CAPITULO V.

DISPOSICIÓN Y USO DE LAS EFEMÉRIDES.

152.—Las tablas astronómicas de los Almanaques náuticos, de *La Connaissance des temps*, del *Jahrbuch* de Berlin y de otras publicaciones de este género, suministran las coordenadas y otros elementos relativos al sol, á la luna, á los planetas y á las principales estrellas fijas, así como otros varios datos astronómicos con cuyo auxilio se facilitan las aplicaciones de la ciencia. Por lo regular esos libros se publican con anticipación de tres ó cuatro años respecto de aquel para el cual están calculados, de manera que el astrónomo puede hacer de antemano las predicciones de todos los fenómenos que tenga interés en observar.

Los elementos de las Efemérides se refieren á determinado meridiano. Los de los Almanaques inglés y americano están referidos al de Greenwich como primer meridiano, si bien el último suministra también la mayor parte de los datos con relación al de Washington. *La Connaissance des temps* se refiere al meridiano de Paris, el *Jahrbuch* al de Berlín, etc. Todos los elementos están calculados para ciertos intervalos de tiempo del meridiano principal, tanto más cortos, en general, cuanto más rápida es la variación de los mismos elementos.

La disposición y el orden que tienen las tablas de las obras mencionadas son muy semejantes, de suerte que haciendo una breve descripción de las del Almanaque americano, por ejemplo, será muy

fácil comprender las de cualquiera otra publicación de la misma especie. Esta obra presenta, además, ciertas ventajas dependientes de sus numerosos datos, que me inclinan á recomendarla de preferencia.

Ocupan las primeras páginas del Almanaque las tablas del sol y de la luna, las cuales están arregladas por meses. En la primera página de cada mes, al lado del día y de la fecha, constan por su orden la ascensión recta, la declinación y el semidiámetro del sol, así como el tiempo sideral que invierte el semidiámetro en pasar por el meridiano, y la ecuación del tiempo. Todos estos elementos están calculados para el instante del medio día verdadero de Greenwich, acompañados los dos primeros y el último de sus variaciones horarias, con el objeto de facilitar las interpolaciones para cualquier otro instante.

En la segunda página correspondiente á cada mes, constan igualmente la ascensión recta del centro del sol, su declinación y la ecuación del tiempo, con sus variaciones horarias, calculadas para el momento del medio día medio de Greenwich, y además para la misma hora la ascensión recta del sol medio, que ocupa la última columna de la página, con el título de "Tiempo sideral."

La tercera página de cada mes contiene el día del año, contado sin interrupción desde 1 hasta 365; y en seguida la longitud y la latitud del sol [1], así como el logaritmo de su distancia á la tierra, y la hora media que se cuenta al comenzar el día (sideral).

La página cuarta del mes contiene el semidiámetro geocéntrico y la paralaje horizontal ecuatorial de la luna, con sus diferencias ó variaciones horarias; y también la hora media del tránsito de su centro por el meridiano, así como la edad de la luna. Estos datos están calculados para el medio día medio de Greenwich, y los dos primeros también para la media noche, de manera que se tienen con intervalos de 12^h de tiempo medio.

[1] La longitud y la latitud astronómicas constituyen otro sistema de coordenadas, poco usado en las aplicaciones más usuales de la Astronomía. La latitud es la distancia angular de un astro á la eclíptica contada en un arco perpendicular á su plano; y la longitud es el arco de la eclíptica contado desde el punto equinoccial hasta el pie del que mide la latitud.

Las ocho páginas siguientes traen la ascensión recta y la declinación del centro de la luna, calculadas de hora en hora de tiempo medio de Greenwich para todos los días del mes; y presentan, además, sus diferencias por un minuto. Estas tablas terminan con las horas de las fases de la luna, y con las de su apogeo y su perigeo.

Las páginas restantes del mes están destinadas á las "Distancias lunares," las cuales expresan las distancias angulares del centro de la luna á los de varios planetas y estrellas principales, tales como las vería un observador colocado en el centro de la tierra. Estos datos, que sirven para la determinación de las longitudes geográficas, están calculados de tres en tres horas de tiempo medio de Greenwich.

