CAPITULO IV.

DE LA PARALAJE Y SUS EFECTOS.

139.—El fenómeno de la refracción, de que me he ocupado en el Capítulo anterior, no es la única causa de alteración en las posiciones de algunos astros sobre la esfera celeste, sino que hay otra que afecta las posiciones de aquellos cuya distancia á la tierra son comparativamente pequeñas, ó si se quiere, de aquellos respecto de cuyas distancias son apreciables las dimensiones de la tierra.

Supongamos para mayor claridad que dos observadores, situados en distintos lugares del globo, dirijan simultáneamente sus visuales á un mismo astro. Las dos líneas formarán en el centro del astro cierto ángulo cuyo valor dependerá tanto de la distancia que separa á los dos observadores, cuanto de la del astro al centro de la tierra. Para la inmensa mayoría de los cuerpos celestes este ángulo, llamado *paralaje*, es rigurosamente nulo; porque sus distancias son tales, que las dimensiones de nuestro planeta desaparecen ante la magnitud de aquellas, y son paralelas las visuales que se les dirigen desde cualquier punto de la tierra. No sucede lo mismo respecto del sol, de los planetas, y sobre todo, de la luna, en atención á que sus distancias al centro del globo, aunque muy considerables, no pueden suponerse infinitas relativamente al radio terrestre. Según esto, desde dos ó más lugares en que se observe alguno de estos astros en un mismo instante físico, no se le verá ocupar la misma posición en la esfera celeste, puesto que cada observador lo referirá á la dirección

de su visual, y, por consiguiente, lo verá proyectado en el punto en que ésta encuentra á la esfera. De aquí proviene la necesidad de referir todas las posiciones á un punto único, que es el centro de la tierra; de modo que las coordenadas que constan en las Efemérides son *geocéntricas*, ó tales como las vería un observador colocado en el centro del globo. Por la misma razón todas nuestras observaciones, practicadas en la superficie de la tierra, deben reducirse á su centro, pues de otra manera no podrían ser comparables, y para esta reducción es necesario el conocimiento de la paralaje.

Sea O (fig. 40ª) la estación que ocupa el observador en la superficie, y C el centro de la tierra. Al observar el astro L, lo verá el observador en la dirección $O\,L$, mientras que desde C se vería en la $C\,L$. El ángulo $O\,L\,C$ será, pues, la paralaje que mide la diferencia de direcciones en que se ve el astro desde O y desde C. Según esto, definiremos la paralaje de un astro diciendo que es el ángulo $O\,L\,C$ bajo el cual se vería, desde su centro L, el radio $C\,O$ del observador O.

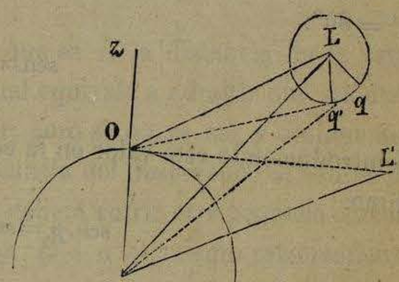

FIG. 40A

A medida que el astro se aproxime al zenit Z, disminuirá el efecto de la paralaje, y será nulo en el mismo punto Z. Por el contrario, al acercarse al horizonte irá creciendo, y llegará á su *máximum* cuando el astro se encuentre en L', sobre el horizonte del observador. Por estas explicaciones se comprende que el efecto de la paralaje se ejerce en el plano vertical que pasa por el astro, y produce un aumento en la distancia zenital $Z\,O\,L$, llamada aparente, respecto de la verdadera ó geocéntrica $Z\,C\,L$. Por esta razón el ángulo $O\,L\,C$ se denomina generalmente paralaje de distancia zenital, ó bien paralaje de altura.

