mando por $\frac{\text{sen.}^2\varphi}{r^2}$ para toda la cadena, el valor medio de esa cantidad, será constante el coeficiente de las p. Representando por m aquel valor, y sustituyendo, se tendrá la ecuación de condición:

$$(P'-P)+\frac{P}{a}.\delta a-P\left(\frac{1}{1-e^2}-\frac{3}{2}m\right).\delta e^2=0$$

Siendo igualmente Q y Q' las diferencias geodésica y astronómica de longitud, y aplicando á la fórmula (4) del número 71 un método de cálculo semejante, se hallará:

$$(Q'-Q)+\frac{Q}{a}.\delta a+\frac{1}{2}Qm.\delta e^2=0$$

Por medio de estas ecuaciones se determinarán fácilmente las correcciones δa y δe^2, que por la hipótesis, necesitan los elementos del elipsoide; pero debe tenerse presente que este procedimiento supone mucha precisión en las triangulaciones, en los azimutes y en toda la parte astronómica, puesto que las discordancias se atribuyen únicamente á alguna irregularidad local del globo terrestre.

PARTE TERCERA.

ELEMENTOS DE ASTRONOMÍA PRÁCTICA

CAPITULO I.

DEFINICIONES Y PRINCIPIOS FUNDAMENTALES.

120.—Se ha dicho que la posición de un punto de la superficie de la tierra se fija por medio de sus dos coordenadas geográficas, latitud y longitud, y que la dirección de una línea se determina por su azimut, que es el ángulo que forma con el meridiano que pasa por uno de sus extremos. La medida directa de estos tres elementos geográficos constituye la aplicación más usual de los principios astronómicos, y es la que me propongo exponer en la última parte de la Geodesia, ya sea como complemento necesario de esta ciencia, ya como un medio sencillo y eficaz de obtener desde luego buenos datos para la construcción de grandes cartas geográficas, según se ha indicado en el Capítulo X de la Parte Primera.

En 1867, con el título de "*Nuevos Métodos Astronómicos,*" hice una publicación destinada á facilitar las aplicaciones de la Astronomía; pero el carácter esencialmente práctico de esa obra no me permitió ocuparme en ciertos detalles elementales con los que supuse ya familiarizado al lector, como son el uso de las Efemérides ó Tablas astronómicas, el manejo de los instrumentos, las diversas maneras de medir el tiempo, los efectos de la refracción y de la paralaje, etc. En todos estos principios me ocuparé ahora, á fin de que sirvan de introducción para la lectura de aquel libro, procurando á la vez consignar aquí lo más esencial de la práctica de la ciencia astronómica, y cuidando de referirme frecuentemente á los "Nuevos Métodos," con el objeto de indicar al lector que lo desee, la parte de ese tratado en que puede encontrar más detalles de cada aplicación.

Recordemos brevemente ahora algunos principios fundamentales de la Astronomía. El movimiento de la tierra al derredor de su eje, que se efectúa con perfecta uniformidad, de Occidente á Oriente en el espacio de 24^h, produce la apariencia de un movimiento inverso de los cuerpos celestes al derredor del mismo eje, de modo que el observador cree ver que gira de Oriente á Poniente cada uno de los astros ó la inmensa esfera en que todos parecen colocados. El lenguaje común está de acuerdo con estas apariencias, en lo cual no hay inconveniente alguno con tal que se le conceda su verdadero significado, y así decimos por brevedad, que una estrella sale, se eleva, pasa por el meridiano, etc., para expresar la situación que en un momento dado ocupa respecto de nuestro horizonte.

Para determinar la posición de un astro en la bóveda aparente del cielo se recurre á un sistema de coordenadas angulares, análogas á las que fijan la situación de un punto sobre la superficie de la tierra. Las coordenadas esféricas más usuales son la *ascensión recta* y la *declinación*, que se refieren á dos planos perpendiculares entre sí. Sea $N\,O\,S$ (fig. 38ª) el horizonte del observador, á quien suponemos en el centro C de este círculo. Su línea vertical prolongada cortará la esfera celeste en el zenit Z, y su meridiano será el plano $N\,P\,Z\,S$ perpendicular al horizonte. El círculo máximo $E\,O$ perpendicular al eje del mundo, y, en consecuencia, distante 90° del polo P, es el ecuador celeste, y puede

