En lo relativo al cálculo, este método no puede ser más sencillo; pero tiene el inconveniente de que demanda tres ó cuatro horas, por lo menos, para terminar la observación. En una duración tan considerable, es fácil que sufra alguna variación el instrumento, ó bien que se produzcan cambios en el estado de la atmósfera, los cuales podrían originar la pérdida de la observación occidental, correspondiente á la oriental, ó que al menos alterarían el poder refringente del aire, y en tal caso, las alturas aparentemente iguales, no lo serían en realidad. Por todas estas razones, me parece preferible la aplicación de mi método general de dos estrellas, cuya principal ventaja consiste en la brevedad con que se termina la operación.

CAPITULO IX.

DETERMINACIÓN DE LA HORA.—MÉTODO DE ALTURAS IGUALES DEL SOL.

200.—Anotando las indicaciones de un cronómetro solar en los instantes en que el centro del sol adquiere la misma altura al Este y al Oeste del meridiano, es fácil deducir la hora que señalaría en un momento intermedio; y como por otra parte, puede calcularse la hora media correspondiente al mismo instante, resulta que la comparación de ésta con la hora cronométrica dará á conocer el error del guarda-tiempo.

Tal es el fundamento de este método para determinar la hora. Antes de desarrollar el sencillo cálculo que demanda, notemos que la declinación del sol varía con mucha lentitud y de una manera sensiblemente uniforme, por lo menos cuando se adopta por movimiento horario el que corresponde á un instante intermedio del espacio de tiempo á que se refiere el cambio de declinación (número 154). De esta consideración se deduce que el momento de la culminación del sol debe diferir muy poco del correspondiente á la mitad del intervalo transcurrido entre las dos observaciones, al que sería exactamente igual sin la variación de la declinación, según se ha visto al fin del Capítulo precedente refiriéndonos á la doble observación de una sola estrella. Se infiere también que el cambio que sufre la declinación desde la hora de la primera observación hasta la del tránsito meridiano del astro, es sensiblemente igual al que tiene lugar entre esta última hora y la de la segunda observación; de suerte que si designamos por n la variación total entre la primera observación y la segunda, y por δ la declinación del sol en el instante de su tránsito, tendremos que será $\delta - \frac{1}{2}n$ á la hora de la primera observación y $\delta + \frac{1}{2}n$ á la hora de la segunda. Según esto, llamando θ el ángulo horario del sol al Oriente y $\theta + 2\varepsilon$ al Occidente del meridiano, se tendrán las relaciones siguientes en los instantes de las observaciones:

$$\cos.z = \text{sen.}\varphi\,\text{sen.}(\delta - \tfrac{1}{2}n) + \cos.\varphi\cos.(\delta - \tfrac{1}{2}n)\cos.\theta$$
$$\cos.z = \text{sen.}\varphi\,\text{sen.}(\delta + \tfrac{1}{2}n) + \cos.\varphi\cos.(\delta + \tfrac{1}{2}n)\cos.(\theta + 2\varepsilon)$$

las que desarrolladas y atendiendo á que por ser muy pequeños n y 2ε pueden omitirse sus productos y sus segundas potencias, se convierten en las siguientes:

$$\cos.z = \text{sen.}\varphi\,\text{sen.}\delta - \tfrac{1}{2}n\,\text{sen.}\varphi\cos.\delta + \cos.\varphi\cos.\delta\cos.\theta + \tfrac{1}{2}n\cos.\varphi\cos.\delta\cos.\theta$$
$$\cos.z = \text{sen.}\varphi\,\text{sen.}\delta + \tfrac{1}{2}n\,\text{sen.}\varphi\cos.\delta + \cos.\varphi\cos.\delta\cos.\theta - \tfrac{1}{2}n\cos.\varphi\,\text{sen.}\delta\cos.\theta$$
$$- 2\varepsilon\cos.\varphi\cos.\delta\cos.\theta$$

Restando una de otra y despejando, se halla:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}n\left(\frac{\tan.\varphi}{\text{sen.}\theta} - \frac{\tan.\delta}{\tan.\theta}\right) \quad \text{.......................} \quad (1)$$

