

## CAPITULO V.

### MEDIDA DE LOS ANGULOS.

43.—Al tratar de este mismo asunto en la Topografía se dió á conocer el teodolito y se explicó detenidamente su manejo y la manera de practicar sus diversas rectificaciones. A lo que se dijo entonces sólo debe agregarse que los instrumentos que se usan en la Geodesia son de mayores dimensiones, de graduación más delicada y de telescopios más poderosos. Un teodolito cuyo limbo tenga de  $0^m.30$  á  $0^m.40$  de diámetro es suficiente para las triangulaciones más esmeradas, por lo tocante á la exactitud que puede proporcionar en la lectura de las divisiones; pero lo que es de la mayor importancia y debe fijar más la atención del ingeniero es el poder y la claridad de los telescopios, sin lo cual no es posible formar grandes triángulos como conviene á la velocidad de los trabajos, á la economía de gastos y de tiempo y á la precisión de los resultados.

Se recordará que el principio de la repetición, aplicado á los instrumentos angulares, tiene por principal objeto disminuir los errores de la graduación; mas como últimamente ha llegado el arte de dividir á tan alto grado de perfección, han perdido los instrumentos repetidores gran parte de su importancia primitiva, y se usan en el día instrumentos portátiles no repetidores, cuyos resultados, en nada ceden á los que suministran los primeros. Los ingenieros franceses son partidarios del teodolito, alegando en su favor todas las ventajas teóricas del principio de la repetición; mientras que los geógrafos in-

gleses y americanos dan la preferencia á los instrumentos no repetidores, fundados en la exactitud con que se ejecutan hoy las divisiones, y sobre todo, en la mayor estabilidad y solidez de estos últimos, que no necesitan la complicación de movimientos y todo el juego de tornillos que el teodolito. Sin intentar decidir esta cuestión, sólo asentaremos como un hecho, que en los observatorios astronómicos y para toda clase de operaciones delicadas que demandan firmeza en los aparatos, no se emplean actualmente instrumentos repetidores.

Describiremos el *altazimut* llamado también *universal*, que puede tomarse por tipo de los instrumentos no repetidores, y cuya importancia no es menor para las operaciones astronómicas que para las geodésicas. El altazimut (fig. 13<sup>a</sup>) consiste en un círculo azimutal dividido  $G, G'$  firmemente unido á un tripié provisto de tornillos  $T, T'$  para nivelar. En el centro de este círculo se eleva un eje ligeramente cónico que sostiene otro círculo  $A$  concéntrico al primero, sobre el cual gira libremente, y cuyo movimiento puede paralizarse con un tornillo de presión que fija el círculo superior al inferior. El tornillo de aproximación permite, sin embargo, comunicar pequeños movimientos al círculo ó placa superior. Esta última es la que sostiene todo el resto del instrumento por medio de dos fuertes columnas  $B, B'$  en cuya extremidad superior están los apoyos en que descansa el eje horizontal del telescopio. El círculo vertical está invariablemente unido al telescopio, y se compone de dos limbos reunidos entre sí por pequeñas y numerosas columnas metálicas, que proporcionan la firmeza necesaria sin aumentar mucho el peso del aparato. Uno de estos círculos es el que lleva la graduación, y constituye el limbo vertical propiamente dicho.

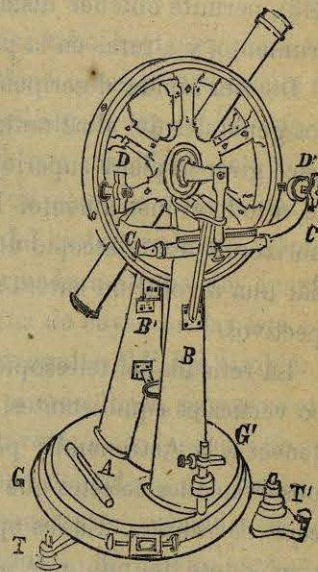


FIG 13A

El instrumento tiene tres niveles: uno fijo en el círculo azimutal; otro colocado paralelamente al círculo vertical y sostenido por las piezas  $C, C'$  en cuyas extremidades hay dos microscopios  $D, D'$  destinados á apreciar las fracciones de la graduación, como veremos después; y el tercero, es un nivel movable que puede colocarse sobre el eje horizontal del telescopio para establecer su perfecta horizontalidad. En cada una de las columnas  $B, B'$  está también fijo un microscopio que tiene por objeto la lectura y aproximación de las divisiones del círculo azimutal.