140.—Si designamos por z' la distancia zenital aparente $Z\,O\,L$ después de corregida por la refracción, por z la geocéntrica $Z\,C\,L$

y por p la paralaje de distancia zenital OLC, el triángulo dará: $z = z' - p$. Para calcular el valor de p que corresponde á cualquier valor de z', llamemos R el radio OC de la tierra y Δ la distancia actual CL del astro al centro del globo. El triángulo OCL suministra la relación:

$$\text{sen.}\, p = \frac{R}{\Delta} \text{sen.}\, z'$$

En lugar de hallar el valor de p por esta fórmula, es preferible eliminar la distancia Δ de este modo: Llamando π la paralaje *horizontal*, que tendría lugar cuando el astro, sin variar de distancia al centro de la tierra, se hallase en L', tendremos, puesto que en tal caso $z' = 90°$:

$$\text{sen.}\, \pi = \frac{R}{\Delta}$$

é introduciendo este valor en la ecuación precedente se halla por último:

$$\text{sen.}\, p = \text{sen.}\, \pi\, \text{sen.}\, z' \quad \text{.........................} \quad (1)$$

Las Efemérides proporcionan directamente el valor de la paralaje horizontal para un punto cualquiera del ecuador terrestre, quiere decir, para cualquiera estación de la superficie de la tierra cuya distancia al centro sea igual al radio a del ecuador; y de este elemento, llamado paralaje horizontal *ecuatorial*, es fácil deducir el que corresponde á otro punto que tenga R por radio. Designando, en efecto, por π_0 el dato de las Efemérides, tendremos las ecuaciones:

$$\text{sen.}\, \pi_0 = \frac{a}{\Delta} \qquad \text{sen.}\, \pi = \frac{R}{\Delta}$$

por cuya combinación se obtiene:

$$\frac{\text{sen.}\, \pi}{\text{sen.}\, \pi_0} = \frac{R}{a} = (1 - e^2 \text{sen.}^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}$$

Como las dos paralajes siempre difieren muy poco y no son considerables, la relación de sus senos es sensiblemente la misma que

la de los arcos; y, en consecuencia, podemos sustituir esta última, á fin de obtener la reducción de la paralaje ecuatorial á la que conviene á la latitud φ. Desarrollando el binomio hasta el término en e^2, resultará, pues:

$$\frac{\pi}{\pi_0} = 1 - \frac{1}{2} e^2 \text{sen.}^2 \varphi$$

y de aquí se obtiene:

$$\pi = \pi_0 - \frac{1}{2} \pi_0 e^2 \text{sen.}^2 \varphi$$

De esta manera por la substracción de la pequeña cantidad........ $\frac{1}{2} \pi_0 e^2 \text{sen.}^2 \varphi$ se reduce la paralaje ecuatorial al horizonte de otro lugar que tenga φ por latitud.

141.—He supuesto hasta ahora que es R la distancia de la estación O al centro de la tierra, lo cual equivale á admitir que sea nula su elevación sobre el nivel del mar; pero si no es así, y designamos por n la altura, es claro que la distancia del observador al centro de la tierra será $R + n$, y la paralaje deberá sufrir otra pequeña corrección por n.(1) Reproduciendo con $R + n$ el mismo razonamiento que se ha hecho con R, las ecuaciones para determinar el valor de π serán:

$$\text{sen.}\, \pi_0 = \frac{a}{\Delta} \qquad \text{sen.}\, \pi = \frac{R+n}{\Delta}$$

de las que se obtendrá como antes:

$$\pi = \pi_0 - \frac{1}{2} \pi_0 e^2 \text{sen.}^2 \varphi + \pi_0 \frac{n}{a} \quad \text{..................} \quad (2)$$

La luna es el único astro cuya paralaje es bastante grande para que sea preciso hacer estas pequeñas correcciones por latitud y altura sobre el nivel del mar, pues su valor medio es $\pi_0 = 57'$, variando

(1) En ninguna obra de astronomía he visto que se tome en cuenta esta corrección pero no creo que deba omitirse cuando se trate de observaciones exactas, especialmente en nuestro país, á causa de la considerable elevación de la mayor parte de su territorio.