Siendo ahora T' y T las lecturas del cronómetro en las observaciones oriental ó *antemeridiana* y occidental ó *postmeridiana;* $\varDelta T'$ y $\varDelta T$ sus correcciones, y M la hora media á medio día verdadero, se tiene en tiempo medio:

$$\theta = M - (T + \varDelta T')$$
$$2\varepsilon + \theta = T + \varDelta T' - M$$

de donde resulta:

$$\theta = \tfrac{1}{2}(T - T') + \tfrac{1}{2}(\varDelta T - \varDelta T') - \varepsilon \quad \text{........ ....} \quad (2)$$
$$\tfrac{1}{2}(\varDelta T + \varDelta T') = M + \varepsilon - \tfrac{1}{2}(T + T') \quad \text{.................} \quad (3)$$

Se ve por esta última ecuación que la cantidad ε es la corrección que debe sufrir M para obtener la hora media exacta correspondiente á la cronométrica $\frac{1}{2}(T + T')$, y, por consiguiente, su corrección $\frac{1}{2}(\varDelta T + \varDelta T')$ en ese instante.

Si llamamos v la variación horaria de la declinación del sol, calculada para la hora de su culminación, y recordamos que n representa el cambio en el intervalo $T - T'$, se halla: $n = (T - T')v$. Sustituyendo este valor y dividiendo por 15 el de ε para que resulte en segundos de tiempo, tendremos:

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{2}(T - T')v}{15}\left(\frac{\tan.\varphi}{\text{sen.}\theta} - \frac{\tan.\delta}{\tan.\theta}\right)$$

Esta cantidad es siempre tan pequeña, que no hay inconveniente en suprimirla en el valor de θ, lo mismo que la marcha del cronómetro en el intervalo $\frac{1}{2}(T - T')$, á no ser ésta excepcionalmente grande. Omitiéndolas, en consecuencia, se tendrán las siguientes fórmulas para determinar la corrección del cronómetro:

$$\left.\begin{aligned} \theta &= \tfrac{1}{2}(T - T') \\ \varepsilon &= \frac{\theta v}{15}\left(\frac{\tan.\varphi}{\tan.\theta} - \frac{\tan.\delta}{\tan.\theta}\right) \\ \tfrac{1}{2}(\varDelta T + \varDelta T') &= M + \varepsilon - \tfrac{1}{2}(T + T') \end{aligned}\right\} \quad \text{..........} \quad (4)$$

201.—El método de alturas iguales del sol se emplea desde hace mucho tiempo, y por eso he desarrollado directamente las fórmulas que se aplican; pero también puede considerarse como un caso particular de mi método general de alturas iguales, y por consiguiente, deducirlas de las ecuaciones (6) del Capítulo precedente. Desde luego reflexionemos que siendo de 1′ próximamente el mayor movimiento horario del sol en declinación, se podrá aplicar la fórmula más sencilla del número 197, que es:

$$\varepsilon = \frac{1}{30}(\delta - \delta')\left(\frac{\tan.\varphi}{\text{sen.}\theta} - \frac{\tan.\frac{1}{2}(\delta + \delta')}{\tan.\theta}\right)$$

y en la cual δ y δ' representan las declinaciones de las dos estrellas. En el caso del sol he representado por $\delta - \frac{1}{2}n$ y $\delta + \frac{1}{2}n$ sus declinaciones al Este y al Oeste respectivamente, por lo que la diferencia y la semisuma que figuran en la última ecuación se convertirán en n y δ. De esta manera se obtiene desde luego la fórmula (1), aunque ya resulta ε en segundos de tiempo.

Respecto del ángulo θ en las ecuaciones antes citadas, si se omite la pequeña corrección originada por la marcha del cronómetro, podrá escribirse así:

$$\theta = \tfrac{1}{2}(t - \alpha) - \tfrac{1}{2}(t' - \alpha')$$

y si llamamos T y T' las horas de un cronómetro solar correspondientes á las siderales t y t' se tiene: $T = t - \alpha$ y $T' = t' - \alpha'$, de donde resulta para el caso del sol:

$$\theta = \tfrac{1}{2}(T - T')$$

que es el mismo valor obtenido directamente. Por último, la cantidad $\frac{1}{2}(\alpha + \alpha')$ de las ecuaciones (6) del Capítulo precedente representa, en el caso de observaciones del sol, la ascensión recta de este astro á la hora de su culminación; mas como se ha supuesto el uso de un cronómetro solar, será preciso introducir la hora media M correspondiente á la sideral $\frac{1}{2}(\alpha + \alpha')$ en vez de esta última, con todo lo cual resulta como antes:

$$\tfrac{1}{2}(\varDelta T + \varDelta T') = M + \varepsilon - \tfrac{1}{2}(T + T')$$

