reflejada, se vea en contacto con ella. Entonces se fija la alidada del espejo menor, y mirando directamente la señal de la izquierda, se pone en movimiento la otra alidada en el sentido de la numeración creciente hasta que se vea por la doble reflexión el objeto de la derecha en coincidencia con el de la izquierda. Como en este movimiento ha recorrido la alidada del espejo mayor un arco cuya numeración es doble del ángulo de las señales, la semidiferencia de sus indicaciones suministrará el valor de este ángulo. Si se desea repetir la medida se vuelve á comenzar la operación partiendo de la posición en que haya quedado fijada la alidada del espejo mayor, y por el mismo procedimiento se obtiene de nuevo el doble ángulo, ó bien el cuádruplo respecto de la primera indicación del viernier de esta alidada al comenzar la serie. De una manera idéntica se obtiene el séxtuplo, el óctuplo, etc., del mismo ángulo.

En la fábrica de Pistor & Martin, de Berlin, se construyen en la actualidad sextantes y círculos de reflexión llamados prismáticos, por tener un prisma de cristal en lugar del espejo menor. Presentan sobre los instrumentos comunes la ventaja de permitir la medida de ángulos de cualquiera amplitud, á causa de la situación del prisma, muy inmediato al objetivo del telescopio. Por lo demás, su uso es del todo semejante al de los demás instrumentos de reflexión.

CAPITULO VII.

DETERMINACIÓN DE LA HORA.—MÉTODO DE DISTANCIAS ZENITALES.

177.—En el número 123 se ha dado una idea general de la resolución de este problema, la cual consiste esencialmente en calcular el ángulo horario del astro con los datos: distancia zenital z medida directamente, latitud φ de la estación y declinación δ del astro; y en combinar después el ángulo horario calculado, con la ascensión recta, á fin de obtener la hora exacta de la observación, que comparada con la que señalaba el cronómetro en el mismo instante, da á conocer el error de este instrumento respecto del tiempo real de la estación.

Si siempre pudieran suponerse exactos todos los elementos del cálculo, no habría inconveniente en aplicar esta resolución, cualquiera que fuese la posición del astro respecto del meridiano del observador; pero como en la práctica es casi imposible alcanzar esa rigurosa precisión, se hace indispensable investigar en qué circunstancias tienen la menor influencia posible los pequeños errores que pueden existir en los datos suministrados por la observación directa, y aun en los que se toman de las Tablas astronómicas. Con este objeto, suponiendo en z, φ y δ los pequeños errores ó variaciones Δz, $\Delta \varphi$ y $\Delta \delta$, el ángulo horario h resultará con el error Δh, que consideraré como el resultante de los anteriores, ó sea como una función de los mismos; y en consecuencia, limitándome á sus primeras potencias á causa de su pequeñez, el error del ángulo horario será de la forma:

$$\Delta h = \frac{d h}{d z} \Delta z + \frac{d h}{d \varphi} \Delta \varphi + \frac{d h}{d \delta} \Delta \delta$$

Los coeficientes de los errores se deducen de la ecuación fundamental siguiente, que contiene todos los elementos del problema.

$$\cos. z = \text{sen.}\, \varphi\, \text{sen.}\, \delta + \cos.\, \varphi \cos.\, \delta \cos.\, h$$

Diferenciándola sucesivamente respecto de cada uno de los datos, resulta:

$$\frac{d h}{d z} = \frac{\text{sen.}\, z}{\cos.\, \varphi \cos.\, \delta\, \text{sen.}\, h}$$

$$\frac{d h}{d \varphi} = \frac{\cos.\, \varphi\, \text{sen.}\, \delta - \text{sen.}\, \varphi \cos.\, \delta \cos.\, h}{\cos.\, \varphi \cos.\, \delta\, \text{sen.}\, h} = \frac{\tan.\, \delta - \tan.\, \varphi \cos.\, h}{\text{sen.}\, h}$$

$$\frac{d h}{d \delta} = \frac{\text{sen.}\, \varphi \cos.\, \delta - \cos.\, \varphi\, \text{sen.}\, \delta \cos.\, h}{\cos.\, \varphi \cos.\, \delta\, \text{sen.}\, h} = \frac{\tan.\, \varphi - \tan.\, \delta \cos.\, h}{\text{sen.}\, h}$$

178.—Estos valores, sustituídos en la expresión del error Δh, miden la influencia de los que se suponen en los datos, y aun permiten corregir el ángulo horario luego que se conocen las magnitudes de las correcciones Δz, $\Delta \varphi$ y $\Delta \varphi$; pero por ahora investiguemos cuáles son las condiciones que reducen á un *mínimum* estos coeficientes. Comenzando por el de Δz, vemos que si se designa por a el azimut del astro, el triángulo astronómico da:

$$\text{sen.}\, h \cos.\, \delta = \text{sen.}\, a\, \text{sen.}\, z$$

Introduciendo este valor en el coeficiente $\frac{d h}{d z}$, se halla:

$$\frac{d h}{d z} = \frac{1}{\cos.\, \varphi\, \text{sen.}\, a}$$

El examen de esta expresión indica que si bien su valor no puede ser nulo, adquiere el menor posible cuando $\varphi = 0°$, y $a = 90°$, esto es, cuando la estación se halla en el ecuador y se observa un astro en el plano del primer vertical. Es claro que el observador no es dueño de llenar la primera condición, puesto que tiene necesidad de operar

en determinada latitud; pero aquellas consideraciones demuestran que el método de distancias zenitales, por lo que respecta al error que pueda cometerse en este elemento, es más favorable en las bajas que en las altas latitudes, en igualdad de circunstancias, á causa del valor considerable de los cosenos de arcos pequeños. Para una latitud dada, el coeficiente tiene su *mínimum* cuando $a = 90°$, en cuyo caso será:

$$\frac{d h}{d z} = \frac{1}{\cos.\, \varphi} = \sec.\, \varphi$$

Se ve que este valor es constante; y que en consecuencia, cuando un astro pasa por el primer vertical, su movimiento ascendente ó descendente es proporcional al tiempo; quiere decir, asciende ó desciende espacios iguales en tiempos iguales. Esta conclusión también es sensiblemente cierta cuando el azimut del astro difiere poco de 90°, puesto que los senos de arcos próximos á un cuadrante varían con mucha lentitud; y como por otra parte, en las mismas circunstancias es poco sensible el movimiento azimutal de los astros, se infiere que aun para azimutes que se alejen 20° ó 30° del primer vertical tanto hacia el Norte como hacia el Sur, siempre puede admitirse que en 10^m ó 12^m que dure una serie de observaciones, el movimiento ascensional es sensiblemente proporcional al tiempo, de modo que el promedio de las distancias zenitales medidas, siempre corresponderá al promedio de las horas anotadas en el cronómetro. Se comprenderá toda la importancia de esta conclusión por el simple hecho de que autoriza la repetición de las medidas, y en consecuencia, la adopción de promedios en vez de observaciones sencillas ó individuales.

179.—Pasemos al coeficiente de $\Delta \varphi$. Cuando el triángulo astronómico es rectángulo en el zenit, se tiene: $\cot.\, \varphi = \cot.\, \delta \cos.\, h$, ó bien: $\tan.\, \delta = \tan.\, \varphi \cos.\, h$, por lo cual en ese instante:

$$\frac{d h}{d \varphi} = 0$$

lo que demuestra que un pequeño error en la latitud no tiene influencia en la determinación de la hora siempre que se observe el astro en el primer vertical. Es evidente que poco antes ó poco después de ese momento será muy pequeña la diferencia.................. $\tan.\delta - \tan.\varphi \cos.h$, y que, por tanto, con un astro cerca del primer vertical podrá el observador determinar exactamente la hora local, aun cuando tenga alguna incertidumbre respecto de su verdadera latitud, porque el error quedará multiplicado por una fracción sumamente pequeña. También esta conclusión es de grande importancia en la práctica, puesto que muchas veces el astrónomo ignora casi completamente la latitud de la estación que ocupa, y procediendo como se ha indicado puede determinar bien su tiempo para corregir en seguida el valor de la latitud supuesta. Estas correcciones sucesivas son muy frecuentes en la aplicación de la Astronomía, y siempre conducen á muy buenos resultados si se guían los trabajos de acuerdo con las indicaciones de la teoría, análogas á las precedentes.

180.—El coeficiente de $\Delta\delta$ no se nulifica cuando $a = 90°$, sino cuando el triángulo astronómico es rectángulo en el astro. En efecto, en tal caso se tiene: $\cot.\delta = \cot\varphi \cos.h$, ó lo que es lo mismo, $\tan.\varphi = \tan.\delta \cos.h$, y por consiguiente:

$$\frac{d\,h}{d\,\delta} = 0$$

La condición de que sea recto el ángulo paraláctico no puede tener lugar, sin embargo, más que cuando la declinación del astro sea mayor que la latitud del lugar; y como siendo recto ese ángulo, el plano vertical ZA' (fig. 46ª) que pasa por el astro A', es tangente á su círculo $RA'S$ de declinación, resulta que en ese momento adquiere el mayor valor posible su azimut PZA'. Así pues, la condición de un azimut considerable es en todos casos la más conveniente para nulificar ó disminuir los efectos de los pequeños errores existentes en los datos necesarios para la determinación de la hora.