A continuación de las tablas del sol y de la luna vienen las Efemérides de los principales planetas, en las que constan sus posiciones (ascensión recta y declinación), las horas de sus culminaciones, sus paralajes horizontales y sus semidiámetros, todo referido al tiempo medio de Greenwich.

El resto del Almanaque está referido á Washington como primer meridiano, y comienza con una Tabla en que constan la paralaje del sol, la oblicuidad de la eclíptica y otros diversos elementos relativos al mismo astro, calculados para cada diez días del año. Vienen en seguida varios datos referentes á las estrellas fijas, y las ascensiones rectas y declinaciones de unas 200 estrellas principales, calculadas para cada diez días en los momentos de sus respectivos tránsitos por el meridiano de Washington. Estas posiciones son las *aparentes*, quiere decir, ya afectadas por la precesión de los equinoccios, por la nutación del eje de la tierra y por la aberración de la luz, que son las tres causas que alteran ligeramente las ascensiones rectas y declinaciones *medias*. También en las posiciones aparentes se ha tomado ya en cuenta el pequeño movimiento propio de las estrellas, de suerte que el calculador sólo tiene que interpolarlas para el día en que las necesite, sin ocuparse en otra clase de correcciones. Las interpolaciones pueden hacerse casi á la simple vista, atendida la pequeñez de las variaciones, las cuales constan en las mismas tablas al lado de las coordenadas respectivas.

Después de las estrellas trae el Almanaque americano las Efemérides del sol para los medios días medio y verdadero del meridiano de Washington, las cuales son semejantes á las que se refieren al de Greenwich y que antes se han explicado. En seguida las de la luna, y por último, las de los planetas principales, referidas también al meridiano de Washington. Vienen después los elementos necesarios para la predicción de los eclipses del sol y de la luna que deben verificarse en el año; y también los referentes á las ocultaciones de estrellas por la luna que son visibles en algún lugar del globo. El Almanaque termina con las tablas del planeta Júpiter y sus satélites, en las que constan los eclipses de éstos y sus tránsitos sobre el disco del planeta. Lo restante del libro está destinado á la explicación de sus diversas partes, y presenta también algunas tablas auxiliares de más ó menos importancia.

153.—Los datos, según se ha visto, están calculados á intervalos de tiempo más ó menos cortos, en razón de la rapidez é irregularidad de sus variaciones; así, por ejemplo, todos los elementos del sol sólo constan para cada 24^h del meridiano principal; mientras que las coordenadas de la luna están dadas de hora en hora. Cuando las variaciones son sensiblemente uniformes, la interpolación se ejecuta con la mayor facilidad, pues toda la operación se reduce á aplicar al elemento de que se trate, una corrección proporcional al tiempo transcurrido desde la hora para la cual conste en la tabla. Supongamos, por ejemplo, que se desee calcular la declinación del sol á la hora media H' de Greenwich el día 30 de Noviembre de 1870. Se ve en el Almanaque que ese día la declinación á 0^h, ó á medio día medio, es $-21° 40' 42''.0$ y su variación horaria en el mismo instante, $v = -24''.27$; luego expresando á H' en horas y fracciones, se tendrá:

$$\delta = -21° 40' 42''.0 - H'v$$

En general, si es l' un elemento cualquiera á medio día, v su variación ó movimiento horario, y H' un número de horas contado desde aquel instante, su valor á la hora H', es: $l = l' + H'v$.