202.—No obstante, la sencillez de las ecuaciones (4), se han simplificado todavía más, formando Tablas de los valores:

$$A = \frac{(T - T')}{30\,\text{sen.}\,\frac{1}{2}(T - T')} = \frac{\theta}{15\,\text{sen.}\,\theta}$$

$$B = \frac{(T - T')}{30\,\text{tan.}\,\frac{1}{2}(T - T')} = \frac{\theta}{15\,\text{tan.}\,\theta}$$

con lo cual aquellas ecuaciones se convierten en las siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon = Av\,\text{tan.}\,\varphi - Bv\,\text{tan.}\,\delta \\ \frac{1}{2}(\varDelta T + \varDelta T') = M + \varepsilon - \frac{1}{2}(T + T') \end{array}\right\} \text{.................. (5)}$$

La Tabla IV que va al fin de este libro, contiene los logaritmos de A y B, de la cual se toman con el intervalo de tiempo $T - T$ transcurrido de una observación á la otra por argumento. Con esta modificación, el cálculo es extremadamente sencillo.

203.—Antes de presentar algunas aplicaciones, recordemos que

como M representa la hora media á medio día verdadero, se tiene (número 128): $M = E$, siendo E la ecuación del tiempo, positiva desde el 25 de Diciembre hasta el 15 del mes de Abril siguiente, y desde el 15 de Junio hasta el 31 de Agosto. Por lo regular se expresa la hora M en tiempo medio civil, en cuyo caso se tendrá en general:

$$M = 12^h \pm E$$

tomando el signo positivo durante los períodos que se han expresado y el negativo en todo el resto del año.

El valor de v es positivo cuando la declinación del sol va creciendo, entendiéndose el incremento en el sentido algebraico y no en el numérico, lo que tiene lugar desde el solsticio de invierno (hacia el 21 de Diciembre) hasta el de estío siguiente (hacia el 21 de Junio). Desde el 21 de Junio hasta el 21 de Diciembre es negativa la variación horaria v.

La declinación δ del sol es positiva cuando se halla este astro en el hemisferio boreal, quiere decir, desde el equinoccio de primavera (hacia el 21 de Marzo) hasta el de otoño (hacia el 21 de Septiembre). En todo el resto del año es negativa.

Atendiendo á la pequeñez del valor ε, se comprende que basta hacer uso de valores puramente aproximativos de φ y de δ; y así es que al interpolar esta última cantidad por medio de las Efemérides para la hora del medio día local, ó sea para la hora L del primer meridiano, siendo L la longitud de la estación, no es preciso proceder como se ha explicado en el número 154, sino simplemente emplear un valor de L aproximado hasta la primera decimal de una hora. Así, por ejemplo, si se desea la declinación del sol para el medio día verdadero de México, que se verifica $6^h\ 36^m\ 28.6$ después del de Greenwich, tomaremos $L = 6^h.6$; y siendo $\varDelta$ la declinación que dan las Efemérides para el medio día verdadero de Greenwich y v su movimiento horario, se tendrá, $\delta = \varDelta + 6^h.6\ v$.

Si se procediera con toda exactitud, debería calcularse v para la hora $\frac{1}{2}L$; mas no siendo necesario hacerlo así, se adoptará el valor de v interpolado para la hora L del primer meridiano, consiguiéndose así la ventaja de que se tiene desde luego la misma cantidad que debe entrar después en los dos términos del valor (5) de ε.

En cuanto á la ecuación del tiempo E, sí conviene interpolarla adoptando su variación horaria para el instante $\frac{1}{2}L$, aunque son tan pequeños los cambios diarios de esta variación, que por lo general no se cometería error de importancia si se interpolara haciendo uso de la variación que suministran directamente las Efemérides. Lo que no se debe olvidar es que, tanto la ecuación como la declinación tienen que interpolarse con los elementos que da el Almanaque para el medio día verdadero, y no con los correspondientes al medio día medio.

