

del eje, se acaba de establecer su verticalidad con este último nivel, corrigiéndolo al mismo tiempo.

Para hacer perfectamente horizontal el eje á cuyo derredor se mueve el telescopio con el círculo vertical, se hace uso del nivel movable que se mencionó al principio y que generalmente se llama nivel *montante*. Este se apoya por medio de los pies de igual longitud de que está provisto, sobre los extremos del eje del telescopio, debiendo hacerse pasar entre dos de los radios del círculo vertical, con cuyo fin se inclina el anteojo lo que sea necesario. Si la burbuja se desvía del centro del tubo, se conduce á él subiendo ó bajando uno de los apoyos del eje, que tiene sus tornillos propios para este objeto. En seguida, sin tocar el instrumento, se invierte el nivel, de manera que el pie que se apoyaba en el extremo del eje que estaba á la derecha, pase á apoyarse en el extremo izquierdo y vice versa. Generalmente la burbuja quedará desviada del medio del tubo en su nueva posición; mas como esta desviación indica que no son exactamente iguales los dos pies del nivel, se aumentará ó se disminuirá la longitud de uno de ellos con los tornillos que también tiene al efecto, hasta que se haya corregido la mitad de la desviación observada, haciendo desaparecer la otra mitad subiendo ó bajando, según el caso, el apoyo en que descansa el extremo del eje del telescopio que se movió al principio.

Para cerciorarse de si se ha practicado ó no con exactitud la corrección, debe volverse á invertir el nivel, colocándolo en su posición primitiva, y en caso de que todavía se note algún error, es á causa de que no se hizo bien la corrección por partes iguales. Para acabar de rectificar tanto el eje como el nivel, se destruye el error restante dividiéndolo siempre en dos partes iguales, una de las cuales se corrige modificando de nuevo la longitud del apoyo ó pie del nivel, y la otra volviendo á subir ó bajar el apoyo de una de las extremidades del eje. Se habrá conseguido la corrección completa cuando en las dos posiciones inversas del nivel permanezca la burbuja en el medio del tubo, esto es, indicando sus dos extremos iguales guarismos de la escala.

La prueba de que tanto esta rectificación como la de la verticali-

dad del eje del círculo azimutal, se han practicado con toda exactitud, consistirá en hacer mover todo el instrumento al derredor de este eje, debiendo señalar la burbuja las mismas lecturas en todo el curso del movimiento.

La tercera rectificación tiene por objeto establecer los dos micrómetros en los extremos de un diámetro del círculo vertical. Si los micrómetros mismos son susceptibles de movimiento, se les comunica éste hasta que en cualquiera posición del círculo sean iguales las lecturas hechas con los dos microscopios. En el caso contrario será preciso subir ó bajar el círculo hasta que su centro se coloque en la línea de los micrómetros. Como tal movimiento sólo puede transmitirse por medio de los tornillos que suben ó bajan los apoyos del eje horizontal del telescopio, y al hacerlo así se destruiría su horizontalidad, lo que debe procurarse es subir ó bajar por igual los dos apoyos, para lo cual se practica esta corrección, teniendo colocado el nivel montante sobre los extremos del eje, á fin de que las indicaciones de la burbuja puedan dar á conocer la igualdad del movimiento de éste.

Es más importante la horizontalidad del eje de rotación del telescopio que la colocación exacta de los micrómetros, por lo cual si para conseguir esta última condición se temiese alterar notablemente la primera, no hay inconveniente en dejar algo erróneos los microscopios; porque su principal objeto es independen los ángulos que se midan del error de excentricidad del círculo, por medio de una doble lectura, y esto notoriamente se consigue aun cuando no se hallen precisamente en los extremos de un diámetro.