entre 53′ 30″ y 60′ 30″ próximamente, según que aumenta ó disminuye su distancia á la tierra. Para el sol que sólo tiene 8″.9 por paralaje horizontal, y para los planetas, se omiten esas correcciones por no tener valor apreciable; y la paralaje de distancia zenital se calcula por la fórmula siguiente, que proviene de la (1) tomando los pequeños arcos en segundos por sus senos.

$$p = \pi \operatorname{sen.} z'$$

Las Tablas que van á continuación contienen las dos pequeñas correcciones por latitud y altura, relativas á la paralaje de la luna. La primera, que da la corrección substractiva, tiene por argumentos π_0 y φ; la segunda, que da la corrección aditiva, tiene la altura n sobre el nivel del mar, expresada en metros, y la paralaje ecuatorial por argumentos.

Ejemplo.—En un lugar cuya latitud es de 26° y cuya altura sobre el nivel del mar se estima en 2250^m, se obtuvo 60° 27′ 35″.0 por distancia zenital aparente del centro de la luna. ¿Cuál será su distancia zenital geocéntrica sabiendo que en el instante de la observación la paralaje horizontal ecuatorial era de 59′ 43″.1?

	$\pi_0 = 59' 43''.1$	sen. π.......	8.2396786	
Correc. por φ.....	-2.3	sen. z'......	9.9395239	$z' = 60° 27' 35''.0$
Correc. por n......	$+1.2$	sen. p......	8.1792025.........	$p = -\ 51\ 56.34$
	$\pi = 59' 42''.0$			$z = 59° 35' 38''.7$

El cálculo de la ecuación (1) demanda, en general, logaritmos de siete cifras decimales; pero es fácil darle una forma más conveniente para obtener en segundos el valor de p con logaritmos de cinco cifras. Para esto se tiene que el arco en función del seno, es........... $p = \operatorname{sen.} p + \frac{1}{6} \operatorname{sen.}^3 p$. Sustituyendo en esta fórmula el valor (1) de sen. p, y tomando el arco por el seno en el término sen.^{3} p, resulta:

$$p = \operatorname{sen.} \pi \operatorname{sen.} z' + \frac{1}{6} \pi^3 \operatorname{sen.}^3 z'$$

Corrección de la paralaje de la luna por la latitud del observador. $\frac{1}{2}\pi_0 e^2 \operatorname{sen.}^2 \varphi$			
Latitud.	53′	57′	61′
14°	0″.6	0″.7	0″.7
16	0 .8	0 .9	0 .9
18	1 .0	1 .1	1 .2
20	1 .2	1 .3	1 .4
22	1 .5	1 .6	1 .7
24	1 .8	1 .9	2 .0
26	2 .0	2 .2	2 .4
28	2 .3	2 .5	2 .7
30	2 .7	2 .9	3 .1
32	3 .0	3 .2	3 .4
34	3 .3	3 .6	3 .8

Corrección de la paralaje de la luna por la altura de la estación sobre el nivel del mar. $\pi_0 \frac{n}{a}$			
Altura.	53′	57′	61′
500^m	0″.2	0″.3	0″.3
1000	0 .5	0 .5	0 .6
1500	0 .7	0 .8	0 .9
2000	1 .0	1 .1	1 .1
2500	1 .2	1 .3	1 .4
3000	1 .5	1 .6	1 .7
3500	1 .7	1 .9	2 .0
4000	2 .0	2 .1	2 .3
4500	2 .2	2 .4	2 .6
5000	2 .5	2 .7	2 .9

Se sabe, además, que $\operatorname{sen.} \pi = \pi - \frac{1}{6}\pi^3$......, por lo cual sustituyendo en la serie anterior, reduciendo y expresando en segundos los arcos π y p, se tendrá en último resultado:

$$p = \pi \operatorname{sen.} z' - (8.5930)\, \pi^3 \operatorname{sen.} z' \cos.^2 z' \quad\text{.................. (3)}$$