204.—Presentemos ahora algunas aplicaciones, comenzando por una serie de observaciones hechas con sextante. En la ciudad de Río Verde el 8 de Julio de 1863 tomé las siguientes alturas de los dos limbos del sol con las mismas indicaciones del instrumento:

	Observ. antemeridiana.	Sextante.	Observ. postmeridiana.
Limbo superior	$8^h\,53^m\,55^s.0$	96° 00′	$15^h\,00^m\,53^s.0$
	„ 54 16.5	„ 10	„ 00 31.0
	„ 54 38.5	„ 20	„ 00 9.0
	„ 55 0.0	„ 30	14 59 47.5
	„ 55 22.0	„ 40	„ 26 26.5
Limbo inferior	8 56 13.0	96° 00′	14 58 35.0
	„ 56 34.5	„ 10	„ 58 13.0
	„ 56 55.5	„ 20	„ 57 52.0
	„ 57 17.0	„ 30	„ 57 29.5
	„ 57 40.0	„ 40	„ 57 7.8
Promedios	$T' = 8^h\,55^m\,47^s.20$		$T = 14^h\,59^m\,00^s.43$

En la observación postmeridiana ú occidental se cuentan 13^h, 14^h, 15^h, etc., en lugar de 1^h, 2^h, 3^h, etc., que indica el cronómetro, con el fin de que el promedio $\frac{1}{2}(T+T')$ indique desde luego la hora aproximativa del tránsito del sol, y la semidiferencia $\frac{1}{2}(T-T')$ el tiempo transcurrido.

Aunque el cálculo puede hacerse con los promedios T y T', es conveniente examinar la concordancia de los valores individuales de $\frac{1}{2}(T+T')$ para formarse idea de su grado de precisión. En la serie anterior resulta:

	$\frac{1}{2}(T+T')$
Limbo superior	$11^h\,57^m\,24^s.00$
	„ „ 23.75
	„ „ 23.75
	„ „ 23.75
	„ „ 24.25
Limbo inferior	„ „ 24.00
	„ „ 23.75
	„ „ 23.75
	„ „ 23.25
	„ „ 23.90
Promedio general	$\frac{1}{2}(T+T') = 11^h\,57^s\,23^s.81$

La misma semisuma se habría obtenido con T y T'; pero tomando la de cada par de observaciones correspondientes, se descubre con facilidad alguna equivocación que pueda haber en las horas, y se conoce también si debe desecharse alguno de los resultados individuales, por muy discorde respecto de los demás.

Para aplicar las ecuaciones (5) tenemos que la posición aproximativa de Río Verde es: $\varphi = 21°\,56'$ y $L = 6^h\,40^m.2 = 6^h\,67$. Con este último dato se obtienen para el medio día de aquella ciudad los elementos siguientes:

Declinación del sol	$\delta = +\ 22°\,29'\,35''$
Variación horaria	$v = \ -\ 16''.7$
Ecuación del tiempo	$E = +\ \ 4^m\,42^s.10$

y como las observaciones dan $T - T' = 6^h\,3^m$ próximamente, tomemos con este argumento los logaritmos de A y de B de la Tabla IV. El cálculo será:

A	9.4523	B	9.2989	$M = 12^h + E =$	$12^h\,4^m\,42^s.10$
v	1.2227—		1.2227—	$\varepsilon =$	$-\ 0.53$
tan. φ	9.6049	tan. δ	9.6171		
				$M + \varepsilon =$	$12^h\,4^m\,41^s.57$
	0.2799—		0.1387—	$\frac{1}{2}(T+T') =$	11 57 23.81
	$-\ 1^s.905$		$-\ 1^s.376$	$\frac{1}{2}(\Delta T + \Delta T') =$	$+\ 7^m.17^s.76$

205.—Pongamos otro ejemplo de observaciones practicadas con un altazimut pequeño. Con el fin de arreglar un péndulo, tomé el 13 de Marzo de 1870 las alturas de los dos limbos del sol, anotando las horas de sus tránsitos por los cinco hilos horizontales de la retícula. El telescopio permaneció fijo al círculo vertical después de ejecutada la observación antemeridiana hasta la hora de la postmeridiana, (1) y en ambas se tuvo cuidado de apuntar las indicaciones del nivel. En cuanto á las observaciones, están hechas por el método explicado en el número 188.