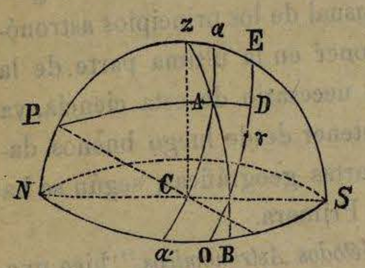

FIG. 38ª

suponerse que representa la intersección de la esfera con el plano del ecuador terrestre prolongado. Todos los círculos máximos perpendiculares al ecuador, tales como $P\,A\,D$, se llaman *círculos horarios;* y todos los menores como $a\,A\,a'$ paralelos al ecuador, se designan con el nombre de *círculos de declinación.* Un astro que ocupe el punto A de la esfera, puede fijarse evidentemente de posición conociendo las de sus círculos horario y de declinación. La del primero se determina por su distancia angular $♈\,D$ á un punto fijo ♈ del ecuador, y la del segundo por su separación angular $D\,A$ de este plano. Por punto fijo del ecuador se ha escogido una de sus intersecciones con el plano de la eclíptica, y es el que representa el equinoccio de primavera.

El arco $♈\,D$ es la ascensión recta, y el $D\,A$ la declinación del astro A. Según esto, definiremos la ascensión recta de un astro diciendo que es el arco del ecuador contado desde el punto equinoccial de primavera hasta el pie del plano horario que pasa por el astro. La declinación será la distancia angular de un astro al ecuador contada en su círculo horario. Las ascensiones rectas se cuentan desde 0° hasta 360° de Occidente á Oriente, y por lo común se expresan en tiempo desde 0^h hasta 24^h. Para que se comprenda bien esta manera de contar las ascensiones rectas, supongamos que se tenga un cronómetro ó un péndulo que señale exactamente 24^h en el espacio de tiempo que dura la revolución completa de la esfera celeste, y que en el instante en que el punto equinoccial pase por el meridiano en E, marque 0^h con toda precisión. Es claro que al pasar por el mismo plano cualquier otro punto D, ó al coincidir con aquel el círculo horario $P\,A\,D$, señalará el péndulo cierta hora T, que mide el tiempo transcurrido desde el tránsito de ♈, y por tanto una cantidad de tiempo que guardará con el espacio total de 24^h la misma relación que el ángulo $♈\,D$ con toda la circunferencia. El tiempo que dura la revolución completa de la bóveda celeste, ó sea el que transcurre entre dos tránsitos consecutivos de un mismo punto por el meridiano, se llama *día sideral*, que se cuenta desde el instante en que pasa ó culmina el punto equinoccial; y de aquí se deduce que la ascensión recta $♈\,D$ de un astro A, expresada en tiempo, no es otra cosa más que la hora sideral T de su paso por el meridiano.

Las declinaciones se cuentan desde 0° hasta 90° partiendo del ecuador tanto hacia el Norte como hacia el Sur, y para distinguir las boreales de las australes se consideran positivas las primeras y negativas las segundas, acompañándolas del signo correspondiente. No podrá dejar de notarse la grande analogía que ofrece la coordenada celeste llamada declinación con la terrestre llamada latitud. Ambas, en efecto, se cuentan desde el ecuador en círculos perpendiculares á este plano, y con los mismos signos en iguales direcciones. Se deduce de aquí que la latitud EZ del observador puede decirse que es la declinación de su zenit, así como se dice que es igual á la altura NP del polo respecto de su horizonte. También se infiere de lo anterior que un astro que tenga por declinación una cantidad igual á la latitud de un lugar, pasará por el zenit de ese lugar en su tránsito por el meridiano; y que, en general, un astro culminará al Norte ó al Sur del zenit, según que su declinación sea mayor ó menor que la latitud del lugar.

121.—La posición de un astro puede determinarse también en un instante cualquiera por medio de la observación directa, midiendo simultáneamente otras dos coordenadas referidas al horizonte y al meridiano del observador. Estas son el *azimut*, que es el ángulo NZA, ó el arco del horizonte NB, que le sirve de medida, formado por el meridiano ZPN con el plano vertical ZAB que pasa por el astro; y su distancia *zenital* ZA, que es la distancia angular del astro al zenit del observador. Así es que si con un altazimut, por ejemplo, se visa un astro, y se leen las indicaciones de sus dos círculos horizontal y vertical, conociendo de antemano la que señala el primero cuando el telescopio coincide con el meridiano, se obtendrán á la vez las dos coordenadas azimut y distancia zenital.