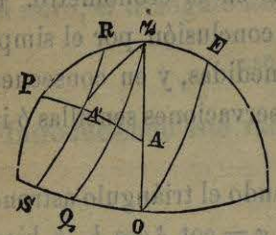

FIG. 46A

181.—Adviértase que sólo pueden pasar por el primer vertical

ZO los astros cuyas declinaciones están comprendidas dentro de los límites 0° y φ. El que tuviera nula su declinación cortaría aquel plano en el punto O del horizonte, por ser común al ecuador EO; y el que tuviera por declinación una cantidad igual á φ, describiría el círculo ZQ, tocando, por consiguiente, al primer vertical en el zenit. Se deduce de aquí que el número de astros susceptibles de un azimut de 90°, es en general tanto menor, cuanto más pequeña es la latitud de la estación; y que ciñéndose estrictamente á ese valor del azimut, el número de las estrellas útiles para observaciones de tiempo se reduce aun por la necesidad de no medir sus alturas muy cerca del horizonte, á causa de las irregularidades de la refracción; pues se recordará (número 136) que nunca se juzgan dignas de confianza las observaciones practicadas á más de 80° de distancia zenital. Esto no obstante, como todas las ventajas de un azimut de 90° existen casi en el mismo grado á 20° ó 30° á un lado y otro del primer vertical, se infiere que en cualquiera latitud se puede contar siempre con un gran número de estrellas propias para la determinación del tiempo; y que la única regla práctica que establecen las consideraciones precedentes es la de evitar las observaciones cerca del meridiano, y por consiguiente, las de estrellas circumpolares, y en nuestras regiones las de estrellas australes cuyas declinaciones sean grandes numéricamente; porque unas y otras nunca pueden tener azimutes considerables. Pongo á continuación una Tabla de las distancias zenitales más convenientes para las observaciones de tiempo en cada latitud, y que se refiere á estrellas de diferentes declinaciones. Siendo φ del mismo signo y mayor que δ, pasará el astro por el primer vertical; y en el momento de su tránsito por ese plano, se tendrá la relación siguiente, por ser el triángulo astronómico rectángulo en el zenit:

$$\cos.z = \frac{\text{sen.}\,\delta}{\text{sen.}\,\varphi}$$

Si por el contrario, δ es mayor que φ, en el instante en que el plano vertical que pasa por la estrella es tangente á su círculo de declinación, se tendrá:

$$\cos.z = \frac{\text{sen.}\,\varphi}{\text{sen.}\,\delta}$$

Por medio de estas relaciones se ha calculado la Tabla, la cual, por consiguiente, sólo se refiere á estrellas cuyas declinaciones tengan el mismo signo que la latitud.

DISTANCIAS ZENITALES MAS FAVORABLES PARA LA DETERMINACION DE LA HORA.

LATITUD.	DECLINACIÓN DEL ASTRO.						
	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
15°	70°19′	47°52′	00°00′	40°49′	52°14′	58°50′	63°11′
20	75 14	59 29	40 49	00 00	35 20	46 50	53 24
25	78 6	65 44	52 14	35 20	00 00	32 15	42 32
30	79 58	69 41	58 50	46 50	32 15	00 00	29 20
35	81 16	72 23	63 11	53 24	42 32	29 20	00 00

Cuando φ y δ sean de signos contrarios, sólo se procurará observar el astro cuando tenga el mayor azimut posible.

Habiendo estudiado la influencia de cada uno de los errores Δz, $\Delta\varphi$ y $\Delta\delta$, notemos por la inspección de sus coeficientes, que deben producir efectos contrarios á un lado y otro del meridiano, puesto que el ángulo horario es positivo al Oeste y negativo al Este. Si, pues, se observan dos estrellas de declinación poco diferente y próximamente con el mismo azimut, la una al E. y la otra al O., el promedio de los resultados podrá considerarse independiente de pequeños errores constantes que existan en los datos. Esta indicación es muy útil para el observador que no conozca con precisión el valor de su latitud, los errores de su instrumento angular, ó bien que carezca de los medios de estimar con exactitud la refracción atmosférica.

182.—Presentemos ahora algunas aplicaciones que hagan comprender perfectamente todos los detalles de la práctica de este método, comenzando por reunir las fórmulas que deben emplearse.

$$\left.\begin{aligned} z &= z' + r - p \pm s \\ a &= \frac{1}{2} z + \frac{1}{2}(\varphi - \delta) \\ b &= \frac{1}{2} z - \frac{1}{2}(\varphi - \delta) \\ \text{sen.}\,\frac{1}{2} h &= \sqrt{\frac{\text{sen.}\,a\,\text{sen.}\,b}{\cos.\,\varphi\cos.\,\delta}} \\ T &= a + h \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

Se recordará que z' representa la distancia zenital aparente, tal como la da el instrumento después de corregida por los errores de éste; que r, p y s indican respectivamente la refracción, la paralaje de altura y el semidiámetro del astro, siendo este último aditivo ó substractivo, según que se haya observado el borde superior ó el inferior, y teniendo presente que p y s son nulos siempre que se trate de una estrella; y por último, que el valor de h se convertirá en tiempo para combinarlo con la ascensión recta del astro, á fin de obtener la hora sideral de la observación, siendo h positivo al Oeste y negativo al Este del meridiano.

Si designamos ahora por t la hora del cronómetro, correspondiente al instante de la observación, y por Δt la corrección que necesita, tendremos: $T = t + \Delta t$, y en consecuencia:

$$\Delta t = T - t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

La corrección Δt se considerará positiva si el cronómetro está atrasado, puesto que en tal caso su indicación t será menor que la hora real T; y negativa si está adelantado.

Lo anterior supone que se haga uso de un cronómetro sideral; pero si fuere solar, se convertirá la hora T en tiempo medio (número 131) para hacerla comparable con la de aquel instrumento.

