi$... | —9.9745 | Segundo „ | $=-0\ .31$ |
| | 8.7779 | | 9.4924 | | $a=-0\ .25$ |

229.—Las aplicaciones anteriores indican que ambos métodos son muy sencillos, aunque el segundo lo es un poco más en atención á que $m$ es constante para todas las estrellas observadas; pero en cambio supone mayor estabilidad en el instrumento, puesto que $b$ forma parte del valor de $m$, cantidad que no sería en rigor constante si la inclinación del eje de rotación variase de una manera notable.

No sólo las estrellas sino también el sol sirve para determinar la hora por este método. Basta observar los tránsitos de sus dos limbos anotando las horas cronométricas en que son tangentes á los hilos de la retícula. El promedio de ambos pasos da el del centro, que corregido por $Bb$ y $Cc$, ó bien por $Cc$ solamente, puede compararse con la hora $M-Aa$ en el primer caso, y con $M-m-n\,\text{tan.}\,\delta$ en el segundo, siendo $M$ la hora media en el instante del medio día verdadero local. Si es sideral el cronómetro, se emplea en lugar de $M$ la ascensión recta $\alpha$ del sol verdadero, calculada para el mismo instante.

Como el cálculo de un tránsito del sol no ofrece diferencia sustancial respecto de los de estrellas, me parece inútil presentar nuevos ejemplos: y más bien terminaré este Capítulo estableciendo algunas reglas prácticas para facilitar el cálculo de los promedios de las observaciones, y para preparar las estrellas convenientes.

Sea cual fuere el número de hilos de la retícula, como sus distancias son sensiblemente iguales, siempre he acostumbrado á tomar las diferencias de las horas correspondientes, con el objeto de cerciorarme, por sus leves desigualdades, de que no ha habido equivocación alguna al apuntar las indicaciones del cronómetro. Estas diferencias me sirven en seguida para hallar el promedio, ó sea la hora correspondiente al hilo medio, con mucha mayor facilidad que sumando todas las horas y dividiendo la suma por el número de hilos. El procedimiento que aplico es como sigue: suponiendo que la retícula tenga cinco hilos, que es el número más común á la vez, que el más conveniente, el tercero será el central; y por medio de las diferencias mencionadas es fácil referir todas las horas á la de este hilo. Representemos por $p$, $s$, $t$, $c$ y $q$ las horas de los pasos, por el primero, el segundo, ....... el quinto hilos, y por $d_1$, $d_2$, $d_3$, $d_4$ las cuatro diferencias que se obtienen restando la hora de esta manera:

$$p = t - d_1 - d_2$$
$$s = t - d_2$$
$$t = t$$
$$c = t + d_3$$
$$q = t + d_3 + d_4$$

Si llamamos $m$ la hora del paso por el hilo medio, se tendrá:

$$m = \frac{p+s+t+c+q}{5} = t + \frac{2(d_3 - d_2) + (d_4 - d_1)}{5}$$

ó bien simplificando:

$$m = t + 0.4(d_3 - d_2) + 0.2(d_4 - d_1)$$

donde se ve que con una ligera corrección, que las más veces puede hacerse á la memoria, se reduce á la media la hora del hilo central.

*Ejemplo.*—Apliquemos este sencillo método al siguiente tránsito del sol, observado con un telescopio en que el hilo central distaba bastante del medio.

| I Limbo. | | II Limbo. | |
|---|---|---|---|
| $11^h 49^m 59^s.75$ | | $11^h 52^m\ 9^s.50$ | |
| „ 50 24.75 | $d_1 = 25^s.00$ | „ 52 34.75 | $d_1 = 25^s.25$ |
| „ 50 49.25 | $d_2 = 24.50$ | „ 52 59.25 | $d_2 = 24.50$ |
| „ 51 14.75 | $d_3 = 25.50$ | „ 53 24.75 | $d_3 = 25.50$ |
| „ 51 40.00 | $d_4 = 25.25$ | „ 51 50.25 | $d_4 = 25.50$ |
| $11^h 50^m 49^s.70$ | | $11^h 52^m 49^s.70$ | |



Se ve que las correcciones del tercer hilo son por el primero y segundo limbos, las siguientes:

$$m - t = 0.4 \times 1 + 0.2 \times 0.25 = +0^s.45$$
$$m - t = 0.4 \times 1 + 0.2 \times 0.25 = +0.45$$

las que aplicadas con su signo al central, dan desde luego el hilo medio. El promedio de los dos limbos suministra después $11^h 51^m 54^s.7$ por hora del tránsito del centro del sol por el hilo medio.