154.—El anterior procedimiento es en muchos casos suficientemente exacto; pero cuando se desea la mayor precisión posible, es preciso atender á los cambios que de un momento á otro sufre el valor de v, pues muchas veces no puede suponerse constante sin error. En efecto, el sentido en que deben tomarse los valores de v que constan en las tablas, es el de la velocidad ó variación que en esos instantes tendría el elemento l si continuase variando de una manera uniforme; pero como generalmente esta hipótesis deja de ser cierta en un espacio considerable de tiempo, conviene tomar en cuenta la variacion de velocidad de este modo. Si designamos por h el intervalo constante de tiempo que hay entre dos valores consecutivos v_1 y v_2 de la variación, y que es de 24^h respecto del sol, tendremos que $v_2 - v_1$ representa su irregularidad en h horas, y $\frac{v_2 - v_1}{h}$ en la unidad de tiempo. Siendo H' la hora para la cual se desea calcular el elemento l, calcularemos el valor de la variación en el instante medio $\frac{1}{2} H'$, y entonces será permitido suponer que es constante durante el tiempo H'. Adoptaremos, según esto:

$$\left.\begin{array}{l} v = v_1 + \dfrac{(v_2 - v_1)H'}{2h} \\ \text{y por consiguiente:} \\ l = l' + H'v \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(1)}$$

Por ejemplo, refiriéndonos al caso anterior del 30 de Noviembre de 1870, supongamos que se desea calcular la declinación para las 14^h de Greenwich. Tendríamos:

El día 30 de Nov....................	$v_1 = -24''.27$
El día 1º de Dic......................	$v_2 = -23\ .23$
	$v_2 - v_1 = +\ 1''.04$

$$v = -24''.37 + \frac{7 \times 1''.04}{24} = -23''.97$$

Este valor de v, que representa la variación media en las 14^h, da para la declinación:

$$\delta = -21°\,40'\,2''.0 - 23''.97 \times 14 = -21°\,46'\,17''.6$$

Si hubiéramos adoptado como constante el valor v del día 30, habría resultado un error de $4''$ próximamente.

155.—Este método de interpolación, tan sencillo como exacto, es aplicable á cualquier elemento que vaya acompañado de su variación en la unidad de tiempo; y lo único de que debe cuidarse es de expresar H' en la misma especie de unidades á que se refiera v, y elegir su valor de manera que represente una fracción del intervalo constante h. Por ejemplo, si se desea la posición de la luna para las $8^h\ 24^m\ 36^s$ de Greenwich, tenemos que como están dadas de hora en hora las Efemérides de ese astro, deberemos partir de su posición á las 8^h é interpolar por los $24^m\ 36^s$, que expresados en minutos son $24^m.6$. Este será el valor de H' que multiplicado por la variación v por minuto, calculada para el instante medio $12^m.3$, dará la corrección que debe sufrir el elemento que conste en las tablas para 8^h.

156.—He supuesto hasta ahora que el instante para el cual se desea obtener un elemento, expresa tiempo de Greenwich, ó sea del meridiano de las Efemérides; pero el caso más general es el de calcularlo para la hora H de otro meridiano cualquiera. Este caso, sin embargo, se reduce al anterior por medio de la diferencia de longitud. Siendo, en efecto, L la longitud geográfica del lugar respecto del meridiano de las Efemérides, expresada en tiempo, la hora que se cuenta en este en el mismo instante físico es: $H' = H + L$. Así, pues, por la simple adición de la longitud, tomada con su signo, se halla la hora contemporánea del meridiano principal, y en consecuencia, puede aplicarse el método que se ha explicado.

157.—Hay otro procedimiento para hacer las interpolaciones que es más general que el anterior, por no necesitar las variaciones en la unidad de tiempo. Llamemos y el valor de un elemento cualquiera, y x la cantidad de que depende, y que en las tablas astronómicas es el tiempo. El elemento y será, por consiguiente, una función de x, de la forma general:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \ldots\ldots\ldots$$

Supongamos ahora que se haya formado una tabla de valores de y, calculada para valores equidiferentes de x, tales como $x = -h$,

$x=0$, $x=+h$, $x=+2h$, etc., y propongámonos determinar con su ayuda los coeficientes indeterminados b, c, d, etc. Atribuyendo á x los valores expresados, los correspondientes de y serán:

$$\begin{aligned} y_{-1} &= a - bh + ch^2 - dh^3 \\ y_0 &= a \\ y_{+1} &= a + bh + ch^2 + dh^3 \\ y_{+2} &= a + 2bh + 4ch^2 + 8dh^3 \end{aligned}$$