Ejemplo.—El 17 de Diciembre de 1861 hice con sextante y cronómetro solar las siguientes observaciones de la estrella *α Orionis* al Este del meridiano. en un lugar cuya latitud es $\varphi = 19°\ 25'53''.5$:

CRONÓMETRO.	SEXTANTE.		
$9^h 24^m\ 8^s.7$	$97° 35' 10''$	Termóm.º libre	$t = 5°.0$
„ 25 20 .5	98 9 50	Termóm.º fijo...	$\tau = 7\ .5$
„ 26 14 .3	98 35 15	Barómetro......	$p = 0^m.590$
„ 27 21 .0	99 5 10	Error inicial...	$e_0 = 20''.0$
Promedios... $t = 9^h 25^m 46^s.12$......	$98° 21' 21''.2$		

La suma de las demás correcciones del sextante era $c = -32''.6$; y la posición de la estrella: $\alpha = 5^h 47^m 44^s.41$ y $\delta = +7° 22' 41''.4$.

Sextante....... $98° 21' 21''.2$
$e_0 = -20\ .0$
$c = -32\ .6$

$2a = 98\ 20\ 28\ .6$
$a = 49\ 10\ 14\ .3$

$z' = 40\ 49\ 45\ .7$ ......ρ...... 1.7029
$r = +39\ .8$ $\quad b$...... 9.8889
l...... 0.0082
$z = 40° 50' 25''.5$ $\quad f$...... 0.0002
r...... 1.600

$\varphi = 19° 25' 53''.5$
$\delta = +7\ 22\ 41\ .4$
$\varphi - \delta = 12°\ 3'\ 12''.1$

$\frac{1}{2} z = 20° 25' 12''.7$
$\frac{1}{2}(\varphi - \delta) = 6\ 1\ 36\ .0$

$\alpha = 26\ 26\ 48\ .7$ ....sen......... 9.6487186
$b = 14\ 23\ 36\ .7$ ....sen......... 9.3954670

9.0441856
cos. φ......... -9.9745291
cos. δ......... -9.9963891

sen.$^2 \frac{1}{2} h$......... 9.0732674

sen. $\frac{1}{2} h$......... 9.5366337

$\frac{1}{2} h = -20°\ 7'\ 27''.8$
$h = -\ 2^h 40^m 59^s.71$
$\alpha = 5\ 47\ 44\ .41$

$T = 3^h\ 6^m 44^s.70$
$A = 17\ 45\ 28\ .36$.................. Ascensión recta del sol medio.

$T - A = 9\ 21\ 16\ .34$
red.$(T - A) = -\ 1\ 31\ .95$.................. Tabla de la página 253.

$H = 9^h 19^m 44^s.39$.................. Hora media.
$t = 9\ 25\ 46\ .12$.................. Hora cronométrica.

$\Delta t = -\ 6^m\ 1^s.73$.................. Corrección del cronómetro.

Cuando se observa una estrella al Oeste del meridiano, no ofrece más diferencia el cálculo respecto del anterior, que la del signo positivo del ángulo horario, el cual, por tanto, se suma con la ascensión recta para hallar la hora sideral correspondiente. Se ha dicho ya que la conversión de ésta en hora media es indispensable cuando se usa un cronómetro solar, y aunque la reducción no presenta dificultad alguna, se comprende desde luego que bajo el aspecto de la brevedad del cálculo, hay ventaja en servirse de un cronómetro sideral, puesto que su indicación es inmediatamente comparable con la hora T.

183.—En las observaciones del sol se verifica lo contrario por razones análogas, y especialmente por la de que el resultado del cálculo suministra directamente la hora verdadera si está el sol al Oeste; y si está al Este se obtiene la hora astronómica verdadera, restando de 24^h el ángulo horario que da el cálculo. En seguida no queda más que convertirla en hora media con ayuda de la ecuación del tiempo, y compararla con la indicación del cronómetro solar para hallar la corrección de éste. Así, pues, designando por H la hora media real y por E la ecuación del tiempo, la expresión $H = h + E$ reemplaza á la última de las formulas (1), y por consiguiente, la corrección del cronómetro será:

$$\Delta t = H - t = h + E - t \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

expresión en que se sustituye $24^h - h$ en lugar de h, cuando se haya observado el sol al Este.

La determinación de la hora por observaciones solares me parece, sin embargo, algo más laboriosa que por medio de las estrellas, no sólo por ser preciso tomar en cuenta la paralaje de distancia zenital y aun el semidiámetro, si es que no se observa más que uno de los bordes, sino principalmente por la necesidad de interpolar la declinación del astro para el instante de la observación. Como esta hora es precisamente la incógnita del problema, resulta que es necesario proceder por aproximaciones sucesivas de este modo: siendo t la hora del cronómetro y Δt la corrección que se le supone, $t + \Delta t$ representará aproximadamente la hora media local, y $H' = t + \Delta t + L$ la correspondiente del primer meridiano. Para el momento H' se calcula la declinación del sol (véase el número 154), y con este y los demás datos se procede al cálculo de h, y por consiguiente de Δt; mas si este valor resulta muy diferente del que se supuso al principio, será preciso repetir el cálculo haciendo uso de la corrección Δt determinada por el primero, para hallar la hora media del primer meridiano é interpolar con más exactitud la declinación. Por otra parte, esta coordenada nunca varía con mucha rapidez, de suerte que si se conoce la corrección del cronómetro con aproximación de 1^m ó 2^m, lo cual casi siempre es fácil, no habrá necesidad de repetir el cálculo, por ser suficientemente exacto el resultado del primero, pues se recordará la poca influencia de un pequeño error de la declinación en el ángulo horario de un astro cuando se observa con un azimut considerable.