La cantidad numérica que está dentro del paréntesis es el logaritmo constante de $\frac{1}{6} \operatorname{sen.}^2 1''$. Apliquemos esta fórmula al ejemplo precedente, tomando $\pi = 3582''.0$

π.......	3.55413	Const.	8.5930	Primer término....	51′ 56″.40
sen. z'.......	9.93952	cos.$^2 z'$.......	9.3858	Segundo „	$-$ 0 .04
	3.49365	....	3.4936	$p =$	51′ 56″.36
		π^2............	7.1082		
	3116″.4		8.5806		

Por esta aplicación se ve que, aun para la luna, bastará casi siempre calcular el efecto de la paralaje por la fórmula más sencilla...... $p = \pi \operatorname{sen.} z'$.

142.—Hasta ahora se ha supuesto conocida la distancia zenital aparente, puesto que el valor de p se ha calculado en función de z'. Este dato es, en efecto, el que se obtiene por la observación directa; pero á veces hay necesidad de calcular la distancia zenital aparente para compararla, por ejemplo, con la que suministra la observación, y entonces, sirviéndose de la posición geocéntrica de la luna, se halla por el cálculo la distancia zenital verdadera z, ó tal como se observaría desde el centro de la tierra, y es preciso determinar el valor de p en función de este elemento. A este fin, sustituyamos por z' su valor $z+p$ en la ecuación (1) y desarrollemos para encontrar:

$$\text{sen.}\,p = \text{sen.}\,\pi(\text{sen.}\,z \cos.\,p + \cos.\,z\,\text{sen.}\,p)$$

Dividiendo por $\cos.\,p$ y despejando, se hallará:

$$\tan.\,p = \frac{\text{sen.}\,\pi\,\text{sen.}\,z}{1-\text{sen.}\,\pi\,\cos.\,z} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Esta fórmula se reduce fácilmente á serie muy convergente elevando el denominador al numerador, á saber:

$$\tan.\,p = \text{sen.}\,\pi\,\text{sen.}\,z(1+\text{sen.}\,\pi\cos.\,z+\ldots\ldots\ldots)$$

y puesto que $\text{sen.}\,2z = 2\,\text{sen.}\,z\cos.\,z$, tendremos, tomando los pequeños arcos p y π en segundos por sus líneas trigonométricas, y calculando el logaritmo de $\frac{1}{2}\,\text{sen.}\,1''$.

$$p = \pi\,\text{sen.}\,z + (4.3845)\,\pi^2\,\text{sen.}\,2z \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Ejemplo.—Si la distancia zenital geocéntrica de la luna es de...... 59° 35′ 38″.7 cuando la paralaje horizontal corregida es 59′ 42″.0, ¿cuál será su distancia zenital aparente?

π...... 3.55413	Const. 4.3845	Primer término.... 51′ 29″.3
sen. z...... 9.93573	π^2......... 7.1082	Segundo „ .... + 27 .1
3.48986	sen. $2z$......... 9.9410	π = 51′ 56″.4
	1.4337	z = 59 35 38 .7
3089″.3		z' = 60°27′ 35″.1

143.—La mayor parte de los astros no se presentan á la vista sino como puntos luminosos, aun valiéndose de los más poderosos telescopios; pero el sol, la luna y los planetas ofrecen un disco considerable, que es preciso tomar en cuenta. No siendo directamente observables los centros de esos astros, lo que se observa es alguno de sus bordes, y se reducen después las observaciones al centro sirviéndose del *semidiámetro*, que es el ángulo $L\,C\,q$ (figura 40ª) bajo el cual se vería desde el centro de la tierra el radio $L\,q$ de un astro. La corrección de las distancias zenitales por el semidiámetro será aditiva ó substractiva, según que se haya observado el borde superior ó el inferior del astro.