Si cada uno de ellos se resta del que le sigue, se tendrá una serie de residuos, que llamaremos *diferencias primeras*, y que resultarán independientes de a, que es el valor de y cuando $x=0$. Restando de igual manera cada diferencia primera de la que le sigue, se obtiene la serie de *diferencias segundas*, en las cuales se ha eliminado el término bh. La misma operación dará las *diferencias terceras*, y así sucesivamente, de modo que las series son;

Difs. primeras.	Difs. segundas.	Difs. terceras.
$bh - ch^2 + dh^3$		
	$2ch$	
$bh + ch^2 + dh^3$		$6dh^3$
	$2ch^2 + 6dh^3$	
$bh + 3ch^2 + 7dh^3$		

Para determinar los coeficientes b, c, d, etc., en función de estas diferencias, supongamos que el valor de x que entra en la forma general, esté comprendido entre $x=0$ y $x=+h$. Entonces adoptaremos la diferencia primera que proviene de la substracción........... $y_{+1}-y_0$, y que es la segunda ó central en la serie anterior. Habiendo igual razón para tomar cualquiera de las dos diferencias segundas, haremos uso de su promedio; y designando por Δ_1, Δ_2 y Δ_3 respectivamente las diferencias primera, segunda y tercera adoptadas, tendremos las siguientes ecuaciones para la determinación de los coeficientes:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= bh + ch^2 + dh^3 \\ \Delta_2 &= 2ch^2 + 3dh^3 \\ \Delta_3 &= 6dh^3 \end{aligned}$$

La última da el valor de d, que sustituído en la segunda suminis-

tra el de c; y sustituyendo los dos en la primera, resulta el de b. Esos valores son:

$$b = \frac{\Delta_1 - \frac{1}{2}\Delta_2 + \frac{1}{12}\Delta_3}{h}$$

$$c = \frac{\frac{1}{2}\Delta_2 - \frac{1}{4}\Delta_3}{h^2}$$

$$d = \frac{\frac{1}{6}\Delta^3}{h^3}$$

Introduciendo ahora estos coeficientes en la expresión general de y, y haciendo para abreviar:

$$\left.\begin{aligned} t &= \frac{x}{h} \\ A &= \Delta_1 - \frac{1}{2}\Delta_2 + \frac{1}{12}\Delta_3 \\ B &= \frac{1}{2}\Delta^2 - \frac{1}{4}\Delta_3 \\ C &= \frac{1}{6}\Delta_3 \\ &\text{el valor del elemento será:} \\ y &= a + At + Bt^2 + Ct^3 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Al aplicar estas fórmulas es preciso seguir el mismo procedimiento que al desarrollarlas, esto es: tomar cuatro de los elementos de las Efemérides, elegidos de tal manera que el que se busca esté comprendido entre el segundo y el tercero. Calculemos el siguiente ejemplo: supongamos que se quiera saber cuál fué la ascensión recta del limbo visible ó iluminado de la luna el 19 de Noviembre de 1858, al pasar este astro por el meridiano de un lugar cuya longitud es $L = 6^h\ 36^m\ 43^s$ al Oeste de Greenwich.

El Almanaque náutico inglés trae las ascensiones rectas del borde visible de la luna en los instantes de sus tránsitos superior é inferior por el meridiano de Greenwich, quiere decir, para intervalos de

12^h de longitud. Como el tránsito de que se trata debió verificarse entre el superior y el inferior de Greenwich el 19 de Noviembre, tomaremos los datos siguientes:

		Dif. prim.	Dif. seg.	Dif. terc.
Nov. 18.—Paso inf...	$1^h\,59^m\,39^s.38$			
		$29^m\,13^s.17$		
„ 19.—Paso sup.. $a=$	$2\ \ 28\ \ 52.55$		$1^m\,24^s.88$	
		$30\ \ 38.05$		$0^s.39$
„ 19.—Paso inf...	$2\ \ 59\ \ 30.60$		$1\ \ 25.27$	
		$32\ \ \ 3.32$		
„ 20.—Paso sup..	$3\ \ 31\ \ 33.92$			