Este limbo está numerado desde  $0^\circ$  hasta  $360^\circ$ ; pero el círculo vertical lo está por cuadrantes numerados á continuación uno de otro desde  $0^\circ$  hasta  $90^\circ$ ; disposición que, según dijimos (Tomo I, número 243), permite obtener distancias zenitales en una posición del instrumento, y alturas en la posición inversa.

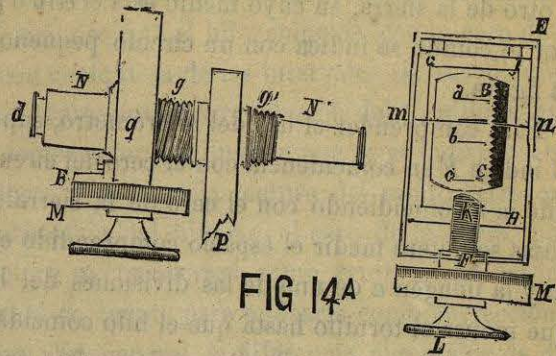
De esta rápida descripción se deduce que son dos los movimientos generales del altazimut; el primero al derredor del eje vertical, hace girar la placa superior del círculo azimutal, y por consiguiente, á todo el instrumento. El segundo se verifica al derredor del eje horizontal del telescopio unido á él. Ambos movimientos permiten dar una revolución entera á los círculos al derredor de sus ejes respectivos.

La retícula del telescopio consta de cinco hilos horizontales y cinco verticales equidistantes, cuyo uso más bien que á la Geodesia pertenece á la Astronomía; porque el altazimut se aplica á las mismas observaciones celestes que el instrumento astronómico llamado *telescopio de tránsitos*. En las operaciones geodésicas se toman los ángulos sirviéndose del punto de intersección de los dos hilos centrales, vertical y horizontal, que es el que debe colocarse en el eje óptico, lo mismo que sucede en el teodolito común.

44.—Antes de exponer las rectificaciones del altazimut, describiré los microscopios micrométricos que sirven para hacer las lecturas angulares tanto en el círculo vertical como en el horizontal, y que reemplazan ventajosamente al vernier. Se ha dado ya una idea de estos aparatos (Tomo I, número 165) al hablar de la estadia; pero no será inútil recordar aquí su mecanismo.

En frente de la graduación de los limbos vertical y azimutal están firmemente colocados dos ó más microscopios  $NN'$  (fig. 14<sup>a</sup>) sostenidos por la pieza  $P$

que los une á las columnas verticales del altazimut. Dos tuercas  $g$  y  $g'$  los fijan á esta pieza, teniendo por tornillo una parte del tubo mismo del microscopio, y sirven para variar la distancia



de éste á la graduación. En el cuerpo del tubo hay otra pieza rectangular  $g$ , en cuyo interior y en coincidencia con el foco común del objetivo  $h$  y del ocular  $d$ , se halla el micrómetro, cuyo corte está representado aparte en el rectángulo  $FE$ , que manifiesta también la apariencia del campo del instrumento, tal como se ve al través del ocular  $d$ , con algunas divisiones  $a, b, c$ , del limbo graduado, amplificadas por el microscopio. Unida á la armadura ó tubo del aparato hay una pequeña lámina metálica  $BC$  una de cuyas orillas está cortada en forma de sierra. En la pieza rectangular  $EF$ , fija también al tubo, y que contiene todo el mecanismo micrométrico, se mueve otro rectángulo de metal  $GH$ , cuyos lados mayores están en contacto con la caja  $EF$  á los que va unido un hilo muy delgado  $mn$ , el cual por el movimiento de la pieza  $GH$  puede ponerse en coincidencia con cualquiera de las divisiones  $a, b, c$ , del limbo. El movimiento se le comunica desde el exterior por medio de un tornillo muy fino  $KL$ , que se atornilla en el rectángulo  $GH$ . Estando fijo este tornillo á la caja  $EF$ , es claro que al girar obliga al rectángulo interior  $GH$  á moverse á lo largo de la misma caja, contribuyendo á hacer suave y uniforme este movimiento los dos resortes  $G$  y  $J$  colocados entre las dos piezas. Al tornillo micrométrico está unido un círculo graduado  $M$ , y en la caja va fija la pequeña lámina  $F$ , la cual tiene grabada una línea que sirve de índice con el que van coincidiendo las divisiones

de la cabeza  $M$  del tornillo cuando éste gira. El tornillo y la sierra  $BC$  están contruídos de manera que al dar aquel una vuelta completa, el hilo  $mn$  recorre precisamente el espacio que hay de un diente á otro de la sierra, en cuyo medio está el *ceró* ó punto de partida, que por lo común se indica con un círculo pequeño, como lo representa la figura.