La retícula del telescopio consta de dos sistemas de hilos perpendiculares entre sí por construcción. En consecuencia, si uno de estos sistemas se pone exactamente vertical, el otro quedará horizontal y vice versa. Esta rectificación se hace, pues, de dos maneras: si se dirige el telescopio á un objeto distante y se pone en coincidencia con alguno de los hilos horizontales, deberá dicho objeto ser cortado por el hilo durante el movimiento que se comunique al altazimut al derredor de su eje vertical, por medio del tornillo de aproximación correspondiente al círculo azimutal. Si se prefiere hacer uso de los hi-

los verticales, se practica la misma operación valiéndose de la rotación del telescopio al derredor de su eje horizontal. En lugar de un objeto distante, puede servirse el observador de la retícula de otro instrumento cualquiera usado como colimador, según se dijo en el número 247 del Tomo I.

Réstanos indicar la manera de corregir el error de colimación de la retícula. Esta rectificación se practica también visando un objeto distante ó la retícula de un colimador. Si el telescopio del altazimut es susceptible de invertirse sobre sus apoyos, después de hacer coincidir con el punto lejano ó con el colimador la intersección de los hilos centrales de la retícula, se levanta cuidadosamente de sus apoyos y se invierte. En caso de que en su nueva posición, y vuelto á dirigir á la señal, no quede ésta cortada por el hilo vertical del centro, se corrige la mitad de la desviación con los tornillos de la retícula, y la otra mitad por el movimiento general del instrumento en azimut, con el fin de repetir la prueba, hasta que en las dos posiciones inversas del eje pase el hilo vertical por el punto observado.

Es preferible adoptar otro método de corregir la colimación que no tiene, como el anterior, el inconveniente de ocasionar á veces pequeños movimientos en el instrumento al hacer la inversión, sobre todo cuando el telescopio y el círculo son algo pesados. Consiste éste en invertir el telescopio sin moverlo de sus apoyos, valiéndose de una semi-revolución de los dos círculos vertical y horizontal al derredor de sus respectivos ejes. Después de establecida la coincidencia de la señal con la intersección de los hilos centrales, se lee la indicación del círculo azimutal tomando el término medio de las lecturas de sus micrómetros. En seguida se hace girar el instrumento 180° al derredor de su eje ó columna vertical, fijando el círculo azimutal en la posición en que los micrómetros señalen exactamente $180^\circ + a$, designando por a la primera lectura. Entonces se vuelve á dirigir el telescopio á la señal por medio de su movimiento al derredor del eje horizontal, y si no la corta el hilo del centro, es porque existe el error de colimación, cuyo valor es la mitad de la desviación que se observe, la cual puede destruirse como antes se ha dicho, á saber: por el movimiento de la retícula cuyo hilo central se

colocará á la mitad de la distancia que lo separa aparentemente del objeto. La operación debe repetirse hasta nulificar sensiblemente el error.

La objeción que podría hacerse al método precedente es la de que es preciso confiar en la exactitud de las divisiones, y esto en puntos del limbo diametralmente opuestos. En efecto, si las divisiones correspondientes á las lecturas no distan exactamente 180° , todo su error se combina con el de la colimación, puesto que aquella condición es precisamente la base del método; pero tal error, en caso de que exista, es indudablemente muy pequeño en los instrumentos de precisión. Por otra parte, es posible eliminar el error de la semi-circunferencia valiéndose de dos colimadores opuestos, de la manera siguiente. Se pone en coincidencia el hilo central del altazimut con la intersección de los hilos de un colimador lo mismo que en el primer procedimiento. Para facilitar la inteligencia del método, suponemos que el colimador haya quedado al Norte del altazimut, y que se trata de colocar al Sur del mismo instrumento el otro colimador, de tal manera, que su eje óptico se halle en la prolongación, ó por mejor decir, en la misma dirección que el del primero. Como no podría practicarse esta operación por la interposición del altazimut entre ambos colimadores, se quita el telescopio de sus apoyos, y entonces ya se podrá establecer la coincidencia de la retícula del colimador del Sur con la del que ha quedado fijo en el Norte. Luego que esto se ha conseguido, la dirección de sus dos ejes ópticos es la misma y sus retículas pueden considerarse como dos puntos infinitamente distantes entre sí, y que difieren exactamente 180° en azimut. Si, pues, se restablece el telescopio del altazimut en sus apoyos, y después de bien arreglados los niveles se vuelve á poner en coincidencia con el colimador del Norte, y en esa posición se fija el círculo azimutal, la línea de colimación se habrá establecido en la dirección de los ejes ópticos de los colimadores. En consecuencia, si se lleva en seguida el telescopio hacia el colimador del Sur, valiéndose de su movimiento al derredor del eje horizontal, deberá cortar la intersección de los hilos de éste, en el caso de que sea nulo su error de colimación. Si no se verifica así, la desviación que se observe es doble de este error,