El valor del semidiámetro de un astro se obtiene fácilmente conociendo su paralaje horizontal ecuatorial y la relación de su radio con el de la tierra. Se ha visto, en efecto, que la paralaje tiene por expresión: $\text{sen.}\,\pi_0 = \frac{a}{\Delta}$, y, por otra parte, llamando s el semidiámetro, y r el radio lineal $L\,q$ del astro, el triángulo rectángulo $L\,C\,q$ da: $\text{sen.}\,s = \frac{r}{\Delta}$. Eliminando á Δ entre estas dos ecuaciones, y tomando los pequeños arcos s y π_0 por sus senos, se halla:

$$s = \frac{r}{a}\pi_0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Para la luna la relación $\frac{r}{a}$ es de 0.273, de manera que se tiene para cualquier valor de la paralaje: $s = 0.273\,\pi_0$. De este modo están calculados los semidiámetros que constan en las Efemérides.

144.—El semidiámetro geocéntrico $s = L\,C\,q$ de la luna no tiene, sin embargo, exactamente el mismo valor que el aparente $s' = L\,O\,q'$ tal como se ve desde la superficie de la tierra, á causa de la desigualdad de las distancias $L\,C$ y $L\,O$. Designando por Δ' esta última distancia, tendremos, por los triángulos rectángulos $L\,C\,q$ y $L\,O\,q'$:

$$r = \Delta\,\text{sen.}\,s \qquad r = \Delta'\,\text{sen.}\,s'$$

de donde resulta la siguiente relación, tomando los arcos por los senos:

$$s' = \frac{\Delta}{\Delta'}\,s$$

y como el triángulo $O\,C\,L$ da:

$$\frac{\Delta'}{\Delta}=\frac{\text{sen.}\,z'}{\text{sen.}\,z},$$

se hallará:

$$s'=s\,\frac{\text{sen.}\,z'}{\text{sen.}\,z}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(7)$$

Esta fórmula permitiría calcular el semidiámetro aparente s' si se conociesen las distancias zenitales verdadera y aparente; mas como la observación sólo suministra directamente esta última, transformemos la expresión anterior eliminando á z. Más bien que el valor de s', conviene calcular el aumento $s'-s$ que debe hacerse al semidiámetro geocéntrico s para obtener el aparente s'. Con este objeto notemos que la relación $\frac{\text{sen.}\,z'}{\text{sen.}\,z}$ siempre difiere muy poco de la unidad, y haciendo:

$$\frac{\text{sen.}\,z'}{\text{sen.}\,z}=1+u$$

se tendrá: $s'=s(1+u)$, ó bien:

$$s'-s=s\,u$$

En cuanto al valor de u, será:

$$u=\frac{\text{sen.}\,z'-\text{sen.}\,z}{\text{sen.}\,z},$$

y transformando el numerador, teniendo presente que $z'-z=p$, resulta sin dificultad:

$$u=\frac{2\,\text{sen.}\,\frac{1}{2}p\cos.(z'-\frac{1}{2}p)}{\text{sen.}\,z'\cos.p-\cos.z'\,\text{sen.}\,p}=\frac{\text{sen.}\,p\cos.z'+2\,\text{sen.}^2\frac{1}{2}p\,\text{sen.}\,z'}{\text{sen.}\,z'\cos.p-\cos.z'\,\text{sen.}\,p}$$

Si se sustituye el valor (1) de sen. p, obtendremos después de abreviar:

$$u=\frac{\text{sen.}\,\pi\cos.z'+2\,\text{sen.}^2\frac{1}{2}p}{\cos.p-\text{sen.}\,\pi\cos.z'}$$