Para comprender el uso del micrómetro, supongamos que estando el índice  $F$  en coincidencia con el cero del círculo  $M$ , también esté el hilo  $mn$  coincidiendo con el cero de la sierra. Si en este estado de cosas se quiere medir el espacio comprendido entre este último punto y la imagen  $a$  de una de las divisiones del limbo, no habrá más que mover el tornillo hasta que el hilo coincida exactamente con la división  $a$ , y entonces el número de vueltas enteras del micrómetro y la fracción de vuelta darán la medida del espacio que se busca. El número de revoluciones enteras quedará indicado por los dientes de la sierra, y la fracción por la división del círculo  $M$  que coincida con el índice  $F$ . Si, pues, hay algún medio de averiguar el valor angular de una revolución del tornillo, y en consecuencia, el de una división de su cabeza  $M$ , podremos apreciar en medidas angulares, con este instrumento, los espacios más pequeños del limbo.

El valor de una revolución del micrómetro se determina haciendo coincidir el hilo sucesivamente con dos divisiones contiguas  $b$  y  $c$  del limbo, y contando el número  $N$  de vueltas que ha sido necesario dar al tornillo para pasar de una posición á la otra. Si llamamos  $D$  el valor angular de cada división del limbo, el del micrómetro será:

$$v = \frac{D}{N} \dots\dots\dots (1)$$

Por lo regular, en los instrumentos que tienen micrómetros, está dividido el grado en 12 partes, por lo que  $D = 5' = 300''$ , y el tornillo está contruído de manera que dé exactamente 5 vueltas en el espacio de dos divisiones consecutivas, de lo cual resulta:  $v = 1' = 60''$ . Además de esto, la cabeza del micrómetro tiene 60 divisiones, de donde se deduce que cada división vale  $1''$ , cantidad que constituye en tal caso la aproximación que da directamente el

instrumento, aunque para apreciación pueden estimarse medias divisiones, ó sea espacios angulares de  $0''.5$ .

Al ajustar las diversas partes del aparato micrométrico, puede hacerse de manera que el índice exterior  $F$  señale el cero de las divisiones del círculo  $M$ , siempre que el hilo coincida con el cero de la sierra; y en general con cualquiera de los intervalos de sus dientes, cada uno de los cuales representa una revolución del tornillo, según se ha dicho; pero se comprenderá fácilmente que no es indispensable esa precisión en el ajuste, si se hace la lectura del micrómetro que corresponda á la coincidencia del hilo con el cero de la sierra; porque entonces esta lectura se considerará como error inicial del instrumento, que se llevará en cuenta para aplicarlo como corrección á cualquiera otra lectura. En general, la diferencia algebraica de dos lecturas del micrómetro mide el espacio que ha recorrido el hilo para trasladarse de una á otra de las dos posiciones en que aquellas se hayan hecho.

De las explicaciones precedentes se deduce que el microscopio micrométrico sirve para medir las pequeñas fracciones de la graduación del limbo. En cuanto á las divisiones enteras, se aprecian por medio de un índice colocado cerca de la graduación, y en el plano que pasa por el eje óptico del microscopio y el cero de la sierra. Para obtener, pues, la indicación completa que corresponda á una posición determinada de los círculos del altazimut, se leen por el exterior con una lente común los grados y las divisiones enteras de  $5'$ , aplicando en seguida la vista al microscopio y haciendo mover el tornillo en el sentido de la numeración de su cabeza, hasta que el hilo coincida con la división más inmediata al cero de la sierra. La lectura que se obtenga, corregida por el error inicial si lo hubiere, se añade á la de los grados y divisiones enteras de  $5'$ , siendo la suma la indicación correspondiente á la posición del círculo.