Este sistema de coordenadas varía á la verdad no sólo de un punto á otro de la tierra, puesto que depende del lugar que en ella ocupa el observador, sino que también cambia de un instante á otro á causa del movimiento aparente del astro ó de la esfera celeste. Por esta razón es indispensable al determinar las posiciones de esa manera, anotar otros dos datos que son: la hora exacta de la observación y la latitud del observador. Con estos dos elementos adicionales es fá-

cil calcular la ascensión recta y la declinación del astro, pues en el triángulo ZPA se conocerá por la observación el ángulo en Z, que es el azimut; el lado ZA, ó la distancia zenital; y el lado ZP, igual á la *colatitud*, ó sea al complemento de la latitud EZ. Se podrá calcular, en consecuencia, el tercer lado PA, que es la *distancia polar* del astro, complemento de su declinación, y el ángulo ZPA llamado *ángulo horario* del astro. Este último elemento combinado con la hora de la observación suministra la ascensión recta, pues la figura da la ecuación $\Upsilon D = \Upsilon E - DE$. Como el arco ΥE expresado en tiempo, representa la hora T de la observación, porque indica el tiempo transcurrido desde el paso del origen Υ por el meridiano, si designamos por a la ascensión recta que se busca y por h el ángulo horario, tendremos por la ecuación anterior:

$$a = T - h \quad \text{............ .... (1)}$$

122.—El triángulo ZPA formado en un instante cualquiera por el zenit, el polo y el lugar que ocupa el astro, se llama *triángulo astronómico*, y hace un papel tan importante en los problemas de la Astronomía práctica, que puede decirse que su resolución forma el objeto de todas las aplicaciones usuales de esta ciencia. Es, por consiguiente, del mayor interés considerar desde ahora cada uno de sus elementos, á fin de evitar continuas repeticiones.

De los tres lados que lo forman, el arco ZP depende únicamente de la posición del observador, de manera que este lado es constante para cada punto de la tierra, é igual á $90° - \varphi$, designando siempre φ la latitud $EZ = PN$. El lado PA depende de la declinación del astro, puesto que representa la distancia polar de éste, igual á $90° - \delta$, llamando δ la declinación. El tercer lado ZA cambia á cada instante por el movimiento ascensional de los astros, y varía desde 90°, que es su valor cuando se observa una estrella en el horizonte, hasta el valor mínimo que adquiere en la culminación del astro, quiere decir, en el momento de su tránsito superior por el meridiano. Este lado se designará siempre por z.

El ángulo en P hemos dicho que se llama horario, y lo designaremos en general por h. El ángulo en Z es el azimut del astro, que llamaremos a. El tercero $Z\,A\,P$ se denomina ángulo *paraláctico*, y es formado por el plano vertical que pasa por la estrella con el de su círculo horario. Este ángulo se representará por q.

Se comprenderá fácilmente que la posición del observador, la del astro y la hora de la observación contribuyen independientemente á modificar la forma del triángulo astronómico. Por lo general el lado z es el que se obtiene por la observación directa, aunque regularmente acompañado de otro dato á causa de su variabilidad. De los ángulos, el horario h y el azimut a son los que con más frecuencia se miden, el primero en tiempo con un instrumento cronométrico, y el segundo en arco con uno angular.

Respecto del signo, y del valor numérico de los elementos, la distancia zenital z se considera siempre positiva, sea cual fuere la región del cielo en que se observe un astro. La colatitud $90° - \varphi$, cuando se refiere al polo Norte, es menor ó mayor que 90° según que sea boreal ó austral la latitud, aunque en este último caso puede siempre tomarse menor si se refiere al polo Sur. La distancia polar $90° - \delta$ también es menor ó mayor que un cuadrante según que sea positiva ó negativa la declinacion, al menos cuando se refiera al polo boreal, como sucede generalmente.

Relativamente á los ángulos, contaremos el azimut desde 0° hasta 180° tanto del Norte al Oeste como del Norte al Este, considerándolo positivo en el primer caso y negativo en el segundo. Lo mismo diremos del ángulo horario, el cual, teniendo por expresión: $h = T - \alpha$ será positivo ó negativo según que T sea mayor ó menor que α; y como T representa la hora *actual* de la observación, esto es, la ascensión recta del punto ó puntos que se hallan en ese instante en el meridiano, por lo cual se designa algunas veces por *ascensión recta del meridiano*, resulta que h será negativo al Oriente ó antes de la culminación del astro, y positivo al Poniente después que ha pasado por el meridiano. En uno y en otro caso se cuenta desde 0° hasta 180° en arco, ó desde 0^h hasta 12^h en tiempo, esto es, desde el paso superior por el meridiano hasta el inferior. En cuanto al ángulo paraláctico, se le considera con el mismo signo que el horario y el azimut, esto es, negativo al Este y positivo al Oeste. Todas estas

indicaciones son necesarias para asignar los signos convenientes á las líneas trigonométricas de los diversos elementos del triángulo astronómico, así como para conocer el valor numérico de cualesquiera de ellos cuando, por medio del cálculo, se obtenga el valor y el signo de alguna de sus líneas trigonométricas.