	AM.	PM.	Semisumas.
Limbo superior...........	$10^h\,15^m\,59^s.5$	$13^h\,45^m\,42^s.0$	$12^h\,00^m\,50^s.75$
	„ 16 31 .5	„ 45 9 .7	„ „ 50 .60
	„ 17 3 .5	„ 44 35 .5	„ „ 50 .50
	„ 17 37 .2	„ 44 3 .2	„ „ 50 .20
	„ 18 7 .5	„ 43 33 .5	„ „ 50 .50
Limbo inferior............	10 18 12 .7	13 42 49 .0	„ „ 50 .85
	„ 19 25 .5	„ 42 15 .2	„ „ 50 .35
	„ 19 59 .7	„ 41 41 .5	„ „ 50 .60
	„ 20 32 .5	„ 41 9 .5	„ „ 51 .00
	„ 21 3 .0	„ 40 39 .0	„ „ 51 .00
		Promedio general...............	$12^h\,00^m\,50^s\,63$

Las lecturas del nivel fueron:

A. M.		*P. M.*	
O c.	*O b.*	*O c.*	*O b.*
25	31	22	33

y valiendo 8″ cada división, se tiene $n' = \frac{1}{2}(o' - e')v = -24''$ en la observación AM., y $n\,\frac{1}{2}(o - e)v = -44''$ en la PM. Con el fin de tomar en cuenta estas inclinaciones, corregiremos el promedio

(1) Las voces *antemeridiana* y *postmeridiana* se designan generalmente haciendo uso de la abreviatura *A M* para la primera, y *P M* para la segunda.

de las horas por las fórmulas del número 198. Las series de observaciones indican que el limbo superior empleó $2^m\,8^s.0$ en la A M., y $2^m\,8^s.5$ en la P M., para recorrer el espacio total de los hilos; y el inferior $2^m\,10^s.3$ y $2^m\,10^s.0$ respectivamente (1). Tomando el término medio y atendiendo á que el espacio era de 23′ 42″, se halla que el sol invertía $s = \frac{129^s.2}{1422''} = 0^s.091$ en recorrer 1″, y que, por consiguiente, la corrección del promedio general de las semisumas deberá ser $c = \frac{1}{2}(44 - 24)s = +0^s\,91$. Se tendrá, pues:......................
$\frac{1}{2}(T + T') = 12^h\,00^m\,51^s\,54$.

Los demás elementos para el medio día verdadero de México, son:

$$M = 12^h\,9^m\,33^s.74 \qquad \delta = -2°\,46'.5 \qquad v = +59''.1$$

y tomando los log. de A y B con el argumento $T - T' = 3^h\,25^m$, resulta:

A.........	9.4205	B.........	9.3756	$M =$	$12^h\ 9^m\,33^s.74$
v..........	1.7716	....	1.7716	$\varepsilon =$	$+6.17$
tan. φ....	9.5475	tan. δ.....	8.6855—		
				$M + \varepsilon =$	$12^h\ 9^m\,39^s.91$
	0.7396		9.8327—	$\frac{1}{2}(T + T') =$	12 00 51 .54
	$+5^s.49$		$-0^s.68$	$\frac{1}{2}(\Delta T + \Delta T') =$	$+\ 8^m.48^s.37$

206.—Estas aplicaciones son suficientes para dar á conocer la exactitud y sencillez de este procedimiento, cuya única desventaja consiste en el mucho tiempo que es preciso que transcurra de la primera observación á su correspondiente, lo cual origina á veces la pérdida de esta última á consecuencia de la interposición de nubes, ó de otro accidente cualquiera. Debe cuidarse de preservar el instrumento de los rayos directos del sol durante todo ese tiempo, pues de lo contrario sería fácil que lo desarreglase la elevada temperatura á que quedaría expuesto, siendo el resultado que sus indicaciones iguales no corresponderían acaso á alturas exactamente iguales.

(1) Esta pequeña diferencia en la velocidad ascensional de los dos bordes, proviene de que las observaciones se ejecutaron bastante cerca del meridiano; y en tales casos las variaciones de altura comienzan á no ser exactamente proporcionales al tiempo. (Véase el número 178.)