y podrá destruirse moviendo la retícula hasta la mitad de ese espacio. Cuando se ha apreciado bien la mitad del espacio ó distancia de una retícula á otra, se hallará que volviendo á establecer la coincidencia por medio del tornillo de aproximación del círculo azimutal, no queda error perceptible al volver á dirigir el instrumento hacia el primer colimador en virtud del movimiento del telescopio al derredor de su eje horizontal.

Corregida la colimación del hilo vertical del centro, puede suceder que su intersección con el horizontal no quede en la posición necesaria para que las visuales dirigidas por ese punto resulten paralelas á la línea de los ceros del círculo vertical, y en tal caso existe una especie de colimación en el sentido vertical. Este error, sin embargo, no tiene importancia alguna en la medida de los ángulos horizontales, y se elimina completamente en la de los verticales observándolos en las dos posiciones del círculo, según se dijo en el número 243 de la Topografía, en donde también expuse el modo de determinar su magnitud, para aplicarlo como corrección, en el caso de observar las distancias zenitales en una sola posición del círculo. Es igualmente posible hacerlo desaparecer moviendo la retícula en la dirección vertical hasta que el punto de intersección coincida con la señal observada, al mismo tiempo que los micrómetros indiquen la distancia zenital verdadera obtenida por la doble observación. La retícula de un colimador puede servir con ese objeto mejor que una señal distante, como veremos al tratar de las observaciones astronómicas.

Por la descripción del altazimut y de sus rectificaciones, habrá tenido ocasión de notar el lector la gran semejanza de este instrumento con el teodolito, del que sólo difiere esencialmente en no ser repetidor. Hay, sin embargo, instrumentos pequeños cuya construcción participa á la vez de la del teodolito y del altazimut. Hace algún tiempo se construyeron para el Gobierno mexicano, en la fábrica de Troughton & Simms, algunos teodolitos, que aunque repetidores y con vernieres en lugar de micrómetros, tienen la misma disposición que el altazimut en cuanto á la numeración del círculo vertical, el movimiento completo del telescopio al derredor de su eje, la coloca-

ción de los niveles, etc. Estos instrumentos, cuyos círculos vertical y horizontal tienen unos 0^m.26 de diámetro, y que dan una aproximación de 10'', ofrecen la ventaja de ser muy portátiles, y en manos expertas, bastante exactos para la ejecución de muchas operaciones geodésicas y astronómicas.

48.—En lo que precede he indicado los procedimientos teóricos para nulificar los errores instrumentales; pero en la práctica es casi imposible conseguirlo por completo, y sobre todo, poder confiar en la permanencia de las rectificaciones. Sin hacer referencia á los niveles, cuyo estado naturalmente varía cada vez que se establece el instrumento en una estación, y que, en consecuencia, demanda un continuo examen, todas las demás correcciones están más ó menos sujetas á alteración. Por esta causa, lo que únicamente debe procurarse es reducir al menor valor posible todos los errores por los medios que se han enseñado, y determinar en seguida sus pequeñas magnitudes con el fin de llevarlos en cuenta, como correcciones, al practicar una operación. Así, por ejemplo, al exponer la teoría de los niveles (Tomo I, número 234), vimos que siendo v el valor angular de sus divisiones, o y e las indicaciones de los extremos de la burbuja en la primera posición, y o' y e' las que se obtienen hacia los mismos lados después de invertir el nivel, la inclinación que éste señala es en segundos:

$$x = \frac{1}{4} v [(o + o') - (e + e')] \dots\dots\dots (5)$$

En el altazimut el nivel que es paralelo al círculo vertical da á conocer, por la fórmula precedente, la inclinación del eje ó columna vertical á cuyo derredor se mueve el instrumento. Si convenimos en que o y o' representen las indicaciones del extremo *ocular* de la burbuja y e y e' las del extremo que queda hacia el *objetivo*, el valor de x resultará positivo cuando la columna del instrumento se incline hacia el objeto observado; y en consecuencia, deberá añadirse con su signo á las distancias zenitales que dé el círculo vertical. La graduación de éste está numerada por cuadrantes en el altazimut, por lo cual da distancias zenitales en una posición y alturas en la otra; y

así es que designando por b la distancia zenital que indica el instrumento y por a la altura, la distancia zenital verdadera, independientemente á la vez del error de colimación en el sentido vertical y de la inclinación del eje será (Topografía número 245):

$$z = 45^\circ + \frac{1}{2}(b - a) + x \dots\dots\dots (6)$$

Debemos advertir que la cantidad x puede no representar la inclinación absoluta del eje, el cual acaso se desvíe de la vertical en una dirección diferente á la del objeto que se observa; pero como x representa de todas maneras el efecto de esta inclinación en el plano vertical que pasa por el objeto, su valor es el que importa introducir como corrección en la fórmula anterior. Es evidente que el efecto de esta inclinación de la columna no tiene influencia alguna en la medida de los ángulos horizontales, puesto que se verifica en el plano vertical que pasa por el objeto observado.

49.—La misma ecuación (5) servirá para calcular el pequeño ángulo que forma con el horizonte el eje horizontal del telescopio, substituyendo en ella las indicaciones del nivel montante. En este caso convengamos en representar por o y o' las lecturas del extremo de la burbuja que quedan á la izquierda del observador, y por e y e' las de la derecha; entonces x resultará positivo cuando la extremidad izquierda del eje esté más elevada que la derecha, ó lo que es lo mismo, cuando el zenit del instrumento quede á la derecha del observador respecto del zenit verdadero.

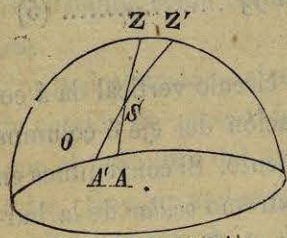


FIG. 16^a

Para distinguir el error del eje horizontal, del que corresponde á la columna vertical del instrumento, designemos por d el primero, aunque calculado por la misma fórmula (5), é investiguemos su influencia en la medida de los ángulos verticales y horizontales. Sea Z (fig. 16^a) el zenit verdadero del observador, Z' el que señala el instrumento en virtud del error de horizontalidad d del eje del telescopio, y S la señal que se observa. Al visar este ob-

jeto, el círculo vertical del instrumento trazará en la esfera celeste el plano inclinado $Z'SA'$, mientras que si no existiera el error, trazaría el plano vertical ZSA . En consecuencia, el primero forma con el horizonte un ángulo $SA'A = 90^\circ - d$, y la distancia zenital que mide el instrumento es $z' = Z'S$, debiendo medir $z = ZS$.

A causa del mismo error, si suponemos en O el cero del círculo azimutal, y su graduación de izquierda á derecha, como generalmente sucede, la lectura que se obtenga será $a' = OA'$, en vez de $a = OA$ que debería corresponder á la visual sin la existencia del error.

Busquemos en primer lugar la corrección c que debe sufrir la distancia zenital observada z' para obtener la verdadera z . En el triángulo $SA'A$, puesto que SA' y SA representan los complementos de z' y z respectivamente, tendremos:

$$\cos. z = \cos. z' \cos. d$$

Mas como he supuesto $z = z' + c$, la ecuación anterior podrá escribirse así:

$$\cos. z' \cos. c - \text{sen. } z' \text{ sen. } c = \cos. z' \cos. d$$

la cual desde luego indica que para $z' = 0$, se tiene $c = d$; luego en el zenit la corrección es de la misma magnitud que el error del eje. Para $z' = 90$, resulta $c = 0$, ó lo que es lo mismo, que la inclinación del eje horizontal no influye en las alturas de los objetos situados en el horizonte. Para hallar la pequeña corrección que corresponde á las distancias zenitales comprendidas entre esos límites, sustituyamos por $\cos. d$ su valor $1 - 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} d$, y se hallará fácilmente:

$$2 \cos. z' \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} c + \text{sen. } c \text{ sen. } z' = 2 \cos. z' \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} d$$