Cuando la retícula tiene sólo tres hilos, no habrá más que dos diferencias, y aplicando el mismo procedimiento se halla:

$$m = s + \tfrac{1}{3}(d_2 - d_1)$$

Finalmente, si tiene siete resulta:

$$m = c + 0.43(d_4 - d_3) + 0.29(d_5 - d_2) + 0.14(d_6 - d_1)$$

En todos casos se notará que la desigualdad de las diferencias centrales tiene más influencia que las de las extremas; pero que siendo iguales de dos en dos, aunque no lo sean entre sí, coincidirá el hilo medio con el central. Como es útil que sea sensiblemente nula la distancia del hilo central al ficticio ó medio, será conveniente procurar la colocación equidistante, ó al menos simétrica, de los hilos.

230.—La preparación de las estrellas cuyos tránsitos se tenga intención de observar, no demanda casi cálculo alguno, si ha de emplearse un cronómetro sideral, puesto que la hora del paso es igual á la ascensión recta de cada estrella; así es que conociendo poco más ó menos el estado del guarda-tiempo, se sabrá con suficiente aproximación el instante en que debe presentarse la estrella en el telescopio. Conviene, sin embargo, tener presente que la lentitud del movimiento azimutal, en la culminación, está en razón inversa de cos. $\delta$, de manera que si una estrella ecuatorial se presenta generalmente en el campo del telescopio cosa de $2^m$ antes de su paso por el hilo central, una circumpolar deberá esperarse mucho antes, y si es de las más inmediatas al polo, tardará muchos minutos en pasar de un hilo á otro.

Haciendo uso de un cronómetro solar, se calcula la hora media del tránsito (número 133), de la que se deduce la aproximativa cronométrica para proceder como se ha explicado.

En cuanto á la distancia zenital que tiene que señalar el pequeño círculo del telescopio, para que se presente cada estrella en el campo, se tendrá que llamando $\varphi$ la latitud y $\delta$ la declinación aproximativa del astro, si $\varphi$ es mayor que $\delta$ culminará la estrella al Sur del zenit, y si $\varphi$ es menor que $\delta$ pasará al Norte. Como en uno y otro caso la distancia zenital meridiana es igual á la diferencia de $\varphi$ y $\delta$, tendremos:

Al Sur del zenit.................... $\zeta = \varphi - \delta$
Al Norte del zenit.................. $\zeta = \delta - \varphi$

Respecto de los pasos subpolares, la distancia zenital meridiana tiene por expresión: $\zeta = 180° - (\varphi + \delta)$.

Estos ángulos ó sus complementos, según que el círculo dé distancias zenitales ó alturas, son los que ha de señalar el vernier para fijar el telescopio en la posición conveniente. Es claro que basta hacer uso de valores aproximativos de $\varphi$ y $\delta$, siendo más que suficiente la aproximación de 1′ ó 2′ para el caso.

---

# CAPITULO XI.

DETERMINACIÓN DEL AZIMUT DE UNA SEÑAL.—MÉTODO DE DISTANCIAS ANGULARES ENTRE LA SEÑAL Y UNA ESTRELLA CONOCIENDO LA HORA DE LA OBSERVACIÓN.

231.—En los cuatro Capítulos que preceden he dado á conocer los principales procedimientos para obtener la corrección de un cronómetro en un instante cualquiera. Este elemento y la marcha diaria del instrumento permiten al astrónomo designar la hora exacta que corresponde á cualquiera indicación de su guarda-tiempo, según se ha visto en el número 187. Por consiguiente, siempre que observe un astro cuya posición sea conocida, anotando la hora cronométrica de la observación, podrá deducir en seguida la hora exacta, y por último, el ángulo horario del astro en el mismo instante, puesto que es un elemento que se compone de la ascensión recta de la estrella y de la hora sideral de la observación (número 121).

Establecido lo anterior, supongamos colocada una señal luminosa en el punto cuyo azimut se trate de determinar, y que el observador, por medio de un altazimut ó de un teodolito, mida el angulo horizontal comprendido entre la señal y una estrella. Si cada vez que dirige su visual á la estrella, anota la hora cronométrica en el momento en que queda cortada por la intersección de los hilos, es claro que reunirá los datos necesarios para calcular después el azimut del astro en el instante de cada observación, á saber: la latitud $\varphi$ del lugar, la declinación $\delta$ del astro y su ángulo horario $h$. Llamando $a$ el