45.—Las rectificaciones de los microscopios micrométricos consisten en hacer de manera que se vean con igual claridad en el foco del objetivo el hilo y las imágenes de las divisiones del limbo; así como que cinco revoluciones del tornillo hagan trasladar exactamente al primero de una división á otra del segundó. Para practicar

la primera rectificación se saca el ocular  $d$  hasta que se vea con entera precisión el hilo, y si entonces se ven igualmente bien definidas las divisiones, y no se nota que éstas se muevan respecto de aquél cuando la vista se hace variar ligeramente de posición, existe la condición de que las imágenes de las divisiones se formen en el plano focal que contiene al hilo. Si por el contrario, cuando se ve el hilo con claridad, no sucede lo mismo con las divisiones, ó que al menos cambien éstas aparentemente de lugar respecto de aquel al mover un poco la vista hacia un lado ú otro del ocular, se tiene la prueba de que las imágenes no se forman en el plano focal que pasa por el hilo, y es preciso variar la distancia del microscopio al limbo aflojando uno de los tornillos  $g$  y apretando el otro. Después de algunos tanteos, se consigue la visión perfecta, tanto del hilo como de las divisiones sin movimiento relativo aparente, y entonces se afirman los tornillos  $g$  para que no se altere de nuevo la distancia. Para comprobar la segunda condición, se mueve el tornillo micrométrico de una división á otra, y si las dos lecturas que se obtienen dan exactamente 5 revoluciones enteras por diferencia, existe el perfecto ajuste del micrómetro; pero si no sucede así, es á causa de que la imagen del espacio comprendido entre las divisiones es demasiado pequeña ó demasiado grande. Si para pasar de una línea á la inmediata ha sido preciso dar al tornillo más de cinco revoluciones, las imágenes son demasiado grandes; y en el caso contrario, demasiado pequeñas. Cuando se verifica lo primero, se hará la corrección alejando el objetivo  $h$  del plano del limbo, con cuyo fin se atornilla la rosca que lo une al tubo. Si la imagen es muy pequeña, se acerca un poco el objetivo al limbo desatornillando la misma rosca. Hecha esta variación, la imagen ya no se formará en el plano del hilo, sino en un punto más inmediato al objetivo ó más distante de él, según que éste se haya alejado ó se haya acercado al limbo; pero se reproducirá la visión perfecta volviendo á variar la distancia de todo el microscopio por medio de los tornillos  $g$ .

En general, es bastante difícil hacer con entera precisión estas correcciones, y sólo se consigue después de diversos ensayos practicados con mucho esmero. Comúnmente los fabricantes arreglan con

bastante cuidado las diversas partes del micrómetro, y á menos de que hayan sufrido un desarreglo notable, es acaso preferible comprobar solamente la condición relativa á la claridad de las imágenes, y determinar el error llamado *error de curso* del tornillo, á fin de llevarlo en cuenta para corregir las lecturas angulares, más bien que intentar destruirlo completamente por medios mecánicos. Por otra parte, aun cuando llegue á nulificarse por lo pronto, no permanece mucho tiempo rectificado el instrumento, en razón de los pequeños movimientos que se producen, aunque no sea por otra causa más que por los cambios de temperatura, que dilatan desigualmente las diversas partes del aparato.

46.—El error de curso se determina midiendo, en revoluciones enteras y fracciones del micrómetro, el espacio comprendido entre las divisiones. Sea  $N$  el número de revoluciones enteras que debían medir exactamente ese espacio, y  $N \pm e$  el que las mide en realidad, siendo  $e$  una fracción de revolución. En tal caso, la ecuación (1) dará por valor angular del tornillo:

$$v' = \frac{D}{N \pm e} = \frac{D}{N \left(1 \pm \frac{e}{N}\right)} = \frac{D}{N} \left(1 \mp \frac{e}{N} + \frac{e^2}{N^2}\right)$$