Como el valor de u es muy pequeño, no hay inconveniente en tomar los arcos en segundos por los senos y la unidad por cos. p, omitiendo la segunda potencia de sen. $\frac{1}{2}p$, para obtener:

$$u=\frac{\pi\cos.z'\,\text{sen.}\,1''}{1-\pi\cos.z'\,\text{sen.}\,1''}$$

Representando ahora por k la relación constante $\frac{s}{\pi}=0.273$, tendremos:

$$\pi=\frac{s}{k},$$

y por consiguiente:

$$u=\frac{\frac{s}{k}\cos.z'\,\text{sen.}\,1''}{1-\frac{s}{k}\cos.z'\,\text{sen.}\,1''}=\frac{s}{k}\cos.z'\,\text{sen.}\,1''\left(1-\frac{s}{k}\cos.z'\,\text{sen.}\,1''\right)^{-1}$$

Desarrollando el binomio hasta la primera potencia, resulta por último:

$$u=\frac{s}{k}\cos.z'\,\text{sen.}\,1''+\frac{s^2}{k^2}\cos.^2z'\,\text{sen.}^2 1''$$

con lo cual el aumento del semidiámetro será:

$$s'-s=Ms^2\cos.z'+M^2s^3\cos.^2z'\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(8)$$

expresión en la que M representa la constante $\frac{\text{sen.}\,1''}{k}$, y se tiene:

$$\log.\,M=5.24941.$$

Esta fórmula puede reducirse á Tabla para tomar á la vista con los argumentos, distancia zenital aparente y semidiámetro geocéntrico, el aumento $s'-s$ que corresponde á este último. La Tabla que va á continuación está calculada por una fórmula de Mr. Francœur análoga á la anterior. Es claro que el aumento del semidiámetro sólo es sensible para la luna, á causa del valor considerable de su paralaje.

Ejemplo.—Sean $z' = 39°$ y $s = 16' 30'' = 990''$ los datos para calcular el semidiámetro aparente ó aumentado.

M.........	5.24941	M^2.........	0.4988
s^2.........	5.99127	s^3.........	8.9869
cos. z'.........	9.89050	cos.^{2} z'.........	9.7810
	1.13118		9.2667
	13''.53		0''.18

El aumento será de 13''.7, y en consecuencia el semidiámetro aparente, $s' = 16' 43''.7$.

145.—Reasumiendo lo que se ha expuesto en este y en el Capítulo anterior, vemos que cuando se observa uno de los bordes ó limbos de un astro con el fin de medir la distancia zenital verdadera de su centro, hay que hacer tres correcciones á la indicación del instrumento, y son la de refracción, la de paralaje y la de semidiámetro aparente. Si, pues, designamos por z' el ángulo que da el instrumento cuando el hilo horizontal de su telescopio es tangente á uno de los bordes del astro, y además representamos como hasta aquí, por r la refracción, por p la paralaje de distancia zenital y por s' el semidiámetro aumentado, tendremos que, en general, la distancia zenital verdadera del centro, tiene por expresión:

$$z = z' + r - p \pm s' \text{ .... } (9)$$

tomando para s' el signo $\{\pm\}$ cuando se observe el borde $\left\{\begin{matrix}\text{superior.}\\ \text{inferior.}\end{matrix}\right\}$ Tratándose de una estrella fija, p y s son nulos, y se tiene simplemente: $z = z' + r$.

Aunque el orden de estas correcciones es casi indiferente á causa de lo poco que varían sus valores por un cambio considerable de la distancia zenital, el método más razonable es el de corregir en primer lugar por la refracción, que afecta al borde directamente observado. En seguida, con los argumentos s y $z' + r \pm s$ se toma de la Tabla el aumento del semidiámetro; y por último, con $z' + r \pm s'$ se calcula el valor de p por las fórmulas (1) ó (3), pues la z' que figura en ellas representa la distancia zenital aparente del centro.

AUMENTO DEL SEMIDIAMETRO DE LA LUNA.