184.—Puede también eliminarse la corrección por el semidiámetro observando los dos limbos del sol alternativa ó sucesivamente; porque siendo proporcional al tiempo el movimiento ascensional del astro, el promedio de las distancias zenitales de los bordes dará la del centro, correspondiente al término medio de las horas. Siempre he acostumbrado seguir este procedimiento tomando, con graduaciones equidistantes del instrumento angular, varias alturas ó distancias zenitales del primer limbo (el superior al Este y el inferior al Oeste), y volviendo á hacer que el instrumento señale las mismas indicaciones para observar el segundo.

Ejemplo.—El 8 de Enero de 1863 hice de esa manera las siguientes observaciones con un cronómetro solar en una estación (Chapultepec), cuya posición es próximamente $\varphi = 19°\ 25'\ 15''$ y.............. $L = 6^h\ 36^m\ 39^s$.

ANGULO HORARIO DEL SOL AL OESTE DEL MERIDIANO.

Limbo inferior.	Sextante.	Limbo superior.		
$3^h\ 31^m\ 3^s.0$	48°30′	$3^h\ 33^m\ 55^s.0$	Termómetro libre.	16°.5
„ 31 29 .0.........	48 20	„ 34 20 .5	„ fijo...	16 .0
„ 31 55 .0.........	48 10	„ 34 48 .0	Barómetro	$0^m.587$
„ 32 21 .5.........	48 00	„ 35 15 .0	Error inicial.......	6″.2
„ 32 48 .5.........	47 50	„ 35 41 .0		

El promedio de las horas $t = 3^h\ 33^m\ 21^s.65$ es la del paso del centro del sol por la distancia zenital correspondiente á la indicación media $G = 48°\ 10'$ del sextante. Suponiendo al cronómetro un atraso de $3^m\ 3^s$ respecto del tiempo medio local, se halla $H' = 10^h\ 13^m\ 4^s$ por hora media contemporánea de Greenwich, y con ella la declinación $= -22°\ 13'\ 4''.0$ del sol, y $E = +7^m\ 4^s.78$ por ecuación del tiempo.

Sextante...... 48°10′ 00″.	ρ...... 2.1139	π...... 0.9542
$e_0 = -\ 6.2$	b...... 9.8867	sen. z...... 0.9605
$c = -\ 25.0$	l...... 9.9895	
	f...... 9.9995	p...... 0.9147
$2a = 48°\ 9'\ 28''.8$		
$a = 24\ \ 4\ 44.4$	r...... 1.9896	
	$\varphi = 19°25'\ 15''$	
$z' = 65°55'\ 15''.6$	$\delta = -22\ 13\ \ 4$	
$r = +\ 1\ 37.6$		
$p = -\ \ \ 8.2$	$\varphi - \delta = 41°38'\ 19''$	
$z = 65°\ 56'\ 45''$		
$\frac{1}{2} z = 32°\ 58'\ 22''.5$		
$\frac{1}{2}(\varphi - \delta) = 20\ 49\ \ 9.5$		

$a = 53°47'\ 32''$.	........................sen..........	9.9068090
$b = 12\ \ 9\ 13$	........................sen..........	9.3233209
		9.2301299
	cos. φ	−9.9745586
	cos. φ.........	−9.9664953
$\frac{1}{2} h = 26°10'\ 26''.9$		
$h = 3^h\ 29^m\ 23^s.59$......(Hora verdadera).		9.2890760
$E = +\ \ 7\ \ 4.78$		
	sen. $\frac{1}{2} h$.........	9.6445380
$H = 3^h\ 36^m\ 28^s.37$.		
$t = 3\ 33\ 21.65$		
$\Delta t = +\ 3^m\ \ 6^s.72$		

El resultado del cálculo comprueba la suficiente exactitud de la primera hipótesis $3^m 3^s$, y, por consiguiente, es inútil repetirlo; porque el pequeño cambio de declinación del sol en $3^s.7$ que hay de diferencia, respecto del atraso supuesto, no influye en manera alguna en el valor de h.

185.—Cuando se halle una diferencia notable entre el valor supuesto de Δt y el calculado, me parece que corregir el primer resultado es preferible á repetir toda la operación. Puede procederse, al efecto, de esta manera: hallamos al principio de este Capítulo el coeficiente diferencial de h respecto de δ, que es el siguiente, expresando la variación de h en segundos de tiempo.

$$\frac{\mathrm{d}\,h}{\mathrm{d}\,\delta}=\frac{1}{15}\left(\frac{\tan.\varphi}{\mathrm{sen}.\,h}-\frac{\tan.\delta}{\tan.\,h}\right)$$