123.—Demos una idea general de las principales resoluciones de que es susceptible el triángulo astronómico, y que corresponden á otras tantas aplicaciones de las más usuales. Conocida la latitud φ del observador, la declinación δ del astro y su distancia zenital z, se calcula su ángulo horario por la fórmula:

$$\text{sen.}\,\frac{1}{2}\,h = \sqrt{\frac{\text{sen.}\,(m-c)\,\text{sen.}\,(m-d)}{\text{sen.}\,d\,\text{sen.}\,c}}$$

en la cual c representa la colatitud $90° - \varphi$, y d la distancia polar $90 - \delta$, siendo m el semiperímetro, ó $m = \frac{1}{2}(c + d + z)$. Encuentro más cómodo dar otra forma á la ecuación, introduciendo φ y δ en vez de sus complementos. A este fin, sustituyendo los valores de c y d en el de m, se halla:

$$m - c = \frac{1}{2}(z + \varphi - \delta)$$

$$m - d = \frac{1}{2}(z - \varphi + \delta)$$

y designando por a el primer ángulo y por b el segundo, tendremos las fórmulas:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}(\varphi - \delta) \\ b &= \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}(\varphi - \delta) \\ \text{sen.}\,\frac{1}{2}\,h &= \sqrt{\frac{\text{sen.}\,a\,\text{sen.}\,b}{\cos.\,\varphi\,\cos.\,\delta}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Obtenido de esta manera el ángulo horario, convirtiéndolo en tiempo y tomando de las Efemérides la ascensión recta α del astro, la ecuación (1) da: $T = a + h$, que suministra la hora exacta de la observación. Así, pues, esta resolución sirve para determinar el error de un cronómetro, quiere decir, su adelanto ó su atraso respecto de la hora real, pues es claro que si se anota la indicación de este instrumento en el instante preciso en que se observa la distancia zenital del astro, la diferencia de esa indicación respecto de la calculada T da á conocer la corrección que aquella necesita. La determinación exacta del tiempo sirve de base á todas las demás aplicaciones de la Astronomía, de modo que desde este punto de vista constituye uno de los problemas más usuales.

124.—Se presenta también con bastante frecuencia la resolución del problema inverso, á saber, hallar la distancia zenital de un astro en un instante dado. En tal caso, se conocen φ, δ y $h = T - a$; y se tendrá la ecuación fundamental, después de convertir á h en arco:

$$\text{cos. } z = \text{sen. } \varphi \, \text{sen. } \delta + \text{cos. } \varphi \, \text{cos. } \delta \, \text{cos. } h \, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(A)}$$

la cual se calcula fácilmente por logaritmos valiéndose de un ángulo auxiliar M, determinado por la primera de las fórmulas siguientes, y cuyo valor se introduce en la segunda:

$$\left.\begin{aligned} \text{tan. } M &= \frac{\text{tan. } \delta}{\text{cos. } h} \\ \text{cos. } z &= \frac{\text{sen. } \delta}{\text{sen. } M} \text{cos. } (M - \varphi) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

125.—Otro de los problemas más comunes es el de hallar el azimut que tiene una estrella á una hora dada T. Entonces se conoce $h = T - a$, así como φ y δ. El triángulo dará la ecuación:

$$\text{sen. } \delta = \text{sen. } \varphi \, \text{cos. } z + \text{cos. } \varphi \, \text{sen. } z \, \text{cos. } a$$

Sustituyendo en ella el valor (A) de cos. z, y el siguiente de sen. z, que se obtiene por el mismo triángulo,

$$\text{sen. } z = \frac{\text{sen. } h \, \text{cos. } \delta}{\text{sen. } a}$$

resulta sin dificultad:

$$\text{tan. } a = \frac{\text{sen. } h}{\text{cos. } \varphi \, \text{tan. } \delta - \text{sen. } \varphi \, \text{cos. } h}$$