En este caso t será igual á

$$\frac{L}{h}=\frac{6^h\,36^m.7}{12^h}=\frac{6^h.612}{12^h}=0.551$$

y de acuerdo con las fórmulas tendremos:

$$\varDelta_1=1838^s.05 \qquad \varDelta_2=85^s.07 \qquad \varDelta_3=0^s.39$$

por lo cual los coeficientes serán:

$$A=1795^s.54 \qquad B=42^s.44 \qquad C=0^s.06$$

A.........	3.2541951	B.........	1.62778	C.........	8.7781
t.........	9.7411516	t^2.........	9.48230	t^3.........	9.2235
	2.9953467		1.11008		8.0016

$$\begin{aligned} At &= \ 989^s.34 \\ Bt^2 &= \ \ 12.88 \\ Ct^3 &= \ \ \ 0.01 \\ \hline y-a &= 1002^s.23 = 16^m\,42^s.23 \\ a &= \qquad\qquad\ \ 2\ \ 28\ \ 52.55 \\ \hline y &= 2^h\,45^m\,34^s.78 \end{aligned}$$

En el ejemplo anterior todas las diferencias resultan positivas; pero muchas veces no es así, y es preciso el mayor cuidado con los signos, no olvidando que invariablemente debe restarse cada cantidad de la que le sigue, dando á las restas ó diferencias sucesivas el signo que les corresponde según las reglas del álgebra.

158.—Cuando no son considerables los intervalos h, ó cuando no son muy irregulares las variaciones de los elementos, las diferencias segundas resultan sensiblemente iguales, y entonces pueden suponerse nulas las terceras. Con esta modificación las fórmulas serán:

$$\left.\begin{aligned} t&=\frac{x}{h} \\ A&=\varDelta_1-\frac{1}{2}\varDelta_2 \\ B&=\ \ \ \ \ \frac{1}{2}\varDelta_2 \\ y&=a+At+Bt^2 \end{aligned}\right\}\text{..............................} \quad (3)$$

en las que $\varDelta_2$ representa siempre el promedio de las dos diferencias segundas.

Calculemos de esta manera el ejemplo del número 154, tomando las declinaciones del sol para los días 29 y 30 de Noviembre y 1 y 2 de Diciembre de 1870.

Nov. 29...	$-21°30'47''.1$			
		$-9'54''.9$		
„ 30... $a=$	$-21\ \ 40\ \ 42.0$		$+24''.9$	
		$-9\ \ 30.0$		$t=\frac{14^h}{24^h}=0.58333$
Dic. 1...	$-21\ \ 50\ \ 12.0$		$+25.2$	
		$-9\ \ \ 4.8$		
„ 2...	$-21\ \ 59\ \ 16.8$			

$$A=-570''.0-12''.5=-582''.5 \qquad B=+12''.5$$

A.........	2.76530—	B.........	1.0969	$At=-$	$5'\,39''.8$
t.........	9.76591	t^2.........	9.5318	$Bt^2=+$	4.2
	2.53121—		0.6287	$y-a=$	$5'\,35''.6$
				$a=$	$-21\ \ 40\ \ 42.0$
				$y=$	$-21°\,46'\,17''.6$

Este método de interpolación se usa mucho, especialmente para calcular la posición de la luna por medio de las Efemérides horarias de este astro. Presentaré los ejemplos siguientes para ejercicio del lector. Dada la posición de la luna á las horas de Greenwich que van á continuación, ¿cuál será la que tenga á $4^h\ 5^m\ 31^s.4$, tiempo medio de México, siendo $L = 6^h\ 36^m\ 28^s.6$ la longitud de esta ciudad?