ARGUMENTOS: *Distancia zenital aparente y semidiámetro geocéntrico.*

Dist. zenit.	14' 30''	15' 00''	15' 30''	16' 00''	16' 30''	17' 00''
0°	13''.7	14''.6	15''.6	16''.7	17''.7	18''.8
2	13 .7	14 .6	15 .6	16 .7	17 .7	18 .8
4	13 .6	14 .6	15 .6	16 .6	17 .7	18 .8
6	13 .6	14 .6	15 .6	16 .6	17 .6	18 .7
8	13 .5	14 .5	15 .5	16 .5	17 .6	18 .7
10	13 .5	14 .4	15 .4	16 .4	17 .5	18 .6
12	13 .4	14 .3	15 .3	16 .3	17 .4	18 .4
14	13 .3	14 .2	15 .2	16 .2	17 .2	18 .3
16	13 .1	14 .1	15 .0	16 .0	17 .1	18 .1
18	13 .0	13 .9	14 .9	15 .9	16 .9	17 .9
20	12 .9	13 .8	14 .7	15 .7	16 .7	17 .7
22	12 .7	13 .6	14 .5	15 .5	16 .5	17 .5
24	12 .5	13 .4	14 .3	15 .2	16 .2	17 .2
26	12 .3	13 .2	14 .1	15 .0	16 .0	16 .9
28	12 .1	12 .9	13 .8	14 .7	15 .7	16 .6
30	11 .8	12 .7	13 .5	14 .4	15 .4	16 .3
32	11 .6	12 .4	13 .3	14 .1	15 .1	16 .0
34	11 .3	12 .1	13 .0	13 .8	14 .7	15 .6
36	11 .1	11 .8	12 .7	13 .5	14 .4	15 .3
38	10 .8	11 .5	12 .3	13 .1	14 .0	14 .9
40	10 .5	11 .2	12 .0	12 .8	13 .6	14 .4
42	10 .2	10 .9	11 .6	12 .4	13 .2	14 .0
44	9 .8	10 .5	11 .3	12 .0	12 .8	13 .6
46	9 .5	10 .2	10 .9	11 .6	12 .3	13 .1
48	9 .2	9 .8	10 .5	11 .2	11 .9	12 .6
50	8 .8	9 .4	10 .1	10 .7	11 .4	12 .1
52	8 .4	9 .0	9 .7	10 .3	10 .9	11 .6
54	8 .1	8 .6	9 .2	9 .8	10 .5	11 .1
56	7 .7	8 .2	8 .8	9 .4	10 .0	10 .6
58	7 .3	7 .8	8 .3	8 .9	9 .4	10 .0
60	6 .9	7 .3	7 .9	8 .4	8 .9	9 .5
62	6 .5	6 .9	7 .4	7 .9	8 .4	8 .9
64	6 .0	6 .5	6 .9	7 .4	7 .8	8 .3
66	5 .6	6 .0	6 .4	6 .8	7 .3	7 .7
68	5 .2	5 .5	5 .9	6 .3	6 .7	7 .1
70	4 .7	5 .1	5 .4	5 .8	6 .1	6 .5
72	4 .3	4 .6	4 .9	5 .2	5 .6	5 .9
74	3 .8	4 .1	4 .4	4 .7	5 .0	5 .3
76	3 .4	3 .6	3 .9	4 .1	4 .4	4 .7
78	2 .9	3 .1	3 .3	3 .6	3 .8	4 .0
80	2 .4	2 .6	2 .8	3 .0	3 .2	3 .4
82	2 .0	2 .1	2 .3	2 .4	2 .6	2 .7
84	1 .5	1 .6	1 .7	1 .9	2 .0	2 .1
86	1 .0	1 .1	1 .2	1 .3	1 .4	1 .5
88	0 .6	0 .6	0 .7	0 .7	0 .8	0 .8
90	0 .1	0 .1	0 .1	0 .1	0 .2	0 .2