Llamando M un ángulo subsidiario, se podrá calcular esta ecuación por logaritmos bajo la forma:

$$\left.\begin{aligned} \text{tan. } M &= \frac{\text{tan. } \delta}{\text{cos. } h} \\ \text{tan. } a &= \frac{\text{tan. } h \, \text{cos. } M}{\text{sen. } (M - \varphi)} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Con los mismos datos φ, δ y h puede también determinarse el azimut á la vez que el ángulo paraláctico por las fórmulas de Napier, que aplicadas á nuestro triángulo, serán:

$$\left.\begin{aligned} \text{tan. } \frac{1}{2}(a + q) &= \text{cot. } \frac{1}{2} h \frac{\text{cos. } \frac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\text{sen. } \frac{1}{2}(\varphi + \delta)} \\ \text{tan. } \frac{1}{2}(a - q) &= \text{cot. } \frac{1}{2} h \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\text{cos. } \frac{1}{2}(\varphi + \delta)} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (5)$$

Por uno ú otro método, si á la hora dada T se mide el ángulo entre la estrella y una señal terrestre, podrá deducirse el azimut de ésta por medio de la combinación del ángulo observado con el azimut a de la estrella en ese instante.

126.—La determinación de la latitud constituye otra de las aplicaciones más importantes. Conociendo, en efecto, la hora exacta á la cual se mide la distancia zenital de una estrella, se tienen los datos: $h = T - a$, z y δ. Las fórmulas (3) darán, pues.

$$\left.\begin{aligned} \text{tan. } M &= \frac{\text{tan. } \delta}{\text{cos. } h} \\ \text{cos. } (M - \varphi) &= \frac{\text{sen. } M}{\text{sen. } \delta} \text{cos. } z \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

la primera de las cuales suministra el ángulo M, la segunda $M - \varphi$ y de cuya combinación resulta, por consiguiente, el valor de φ.

127.—Para dar una idea del modo de determinar las longitudes geográficas, supongamos que se mida la distancia zenital de un astro que, como la luna, varíe rápidamente de ascensión recta, y sea δ su declinación en el instante T en que se observe, y φ la latitud del lugar. Con los elementos φ, δ y z podremos calcular su ángulo horario h por las fórmulas (2), y entonces la relación (1) dará su ascensión recta á la hora T de la observación. Si en seguida por medio de las Tablas astronómicas se calcula la hora T' de otro lugar de la tierra, por ejemplo, de Greenwich, á la cual tenía la luna la ascensión recta observada $\alpha = I - h$, la diferencia de horas $T' - T$ expresará en tiempo, la longitud de la estación; porque esta coordenada no es otra cosa más que la diferencia de horas que se cuentan en dos lugares de la tierra en un mismo instante físico, como es aquel en que un astro adquiere una posición determinada.

Tales son, en resumen, las aplicaciones prácticas más frecuentes de la Astronomía; y aunque las resoluciones de estos problemas están muy lejos de ofrecer la extremada sencillez con que las he presentado, siempre considero ventajoso formarse desde el principio una idea general de su objeto, porque de esa manera se fijará más la atención en los detalles correspondientes á cada una de las operaciones. Estos detalles, la preparación de los datos, sus diversas correcciones, el uso de la Efemérides y las modificaciones de que, en determinadas circunstancias, es susceptible el formulario mismo que antes he expuesto, formarán el principal objeto de los Capítulos siguientes.

CAPITULO II.

DE LA MEDIDA DEL TIEMPO.

128.—Hemos dado á conocer el día sideral, que es el espacio de tiempo que transcurre entre dos pasos sucesivos de una estrella por el meridiano, y dijimos también que se cuenta desde el instante del tránsito del punto equinoccial, origen de las ascensiones rectas. Esta unidad de tiempo se divide en 24 horas siderales; cada una de estas en 60 minutos; cada minuto en 60 segundos, etc. En la Astronomía se hace un uso continuo del tiempo sideral; pero también se emplea con mucha frecuencia el solar y, por consiguiente, importa establecer la relación exacta que existe entre estas dos especies de tiempo. Antes de hacerlo, sin embargo, recordemos que el día solar puede ser de tiempo *verdadero* y de tiempo *medio*. El primero es determinado por dos tránsitos sucesivos del sol verdadero por el meridiano; y el segundo por los de un astro ficticio, llamado *sol medio*, que se supone recorrer una órbita circular con un movimiento uniforme, é igual en magnitud á la velocidad media de sol verdadero. Se sabe, en efecto, que este último astro recorre aparentemente una órbita elíptica, aunque poco excéntrica, con una velocidad algo variable, lo cual da por resultado una pequeña desigualdad en la duración de los días solares verdaderos; y como esas diferencias serían difíciles de imitar en las máquinas que sirven para medir el tiempo, tales como los péndulos y los cronómetros, los astrónomos han recurrido al artificio del tiempo medio, como más á propósito para ser