	ASCENSIÓN RECTA.	DECLINACIÓN.
A 9^h	$23^h\ 16^m\ 37^s.76$	$-9°\ 22'\ 28''.2$
„ 10	23 18 36 .34	−9 11 31 .8
„ 11	23 20 34 .71	−9 00 33 .4
„ 12	23 22 32 .89	−8 49 33 .1

Resolución.—Se tendrá: $t = 0.7$, y

$$a = 23^h\ 19^m\ 59^s.22 \qquad \delta = -9°\ 3'\ 51''.1$$

159.—La última de las ecuaciones (3) puede aplicarse á la determinación de la hora á la cual un astro tiene una posición dada (véase el número 127). En tal caso y representa ese elemento conocido; las Efemérides suministran los coeficientes A y B en función de las diferencias primeras y segundas; y sólo queda por incógnita la cantidad $t = \frac{x}{h}$. Siendo necesariamente t una fracción del intervalo constante h, puede resolverse la ecuación por aproximaciones sucesivas. Se tiene desde luego:

$$t = \frac{y - a}{A} - \frac{B}{A}\, t$$

é introduciendo en el segundo término el valor aproximativo......... $t = \frac{y - a}{A}$, resulta:

$$t = \frac{y - a}{A} - \frac{B}{A}\left(\frac{y - a}{A}\right)^2; \qquad (4)$$

Ejemplo.—Dadas las ascensiones rectas horarias que se han empleado en la aplicación precedente, supongamos que se desee saber á qué hora de Greenwich tiene la luna $23^h\ 19^m\ 59^s.22$ por ascensión recta.

Las diferencias son $\Delta_1 = 118^s.37$ y $\Delta_2 = -0^s.20$; por consiguienthe ,allaremos $A = 118^s 47$, $B = -0^s.10$; y tomando por a la ascensión recta á 10^h se tiene:

$$y = 23^h\ 19^m\ 59^s.22$$
$$a = 23\ 18\ 36\ .34$$

$$y - a = +\ 1^m\ 22^s.88 = +82.88 \ldots\ldots \quad 1.9184497 \qquad B \ldots\ldots\ 9.0000-$$
$$A \ldots\ldots -2.0736084 \ldots\ldots\ldots\ldots -2.0736$$
$$9.8448413 \ldots\ldots \text{cuad} \ldots\ 9.6897$$
$$6.6161-$$
$$+0.69959 \ldots\ldots\ldots -0.00041$$

De aquí resulta $t = +0.69959 + 0.00041 = +0.70000$. Como en esas tablas de la luna el intervalo h es de 1^h ó de 3600^s, tendremos $x = 0.7 \times 3600^s = 2520^s = 42^m\ 00^s$; y por tanto la hora que se busca es $H' = 10^h\ 42^m\ 00^s$ de Greenwich; ó bien $H = 4^h\ 5^m\ 31^s.4$ de México.

Por el mismo método puede hacerse la predicción de las fases de la luna, puesto que este problema se reduce á determinar las horas en que el sol y la luna difieren en ascensión recta 0^h, 6^h, 12^h ó 18^h, que corresponden respectivamente á la neomenia, al cuarto creciente, al plenilunio y al cuarto menguante. Calculemos por ejemplo, la oposición en ascensión recta de Diciembre de 1870. La simple inspección de las posiciones del sol y de la luna da á conocer que el plenilunio se verificará el día 7 de Diciembre entre las 14^h y las 15^h de Greenwich; por consiguiente, calculemos las ascensiones rectas del sol y tomemos las de la luna para las horas siguientes:

	Ascensiones rectas del sol.	Ascensiones rectas de la luna.	Diferencias.
A 13^h	$16^h\ 58^m\ 15^s.39$	$4^h\ 56^m\ 4^s.21$	$11^h\ 57^m\ 48^s.82$
„ 14	16 58 26 .33	4 58 9 .68	11 59 43 .35
„ 15	16 58 37 .27	5 00 15 .35	12 1 38 .08
„ 16	16 58 48 .21	5 2 21 .21	12 3 33 .00

La columna de las diferencias se ha formado restando las del sol de las ascensiones rectas de la luna después de aumentarles 24^h; y para hallar el momento en que esa diferencia es exactamente de 12^h, haremos la interpolación con los datos:

$$y - a = 16^s.65 \qquad A = +114^s.63 \qquad B = +0^s.10$$

Del cálculo resulta $t = 0^h.1452 = 8^m 43^s$, y así el plenilunio se verificará á las $14^h 8^m 43^s$ de Greenwich, ó á las $7^h 30^m 15^s$ de México próximamente.