Llamando ahora c la corrección supuesta al cronómetro, y c' la que resulta del cálculo, consideremos que d δ representa la variación de declinación en el tiempo $c'-c$. Si, pues, designamos por v su movimiento horario, se tendrá:

$$\mathrm{d}\,\delta=\frac{v(c'-c)}{3600}$$

Sustituyendo este valor en el de dh y despejando, resulta:

$$\mathrm{d}\,h=\frac{v(c'-c)}{15\times3600}\left(\frac{\tan.\varphi}{\tan.\,h}-\frac{\tan.\delta}{\tan.\,h}\right)$$

y como $h+\mathrm{d}\,h$ representa el ángulo horario correcto, la verdadera corrección del cronómetro será:

$$\Delta t=c'+(5.26761)\,(c'-c)\,v\left(\frac{\tan.\varphi}{\mathrm{sen}.\,h}-\frac{\tan.\delta}{\tan.\,h}\right)\ldots\ldots\ (4)$$

fórmula en la cual se ha introducido el logaritmo de la constante, y que calculada en logaritmos de cuatro ó cinco decimales, da el valor correcto de Δt con más facilidad que por la repetición del primer cálculo. Es claro que los valores de δ y h que entran en ella son los mismos de la primera resolución, y que puede tomarse por v la variación horaria que consta en las Efemérides del sol para el día de la observación, sin que sea necesario interpolarla para el ins-

tante de ésta. En lo que sí es preciso mucho cuidado es en el juego de los signos.

186.—Para la determinación de la hora, como para todas las demás operaciones astronómicas, es preferible, en general, servirse de un instrumento fijo, tal como un círculo y especialmente un altazimut. Habiéndose explicado ya en otras partes de esta obra el manejo de esos instrumentos, sólo añadiré que pueden usarse ó repitiendo las medidas de las distancias zenitales y haciendo tantas lecturas diferentes del ángulo y del tiempo cuantas sean las veces que se vise el astro con la intersección de los hilos de la retícula, ó bien fijando el instrumento en una graduación conveniente y anotando las horas del cronómetro en los instantes en que el astro, en virtud de su movimiento, pasa por cada uno de los hilos horizontales del telescopio. Este último método es más cómodo, pues sólo hay necesidad de ir variando gradualmente el azimut del telescopio por medio del tornillo de aproximación del círculo horizontal, á fin de que el astro pase por los hilos horizontales cerca de su intersección con el vertical del centro. Esta precaución tiene por objeto evitar el error que podría originarse de la falta de horizontalidad perfecta de los hilos, aunque ya se ha indicado (número 47) el modo de comprobarla.

Sea cual fuere el método de observación que se adopte, es muy conveniente medir las distancias zenitales en las dos posiciones del círculo, para eliminar el efecto de la colimación vertical, según se ha dicho en el número 243 del primer Tomo. Sin embargo, si se ha determinado previamente este error, puede emplearse el instrumento en una sola posición, aplicando á sus indicaciones la corrección constante correspondiente. También es preciso no olvidar la otra corrección que proviene del nivel paralelo al círculo.

Por vía de ejercicio presentaré algunos datos y los principales resultados para que el lector los compare con los que obtenga al desarrollar todo el cálculo.

Ejemplo 1º—El 24 de Agosto de 1869 hice en México las siguientes observaciones con cronómetro solar y un teodolito astronómico que daba distancias zenitales con el círculo vertical á la derecha y alturas á la izquierda. En ambas posiciones se observaron los pasos de los dos limbos del sol por cada uno de los tres hilos horizontales de la retícula, con el fin de eliminar la corrección del semidiámetro. Las lecturas fueron: á la derecha, $b = 49° 17' 10''$ y á la izquierda, $a = 39° 29' 50''$, cada una de las cuales es promedio de dos verníeres.

	A la derecha.	A la izquierda.	NIVEL. Ocular.	NIVEL. Objetivo.
Limbo inferior...	$3^h 22^m 00^s 0$......	$3^h 27^m 22^s .0$		
	„ 22 44 .0......	„ 28 5 .0	15.0	13.0
	„ 23 27 .5......	„ 28 49 .5	14.5	12.5
Limbo superior...	„ 24 14 .5......	„ 29 35 .5		
	„ 24 58 .5......	„ 30 18 .5	Barómetro á 0°......	$0^m.586$
	„ 25 41 .5......	„ 31 3 .0	Termómetro libre...	23°.0

Siendo de 15″ el valor angular de cada división del nivel, deberá hallarse:

$$z' = 45° + \frac{1}{2}(b - a) + \frac{1}{2}[(o+o') - (e+e')]v = 49° 53' 55''$$

y tomando 8″.6 por paralaje del sol, resultará:

$$z = z' + r - p = 49° 54' 39''.2$$

La declinación del sol, calculada para la hora de la observación, era $\delta = +10° 52' 30''.8$, la ecuación del tiempo $E = +2^m 00^s.66$ y la latitud del lugar, $\varphi = 19° 26' 10''$. Con estos datos se encontrará:

Hora verdadera........................... $V = h = 3^h 24^m 30^s.57$
Correción del cronómetro.................. $\Delta t = \quad -0\ .39$