No es indispensable observar los dos limbos, porque pudiéndose suponer constante por muchas horas el semidiámetro del sol, es claro que á las alturas iguales de cualquiera de los bordes, corresponden también alturas iguales del centro. A pesar de esto, me parece útil observar los dos siempre que se pueda, con el fin de eliminar el error que pudiera existir en el modo especial de anotar los instantes en que cada uno de ellos es tangente á los hilos, si se usa un telescopio común, ó en el de apreciar los contactos de las imágenes al acercarse ó separarse, si se emplea el sextante.

207.—Después de practicadas las observaciones AM., es de la mayor importancia conocer con cierta aproximación la hora cronométrica de las PM., con el objeto de prepararse á ejecutarlas y no exponerse á perderlas por falta de oportunidad. A este fin notemos que como la última de aquéllas debe corresponder á la primera de éstas, si llamamos T' la última indicación del cronómetro en la serie AM., y ΔT su corrección aproximativa, tendremos que $T'+\Delta T-E$ será la hora verdadera, y $12^h-(T'+\Delta T-E)$ el ángulo horario del sol; ó su distancia al meridiano expresada en tiempo. Esta misma será la hora verdadera de la primera observación PM.; la hora media $12^h-(T'+\Delta T-E)+E$; y por consiguiente, la cronométrica:

$$T=12^h-T'+2(E-\Delta T)$$

En la última aplicación suponiendo de $+9^m$ la corrección del cronómetro, y teniéndose $E=+9^m 34^s$, resulta:

$$\begin{array}{lll}
T'=10^h 21^m & E=9^m 34^s & 12-T'=1^h 59^m \\
12^h-T'=1\ 39 & \Delta T=9\ 00 & 2(E-\Delta T)=+\ 1 \\
 & E-\Delta T=+0^m 34^s & T=1^h 40^m
\end{array}$$

ó sea $13^h 40^m$, que fué, en efecto, con muy corta diferencia, la primera hora cronométrica de la serie PM.

208.—Sucede á veces que por un accidente cualquiera no puede practicarse la observación PM. correspondiente á la AM.; mas si se logra ejecutar otra poco tiempo después, se puede hallar por interpolación la hora cronométrica que correspondería á aquélla. Con este

objeto se calcula la velocidad ascensional del sol, tanto en la observación oriental como en la occidental, comparando las indicaciones extremas del cronómetro con los arcos recorridos, según se ha explicado antes. Si los dos resultados difieren algo entre sí, como sucede generalmente, se adopta el término medio por velocidad del astro en el instante intermedio entre la hora de la observación practicada y la que debió practicarse. Con este elemento, y con la diferencia que exista entre la graduación AM. del instrumento, y aquella en que se haya ejecutado la observación occidental, se determina por una simple proporción la corrección que debe sufrir la hora cronométrica obtenida, á fin de reducirla á la que se hubiera obtenido con la graduación correspondiente á la observación oriental. Sea $L'-l'$ la diferencia de lecturas cronométricas extremas de la observación AM., y que expresa en término medio el tiempo invertido por los dos limbos del sol en ascender g' grados; $L-l$ la misma diferencia relativa á la observación ejecutada al Occidente, y que expresa el tiempo debido á un descenso de g grados. Entonces

$$s=\frac{1}{2}\left(\frac{L-l}{g}+\frac{L'-l'}{g'}\right)$$

representa el tiempo que emplea el sol en recorrer la unidad angular cuando la indicación del clisímetro es el término medio $\frac{1}{2}(G+G')$ de las G' y G en que se ha observado al Este y al Oeste respectivamente. En consecuencia, la corrección de la hora será: $C=(G-G')s$, la cual restada de la indicación cronométrica que se haya obtenido por término medio de la serie, da por resultado la correspondiente al promedio de las observaciones del Este.

Supongamos, por ejemplo, que en la mañana se hubiera obtenido $T'=8^h 46^m 33^s.33$ cuando la graduación media del sextante era de $68° 40'$; que habiéndose perdido la serie correspondiente de la tarde, se hubiera hallado poco después $T+C=14^h 40^m 28^s.91$ con la indicación media $67° 00'$; y que al Este se hubiera obtenido $1^m 44^s.75$ y al Oeste $1^m 43^s.75$ por el tiempo invertido en ascender y descender $40'$ del sextante ó sea $20'$ de altura real. Se tomará $1^m 44^s.25$ por duración de un movimiento de 20′, y como la diferencia de las alturas que señalaba el instrumento es realmente de 50′, se tendrá:

$$C=\frac{50\times104.25}{20}=4^{m}\,20^{s}62$$

Por consiguiente, la hora PM. corregida es $T=14^{h}\,36^{m}\,8^{s}.29$.