Como solamente en el zenit se tiene $c = d$, y el error del eje es siempre muy pequeño, sustituyamos por $\text{sen. } c$ el valor del arco en segundos, omitiendo el término de segundo orden para obtener:

$$c = \frac{2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} d \cot. z'}{\text{sen. } 1''}$$

A causa de la misma pequeñez de d tampoco hay inconveniente en tomar el arco por su seno; y entonces resulta con la exactitud necesaria:

$$c = \frac{1}{2} d^2 \cot. z' \text{ sen. } 1 \dots\dots\dots (7)$$

fórmula que permite corregir las distancias zenitales observadas en un plano ligeramente oblicuo respecto de la vertical. Nótese que para objetos situados cerca del horizonte, como lo están generalmente las señales geodésicas, el factor de d^2 es extremadamente pequeño; y por consiguiente, basta nivelar el eje con alguna aproximación para poder prescindir, sin error, de esta corrección, al medir las distancias zenitales que entran como elementos en el cálculo de las diferencias de nivel de los puntos trigonométricos. Para $d = 10'$ y $z' = 80^\circ$, que salen de los límites ordinarios en la práctica de la Geodesia, la corrección sería solamente $c = 0''.15$.

50.—De mucha mayor importancia es la influencia de este error en las lecturas del círculo azimutal. En efecto, el triángulo $SA A'$, en que el lado $A' A = a - a'$ mide el error cometido en el ángulo, se tiene:

$$\tan. (a - a') = \text{sen. } d \cot. z'$$

fórmula que indica la necesidad de nivelar con mucha exactitud el eje de rotación, sobre todo, cuando se tiene que medir ángulos horizontales entre objetos muy elevados respecto del horizonte, ó al menos de altura muy desigual. Como de esa manera siempre es posible hacer que d sea pequeño, podremos simplificar la expresión anterior, pues siendo z' bastante considerable, no hay inconveniente en tomar los arcos por sus líneas trigonométricas para obtener:

$$a = a' + d \cot. z' \dots\dots\dots (8)$$

que permite corregir las lecturas azimutales del error que produce la falta de horizontalidad del eje. Para $d = 60''$ y $z' = 80^\circ$ resulta $a - a' = 10''.6$. Con el mismo valor de d , y $z' = 89^\circ$, todavía excede de $1''$ el error $a - a'$; y, en consecuencia, es muy importante redu-

cir el valor de d á unos cuantos segundos y llevarlo en cuenta para hacer las correcciones precedentes; porque de nada serviría una aproximación de $1''$, ó acaso de menos, en las lecturas del círculo azimutal, si se dejase subsistir un error que tal vez podría ser de algunos segundos.

Hay que advertir que al observar desde una estación los ángulos horizontales, el error d determinado con el nivel montante, es variable en cada dirección que se dé al telescopio, á menos que sea perfectamente vertical el eje del instrumento. El valor de d resulta, en efecto, de la combinación de la falta de verticalidad de la columna con la falta de perpendicularidad entre ésta y el eje de rotación del telescopio; y por consiguiente, aunque este último error sea constante en una revolución azimutal del instrumento, es necesariamente desigual el efecto de la inclinación de la columna, en distintas direcciones.

De las consideraciones que preceden se deduce que para sacar todo el partido de que es susceptible un instrumento de precisión, es indispensable nivelarlo muy bien y medir la inclinación del eje horizontal en la posición que toma al visar cada objeto. Entonces siendo a'_1 y a'_2 las lecturas que se obtengan en el círculo azimutal al observar las dos señales de la izquierda y de la derecha respectivamente; z'_1 y z'_2 sus distancias zenitales, y d_1 y d_2 las indicaciones correspondientes del nivel montante, el ángulo verdadero entre ellas será en general:

$$A = a'_2 - a'_1 + d_2 \cot. z'_2 - d_1 \cot. z'_1$$

Es claro que para efectuar las correcciones con suficiente exactitud basta tomar las distancias zenitales con aproximación de $1'$ ó $2'$, lo cual puede hacerse anotando las indicaciones del círculo vertical cuando se visa cada una de las señales.