160.—Todos estos problemas se resuelven acaso con más facilidad por medio de los movimientos ó variaciones horarias, que constan en las tablas ó que se calculan fácilmente de este modo. Diferenciando la última fórmula (3) respecto de t, se halla:

$$\frac{dy}{dt} = A + 2Bt$$

ecuación que expresa la variación de la coordenada y respecto de la del tiempo á la hora t. Por consiguiente, haciendo á $dx = 1^h$, y atendiendo á que $dt = \frac{dx}{h}$, resulta para el valor del movimiento horario:

$$v = \frac{dy}{dx} = \frac{A + 2Bt}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Ejemplo.—Con los datos $A = -582''.5$ y $B = +12''.5$ del número 158, calculemos el movimiento horario del sol en declinación el día 30 de Noviembre á 7^h de Greenwich. Se tendrá: $t = \frac{7}{24} = 0.29$.

$$\begin{array}{r} A = -582''.5 \\ 2Bt = +7''.2 \\ \hline -575''.3 \end{array} \qquad v = -\frac{575''.3}{24} = -23''.97$$

resultado idéntico al del número 154.

Para las Efemérides de la luna, se tiene $h = 1^h$, y así sustituyendo los valores (3) de A y B, resulta:

$$v = \Delta_1 + \left(t - \frac{1}{2}\right)\Delta_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Notemos que cuando t es igual á $\frac{1}{2}$, se obtiene $v = \Delta_1$, lo cual indica que las diferencias primeras pueden considerarse como las variaciones horarias, correspondientes á la mitad del intervalo que hay entre las horas de dos coordenadas consecutivas.

Con ayuda del movimiento horario es muy fácil determinar la hora en que un astro adquiere una posición dada. Sea, en efecto, l este elemento, y l' el que más se aproxima á l en las Efemérides del astro. Si designamos por H' la hora correspondiente á l' y por H la que se busca, tendremos, siendo v la variación horaria.............. $v : 3600^s :: l - l' : H - H'$, de donde resulta:

$$H = H' + \frac{3600^s}{v}(l - l') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Para mayor exactitud debe calcularse el valor de v para el instante medio $\frac{1}{2}(H + H')$, determinando primero el valor aproximativo de H por el mismo método. Repitiendo el primer ejemplo del número 159, calculemos la hora de Greenwich en que la luna tiene $23^h 19^m 59^s.22$ de ascensión recta, tomando los datos que constan al fin del número 158. Por ellos vemos que la ascensión recta que más se aproxima á la anterior es la correspondiente á $H' = 11^h$, que es $23^h 20^m 34^s 71$, de modo que se tiene: $l - l' = -35^s.49$. Para determinar el valor aproximativo de H hagamos uso de la diferencia primera $118^s.37$ en vez de v, y se hallará en horas:

$$H - H' = -\frac{35.5}{118.4} = -0^h.3$$

Así, pues, tomaremos $H = 10^h.7$. En consecuencia, el instante medio vendrá á ser $10^h.85$, y calcularemos el valor de v por la fórmula (6) tomando $t = 0.85$.

$$\begin{array}{r} \Delta_1 = 118^s.37 \\ -0.2 \times 0.35 = -0\ .07 \\ \hline v = 118^s.30 \end{array}$$

y entonces la ecuación (7) dará:

$$H = 11^h - \frac{3600^s \times 35^s 49}{118.30} = 11^h - 18^m 00^s = 10^h 42^m 00^s$$

que es precisamente el resultado que se obtuvo por la fórmula (4)