209.—El mismo procedimiento se aplica para corregir las horas en caso de que no se observe el astro exactamente en las mismas condiciones á un lado y otro del meridiano. Se ha expuesto ya un ejemplo de esta clase de correcciones por el estado del nivel, y se procedería de una manera análoga para tomar en cuenta la diferencia de refracciones, si se desease no omitir circunstancia alguna que contribuyese á la mayor precisión del resultado. De los elementos que sirven para asignar el valor de la refracción, el más variable, á la vez que el más influente, es el factor que depende de la temperatura del aire, de manera que aun siendo iguales las indicaciones del clisímetro al Este y al Oeste del meridiano y haciendo uso de un valor medio de la presión barométrica, se hallará que puede ser de algunos segundos la diferencia de refracciones si difieren bastante las temperaturas. Es, sin embargo, muy fácil introducir en el cálculo la pequeña corrección necesaria para eliminar esta causa de error, pues siendo ρ la refracción media que dan las Tablas con la distancia zenital aparente por argumento, y que es la misma para las mismas indicaciones del instrumento angular; b y f los factores que provienen del barómetro adoptando sus indicaciones medias en la localidad de que se trate; y llamando l' y l los factores originados por la temperatura del aire en los momentos de las observaciones AM. y PM. respectivamente, se tiene:

$$r=\rho bfl \qquad r'=\rho bfl'$$

y aunque estos valores sean sólo aproximativos, por ser calculados con las indicaciones medias, ó por hipótesis constantes, del barómetro, su diferencia es sensiblemente exacta. Según esto, siendo s el tiempo que emplea el sol en ascender ó descender 1″, hallaremos que $T'+sr'$ debió ser la hora cronométrica AM. en el instante en

que la altura real del sol era igual á la aparente, y $T-sr$ la correspondiente á la observación PM. Por consiguiente, ... $\frac{1}{2}(T+T')-\frac{1}{2}s(r-r')$ es la indicación del cronómetro á la hora media $M+\varepsilon$, ó lo que es lo mismo, la verdadera corrección de este instrumento será: $\frac{1}{2}(\varDelta T+\varDelta T')+\frac{1}{2}s(r-r')$.

210.—El método que se ha indicado en el número 208 para hacer correspondientes dos series observadas á diversas alturas, da resultados suficientemente exactos si no excede de 15^{m} ó 20^{m} el valor de la corrección C; pero si por cualquiera causa no se puede practicar la observación occidental dentro de este período, contado desde la hora de la serie correspondiente, habría algún error en corregir de esa manera la hora, porque no debe admitirse la proporcionalidad entre el tiempo y el movimiento ascensional más que en duraciones cortas. En tales casos, lo mejor es tomar cuando se pueda la serie occidental, y hasta el siguiente día la oriental, representando entonces M la hora media de la media noche. La modificación que en este caso necesitan las fórmulas (5) consiste en que verificándose la media noche verdadera en el mismo instante físico en que tiene lugar el medio día verdadero de nuestros antípodas, debe usarse $-\varphi$ por latitud, de manera que se tendrá para un paso inferior del sol:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon&=-Av\tan.\varphi-Bv\tan.\delta\\ \tfrac{1}{2}(\varDelta T+\varDelta T')&=M+\varepsilon-\tfrac{1}{2}(T+T')\end{aligned}\right\}\text{..........}\ (6)$$

En este caso el tiempo transcurrido entre las dos observaciones es mayor que 12^{h}, y en consecuencia, será negativo el valor de B. También debe tenerse presente que δ representa la declinación del sol en el momento de la media noche, de modo que siendo L la longitud, v la variación horaria de aquella coordenada á la hora $12^{h}+L$ (número 154) y $\varDelta$ su valor á medio día de Greenwich, se tendrá: $\delta=\varDelta+(12^{h}+L)v$. Lo mismo se calcula la ecuación del tiempo E para determinar $M=12^{h}+E$, con la única diferencia de que se interpolará su variación horaria para el instante $6^{h}+\frac{1}{2}L$.