Debe notarse, sin embargo, que cuando se observa un mismo ángulo en las dos posiciones inversas, esto es, con el limbo vertical á la derecha y luego á la izquierda en virtud de una semirevolución azimutal del instrumento, los errores d se presentarán con signos contrarios, puesto que el apoyo más alto del eje horizontal queda su-

cesivamente á un lado y otro del observador. Según esto, si la columna está exactamente vertical, los valores de d en la segunda posición serán numéricamente iguales á los de la primera, produciendo por consiguiente en el ángulo una corrección igual y de distinto signo. De aquí se infiere que el promedio de los ángulos obtenidos en las dos posiciones inversas puede considerarse independiente de la falta de horizontalidad del eje, si es muy pequeña la inclinación de la columna.

51.—Investiguemos ahora la influencia del pequeño error de colimación que aun puede quedar después de practicada la corrección como se ha dicho, y comencemos por determinar la magnitud de ese pequeño error, que designaré por c expresado en segundos. Si se sigue el método de invertir el telescopio sobre sus apoyos, sea a la lectura del limbo cuando la señal que se observa ó la retícula del colimador coincide con el hilo vertical del centro. Si no existiera el error, la lectura exacta habría sido:

$$e = a + c$$

Designando por a' la nueva lectura que se tiene cuando después de invertido el eje se restablece la coincidencia, y atendiendo á que c produce un efecto contrario al de la primera posición, resulta:

$$e = a' - c$$

Eliminando á e entre estas dos ecuaciones, se halla:

$$c = \frac{1}{2} (a' - a) \dots\dots\dots (9)$$

El signo que resulte del cálculo será el que corresponde á la primera posición del instrumento. Supongamos, por ejemplo, $a = 24^\circ 17' 31''$ y $a' = 24^\circ 17' 25''$; con estos datos resulta: $c = -3''.0$ para la primera posición y $c = +3''.0$ para la segunda.

Cuando se haya invertido el telescopio por medio de una semi-revolución azimutal, designando siempre por a y a' las dos lecturas

que corresponden á las coincidencias, tendremos que las indicaciones exactas serían:

$$e = a + c$$

$$180^\circ + e = a' - c$$

y que por la eliminación de e producen:

$$c = \frac{1}{2} (a' - a) - 90^\circ \dots\dots\dots (10)$$

Si a' resulta menor que a es á causa de que en la media vuelta azimutal ha pasado ya el cero de la graduación, y por tanto deben añadirse 360° á la segunda lectura, como en el ejemplo siguiente, en que se halló $a = 253^\circ 41' 22''.7$, $a' = 73^\circ 41' 18''.3$.

$$360^\circ + a' = 433^\circ 41' 18''.3$$

$$a = 253 \quad 41 \quad 22 \quad .7$$

$$180^\circ + \frac{1}{2}(a' - a) = 89^\circ 59' 57''.8$$

$$- 90$$

$$c = -2''.2$$

Para la segunda posición debería tomarse $c = +2''.2$.

Finalmente, si se usan dos colimadores opuestos, se tiene como en el primer caso $c = \frac{1}{2}(a' - a)$, puesto que las lecturas se hacen en dos puntos de la graduación cuya distancia angular es $2c$. Por todo lo que precede se ve que he supuesto positiva la colimación cuando el hilo central de la retícula se desvía á la izquierda del eje óptico del telescopio, ó lo que es lo mismo, cuando la imagen invertida del objeto que se observa llega á la coincidencia con el hilo antes de llegar al eje óptico al mover el telescopio de izquierda á derecha, orden en que supongo numerada la graduación.

Puesto que c representa la distancia angular de la línea de colimación al eje óptico, es claro que cuando se tenga horizontal el telescopio, el arco del horizonte comprendido entre aquellas dos líneas será precisamente igual á c . Esta pequeña distancia permanece sensiblemente horizontal á cualquiera altura en que se establezca el te-