146.—Debo hacer notar que, sin sacrificar la exactitud á la brevedad del cálculo, puede seguirse un procedimiento que evita la necesidad de tomar en cuenta el aumento del semidiámetro. Consiste en hacer primero la corrección por refracción, lo mismo que se ha dicho, y después con $z' + r$ calcular la paralaje de distancia zenital. De este modo se obtiene el valor de p que convendría al limbo observado, y aplicándolo á $z' + r$, resulta $z' + r - p$ por distancia zenital verdadera del mismo borde, quiere decir, tal como se observaría desde el centro de la tierra. En tal caso se puede ya hacer uso del semidiámetro geocéntrico que dan las Efemérides, para obtener la distancia zenital verdadera del centro. Así, pues, designando por p' la paralaje que corresponde al borde, la fórmula (9) puede reemplazarse por la siguiente:

$$z = z' + r - p' \pm s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Para comparar los dos métodos, apliquémoslos á los datos siguientes. La distancia zenital del borde inferior de la luna, corregida por los errores del instrumento y por la refracción, se encontró ser....... $z' + r = 59° 1' 13''.0$; la paralaje horizontal corregida por latitud y altura, era $\pi = 56' 23''.5$; y el semidiámetro tabular ó de las Efemérides, $s = 15' 23''.4$. Empleando el primer procedimiento tomaremos el aumento del semidiámetro con los elementos $s = 15' 23''.4$ y $z' + r - s = 58° 46'$ próximamente, y hallaremos $s' - s = 8''.0$, por lo cual $s' = 15' 31''.4$. Entonces la distancia zenital aparente del centro, será:

$$z' + r - s' = 58° 45' 41''.6.$$

Con este valor calculemos el de p y la distancia zenital verdadera del centro:

sen. π......	8.2149215	
sen. $(z' + r - s')$......	9.9319745	$z' + r - s' = 58° 45' 41''.6$
sen. p......	8.1468960	.....................$p = -\ \ 48\ 12\ .9$
		$z = 57° 57' 28''.7$

Determinemos ahora la paralaje correspondiente al limbo observado, haciendo uso de $z' + r$ solamente.

sen. π........	8.2149215	
sen. $(z' + r)$.	9.9331579	$z' + r = 59° 01' 13''.0$
sen. p'........	8.1480794	.... $p' = -\ \ 48\ 20\ .8$
		$s = -\ \ 15\ 23\ .4$
		$z = 57° 57' 28''.8$

Se ve que ambos resultados concuerdan hasta donde puede desearse, siendo más breve el segundo método en atención á que no hay necesidad de ocuparse en el aumento del semidiámetro; y se ve también que la paralaje del limbo difiere de la del centro una cantidad sensiblemente igual á aquel aumento.

147.—Puesto que la paralaje produce el efecto de hacer aparecer á un astro más bajo de lo que está realmente, originará también el de alterar aparentemente los valores geocéntricos ó tabulares de su ascensión recta y de su declinación. Sea, en efecto, A (fig. 41ª) el lugar verdadero del astro, y A' el aparente tal como se observa desde la superficie de la tierra, siendo $A\,A'$ el efecto p de la paralaje en el sentido vertical. El ángulo horario aparente será $Z\,P\,A'$, siempre numéricamente mayor que el verdadero $Z\,P\,A$, y, en consecuencia, la ascensión recta aparente $\Upsilon D' = a'$, diferirá de la real $\Upsilon D = a$, una cantidad $D\,D' = A\,P\,A'$, que designaré por β. La declinación aparente....... $D'\,A' = \delta'$, tampoco será igual á la verdadera $D\,A = \delta$, sino que diferirán una cantidad que representaré por γ, de modo que tendremos:

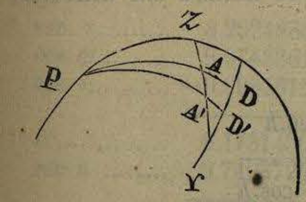

FIG. 41A

$$a' = a - \beta$$
$$\delta' = \delta - \gamma$$

Determinemos los efectos β y γ, que se llaman respectivamente