Ejemplo 2º—Con los propios instrumentos observé en la noche de ese mismo día la estrella *α Bootis* al Oeste. Su posición era:

$$\alpha = 14^h 9^m 41^s.52 \qquad \delta = +19° 52' 14''.8$$

A la derecha.	A la izquierda.	NIVEL. Ocular.	NIVEL. Objetivo.
$7^h 29^m 17^s 5$	$7^h 32^m 32^s .5$	16.5	12.0
„ 30 02 .5	„ 33 16 .2	16.5	12.0
„ 30 46 .2	„ 34 00 .0	Barómetro á 0°......	$0^m.586$
$b = 50° 7' 32''.5$	$a = 39° 9' 32''.5$	Termómetro libre...	19°.0

Los principales resultados serán:

$$z = 50° 30' 26''.3 \qquad h = +3^h 35^m 29^s.41$$
$$H = 7^h 31^m 39^s 31 \qquad \Delta t = +0\ .11$$

Ejemplo 3º—El 7 de Enero de 1863 obtuve en Chapultepec......... (Log. $= 6^h 36^m 39^s$ y lat. $= 19° 25' 15''$) los siguientes datos, observando los dos limbos del sol al Este del meridiano: $z = 64° 49' 13''.4$ y $t = 8^h 40^m 36^s.50$. Contando el tiempo astronómicamente, se tendrá por fecha el 6 de Enero á $t = 20^h 40^m 36^s.50$ del cronómetro. Para el instante de la observación se halló $\delta = -22° 23' 13''.8$ y.........., $E = +6^m 31^s.96$.

Con estos elementos deberá encontrarse:

Angulo horario......................... $h = -\ 3^h 22^m 52^s.60$
Hora verdadera......................... $V = \ 20\ 37\ \ 7\ .40$
Corrección del cronómetro.......... $\Delta t = \ +\ 3\ \ 2\ .86$

Recomiendo mucho al lector la resolución de todos los ejemplos con arreglo á los tipos de cálculo que antes se han presentado, pues esta es la única manera de adquirir la práctica indispensable para las aplicaciones.

187.—Es sumamente difícil, y casi puede decirse imposible, que los cronómetros y los péndulos, aun los de mejor construcción, marchen exactamente de acuerdo con el tiempo que están destinados á medir. Por lo general siempre adelantan ó atrasan diariamente algunos segundos, de manera que es enteramente indispensable determinar con frecuencia su corrección absoluta Δt con el fin de deducir su variación en la unidad de tiempo, ya sea ésta el día ó la hora. La variación ó marcha de los guarda-tiempos no ofrece inconveniente alguno en las aplicaciones, ni puede reputarse como un defecto de los instrumentos, con tal de que sea sensiblemente uniforme; porque tomándola en cuenta, siempre es posible saber la corrección absoluta que es necesario hacer á sus indicaciones en cualquier instante. Es ciertamente ventajoso que sea pequeña la variación de un guardatiempo, en atención á que los cálculos se abrevian algo de esa manera; pero lo más esencial es la constancia en el adelanto ó atraso diario, aunque sea considerable numéricamente.

La marcha en la unidad de tiempo se determina hallando las correcciones Δt_1 y Δt_2 en dos momentos, t_1 y t_2, pues designándola por v, se tendrá:

$$v = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{t_2 - t_1} \quad \text{.........................} \quad (5)$$

Según que el denominador exprese días ú horas, se obtendrá por esta fórmula la variación diaria ú horaria. Las dos primeras aplicaciones del número precedente indican, por ejemplo, que el cronómetro tenía la corrección $\Delta t_1 = -0^s.39$ cuando su indicación era $t_1 = 3^h 26^m$ próximamente, y que en seguida se le halló $\Delta t_2 = +0^s.11$ cuando señalaba $t_2 = 7^h 32^m$ con poca diferencia. Refiriéndose ambas correcciones al mismo día, se ve que el tiempo transcurrido fué de $4^h 6^m = 4^h 1$, y en consecuencia, su variación horaria era:

$$v = \frac{0^s.11 + 0^s.39}{4.1} = +0^s 122$$

La marcha diaria sería $0^s.122 \times 24 = +2^s.93$. El mismo resultado se hallaría expresando en días el tiempo transcurrido, que es: $t_2 - t_1 = 0^d.1708$, y entonces:

$$v = +\frac{0^s.50}{0.1708} = +2^s.93$$

El signo positivo de v indica que el cronómetro atrasa respecto del tiempo medio real; cuando resulta negativo da á conocer que adelanta en la unidad de tiempo.

Con el fin de determinar con más precisión el valor de v debe procurarse que sea grande el denominador de la fórmula, porque así se fraccionan más los pequeños errores que tengan las correcciones absolutas Δt_1 y Δt_2. El cronómetro á que me refiero tenía en aquella época una marcha diaria de más de 3^s, y se ve que la produce algo menor el cálculo hecho con las determinaciones de su corrección en

un intervalo de algunas horas solamente. El 21 de Agosto, por ejemplo, á $t_1 = 3^h 22^m$ tenía un adelanto de $9^s.67$, y el 24 del mismo mes á $7^h 32^m$ un atraso de $0^s.11$. Haciendo el cálculo con estos datos y expresando en días el tiempo transcurrido, resulta:

$$v = \frac{0.11 + 9.67}{3.17} = +3^s.09$$

Los cronómetros suelen sufrir irregularidades en su marcha, aunque se manejen con el mayor cuidado y sin exponerlos á movimientos rápidos ni á cambios bruscos de temperatura. Por eso es indispensable determinar cada dos ó tres días, si es posible, su corrección absoluta, y con más frecuencia aún, si se tiene motivo para temer la influencia de alguna causa de alteración. De ese modo puede admitirse sin error sensible que es uniforme su marcha en el intervalo de una á otra observación; y entonces se podrá calcular su corrección absoluta en cualquier instante intermedio. Sea, en efecto, t_1 el momento en que se haya determinando la corrección Δt, y llamemos v la variación hallada para la unidad de tiempo. Cuando el instrumento señale la hora t habrá transcurrido respecto de aquel instante una duración $t - t_1$, y, en consecuencia, su corrección á la hora t, será:

$$\Delta t = \Delta t_1 + (t - t_1) v \quad \text{.........................} \quad (6)$$

expresando la duración $t - t_1$ en la misma unidad á que se refiera v.

Ejemplo.—¿Cuál será la hora exacta cuando un cronómetro señala $t = 4^h 25^m 19^s.2$, teniendo un adelanto diario de $11^s.4$ y habiéndose hallado 2 días 9 horas antes que atrasaba $7^m 32^s.35$ respecto del tiempo real?

$$\begin{array}{rr} \Delta t = + & 7^m 32^s.35 \\ -2.375 \times 11.4 = - & 27\ .07 \\ \hline \Delta t = + & 7^m\ 5^s.28 \\ t = & 4\ 25\ 19\ .20 \\ \hline \text{Hora exacta.........} & 4^h 32^m 24^s.48 \end{array}$$

188.—El sol es casi el único de los astros que tiene disco y paralaje apreciables que se emplea para la determinación de la hora, y aun cuando su observación no ofrezca dificultad alguna, juzgo de la mayor importancia consignar aquí un nuevo método de observarlo, que se debe á Mr. Quetelet y que presenta grandes ventajas respecto del procedimiento común. Consiste en sacar un poco el tubo del ocular del telescopio hasta que comiencen á verse con vaguedad los hilos de su retícula. Entonces sucederá que dirigido el telescopio hacia el sol, y poniendo delante del ocular una hoja de papel ó de cartón, podrán verse en él tanto las imágenes de los hilos como la del astro. Por consiguiente, estando fijo el círculo en la graduación conveniente, se observarán con la mayor comodidad y exactitud los instantes en que los limbos del sol son tangentes á los hilos, para anotar las horas correspondientes del cronómetro. Esta manera de observar, á la vez que más fácil, tiene también la ventaja de que, amplificada así la imagen del astro, y dándole la intensidad que se quiera para que no fatigue la vista, permite apreciar los instantes de los contactos de los hilos con los bordes con más seguridad que por medio de la visión directa. Se comprende por supuesto que la retícula debe hallarse en el foco estelario del objetivo, lo mismo que en el método ordinario, pues de otra manera no podrían pintarse en el mismo plano las imágenes del sol y de los hilos.

El fundamento de este procedimiento proviene de que alejando el ocular de la retícular, en vez de formar una imagen virtual hacia adelante, la forma real hacia atrás. En consecuencia, sacando más ó menos el tubo del ocular, se puede acercar ó alejar el plano en que se pintan las imágenes, y el observador es dueño de elegir de esa manera la distancia que juzgue más á propósito para obtenerlas de la amplitud é intensidad convenientes, sin necesidad de la interposición de un helioscopio. En todos casos, es muy poco lo que debe sacarse el ocular.

Como los rayos directos del sol al caer sobre el cartón ó el papel molestarían la vista, y acaso impedirían ver con claridad las imágenes, debe ponerse cerca del ocular ó en el objetivo del telescopio un disco de cartón que los intercepte. De ese modo sólo se reciben en la hoja de papel los rayos que han pasado por el interior del telescopio y que son los que producen las imágenes.

CAPITULO VIII.

DETERMINACIÓN DE LA HORA.—MÉTODO DE ALTURAS IGUALES DE DOS ESTRELLAS.

189.—Las consecuencias que se deducen del análisis hecho al principio del Capítulo precedente, respecto de las mejores condiciones en que conviene observar un astro con el fin de hallar la hora, me condujeron á encontrar un procedimiento de observación, que reuniendo todas las indicaciones de aquel análisis, presentase, además, la ventaja de eliminar completamente del resultado las distancias zenitales medidas, y en consecuencia los errores que podrían afectarlas. Este procedimiento, ampliamente desarrollado, consta en las secciones I y II del primer Capítulo de mis *Nuevos Métodos Astronómicos*, y á esta obra puede ocurrir el lector en busca de más detalles; pues aquí sólo me limitaré á exponer su parte práctica.

Consiste el nuevo procedimiento en observar dos estrellas elegidas de manera que lleguen á la misma distancia zenital á horas poco diferentes, la una al Este y la otra al Oeste del meridiano, y en lo posible con un azimut considerable; en anotar las correspondientes indicaciones del cronómetro; y en servirse de éstas como únicos datos obtenidos por la observación, para determinar la corrección que necesiten.

Se comprende que no entrando como elemento en la resolución del problema la distancia zenital común á las dos estrellas, se evitan también todas las operaciones preliminares para la preparación de