Ejemplo.—El 27 de Junio de 1867 hice las siguientes observaciones del limbo superior del sol en un lugar cuya posición es $\varphi=22°9'$ y $L=6^{h}.73$.

PM.	Sextante.	AM.	Semisumas.
$2^h 00^m 49^s.7$	126°40′	$22^h 6^m 43^s.5$	$12^h 3^m 46^s.60$
„ 1 11.5	„ 30	„ 6 21.7	„ „ 46.60
„ 1 32.7	„ 20	„ 6 0.7	„ „ 46.70
„ 1 54.2	„ 10	„ 5 38.7	„ „ 46.45
„ 2 16.5	„ 00	„ 5 17.5	„ „ 47.00
$T = 2^h\ 1^m 32^s.92$	126°20′	$T' = 22^h 6^m 00^s.42$	$12^h 3^m 46^s.67$

Los demás datos son:

$$T' - T = 20^h 4^m.5 \qquad \delta = +23°\,18'\,10'' \qquad v = -6''.77 \qquad E = +2^m 49^s.39$$

y por consiguiente se tendrá:

A.........	0.1340	B.........	0.0740–	$M = 12^h 2^m 49^s.39$
v..........	0.8306–	....	0.8306–	$\varepsilon = \quad +0.29$
tan. φ....	9.6097	tan. δ.....	9.6342	$M + \varepsilon = 12^h 2^m 49^s.68$
	0.5743–		0.5388	$\frac{1}{2}(T + T') = 12\ 3\ 46.67$
	$-3^s.75$		$+3^s.46$	$\frac{1}{2}(\Delta T + \Delta T') = -0^m 56^s.99$

Digamos para terminar, que cuando se toman alturas iguales del sol sirviéndose de un cronómetro sideral, debe convertirse en tiempo medio la duración $t - t'$ transcurrida entre las observaciones, para tomar con ese argumento los logaritmos de A y B. También en ese caso se hará uso de la ascensión recta α del sol verdadero calculada para el medio día local, en vez de la hora media M correspondiente al mismo instante. En todo lo demás se procede absolutamente lo mismo que se ha explicado, pues el valor de ε es siempre bastante pequeño para que no ofrezca diferencia apreciable, ya sea que esté expresado en tiempo solar ó en tiempo sideral.

El lector que desee ejercitarse en la resolución de mayor número de ejemplos, é imponerse de varios detalles relativos al método de alturas iguales del sol, puede consultar la Sección III, Capítulo I de mis *Nuevos Métodos Astronómicos.*

CAPITULO X.

DETERMINACIÓN DE LA HORA.—MÉTODO DE PASOS MERIDIANOS.

211.—Según la definición que se ha dado (número 120) de la ascensión recta de un astro, inferimos que si se anota la hora de un cronómetro sideral en el instante del tránsito del astro por el meridiano de un lugar, se obtendrá la corrección de aquel instrumento por la simple comparación de la hora que señale con la ascensión recta del astro tomada de las Efemérides. Si el cronómetro es solar, se comparará su indicación con la hora media de la culminación del astro, que se halla fácilmente (número 133) por medio de su ascensión recta.

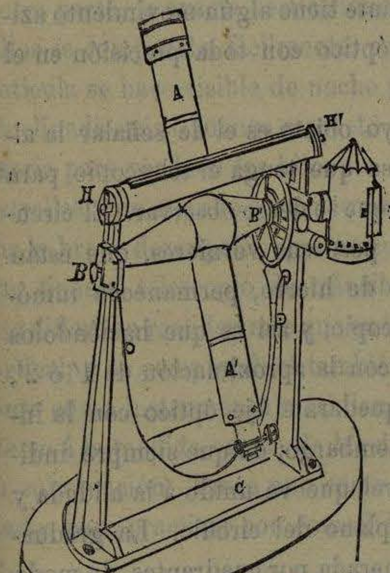

FIG. 47A

En esta sencilla consideración se funda el método de pasos meridianos, considerado como uno de los mejores para determinar la hora. En cuanto á la observación, se practica con el instrumento llamado *telescopio meridiano* ó *de tránsitos*, cuyas dimensio-