Como se tiene  $v = \frac{D}{N}$ , resultará, sustituyendo y estimando sólo hasta la primera potencia de  $e$  en atención á que esta cantidad es siempre muy pequeña en un instrumento medianamente arreglado:

$$v' = v \left(1 \mp \frac{e}{N}\right)$$

Para tener la fracción de vuelta  $e$ , sea  $n$  el número de divisiones de la cabeza del tornillo, y  $n'$  el número de ellas que sobran ó faltan á las  $N$  revoluciones enteras. Tendremos:  $e = \frac{n'}{n}$ , lo cual reduce la fórmula anterior á la siguiente:

$$v' = v \left(1 \mp \frac{n'}{Nn}\right) \dots\dots\dots (2)$$

Si como sucede habitualmente, se tiene  $D = 300''$ ,  $N = 5$  y  $n = 60$ , resultará  $v = 60''$ , y en consecuencia:

$$v' = 60'' \mp 0''.2n' \dots\dots\dots (3)$$

Supongamos, por ejemplo, que el espacio de 5' del limbo se haya medido con cuatro revoluciones enteras, y 54 divisiones de la cabeza del micrómetro. El valor de cada revolución sería, puesto que  $n' = -6$ :

$$v' = 60'' + 1''.2 = 61''.2$$

y cada división de la cabeza valdría:  $d = \frac{v'}{60} = 1''.002$ , en lugar de 1'' que debería valer si  $n'$  hubiese resultado nulo.

Tomemos por segundo ejemplo el caso en que se obtuviesen 5 revoluciones y 17 divisiones para medir el mismo espacio de 5'. Hallaríamos:

$$v' = 60'' - 3''.4 = 56''.6$$

valiendo, por consiguiente,  $0''.9433$  en vez de 1'', cada división del círculo micrométrico.

Para determinar bien el valor angular del micrómetro, es preciso repetir muchas veces la medida de las divisiones del limbo tanto de  $b$  hacia  $c$  como en el sentido contrario, y presentando en el campo micrométrico diversas partes del limbo con el objeto de independer el resultado de los pequeños errores de la observación y de la graduación.

En los micrómetros sucede casi siempre que al comenzar á mover el tornillo en una dirección contraria á aquella en que se había movido antes, pasan algunas divisiones de su cabeza frente al índice sin que el hilo comience á moverse; y esto sucede á causa de la existencia de un *punto muerto*, ó sea una falta de ajuste exacto entre el tornillo y la tuerca, que deja al primero un pequeño juego en la segunda. Supongamos que *atornillando* el micrómetro se mueva el hilo de  $b$  hacia  $a$  (fig. 15<sup>a</sup>), y que en este movimiento las divisiones de su cabeza vayan pasando por el índice en el orden creciente de su numeración.

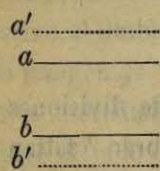


FIG. 15<sup>a</sup>

Si partiendo de  $b$  hacemos coincidir el hilo con la línea  $a$ , leemos  $d$  divisiones. Continuando el movimiento en el mismo sentido podremos llevar el hilo hasta una posición cualquiera  $a'$ , y si entonces *desatornillamos* el micrómetro para hacer retroceder al hilo, al volver este á coincidir con la línea  $a$  ya no señalará  $d$  divisiones, sino  $d - u$ , siendo  $u$  las divisiones que han pasado por el índice antes de que comience á moverse el hilo. He notado que  $u$  es sensiblemente constante para cada micrómetro, y que á veces llega hasta 8 ó 10 divisiones. Por consiguiente, para eliminar el error que de esto puede originarse, lo que debe hacerse es medir los espacios angulares siempre *atornillando* ó siempre *desatornillando* el micrómetro, sin comparar nunca las lecturas que se hayan obtenido por medio de su movimiento en direcciones opuestas. Así, en el primer caso, para medir el espacio  $ab$ , se partirá de  $b'$ , un poco antes de  $b$ , y se llevará el hilo sucesivamente á  $b$  y á  $a$  leyendo las indicaciones que corresponden á las dos posiciones, cuya diferencia da el espacio  $ab$  libre del error  $u$ . Si por el contrario, quiere medirse  $ab$  *desatornillando* el micrómetro, se parte de una posición  $a'$  más avanzada que  $a$  para llevar el hilo á  $a$  y en seguida á  $b$ . Los mismos procedimientos deben seguirse para determinar el valor angular de las revoluciones micrométricas.

Conocido así el valor angular del micrómetro, un espacio que se hubiera medido por  $r$  revoluciones enteras y  $d$  divisiones, sería en segundos:

$$e = rv' + \frac{1}{60} dv' = v' \left( r + \frac{1}{60} d \right) \dots\dots\dots (4)$$

No es preciso contar el número  $r$  de revoluciones en la cabeza del tornillo, puesto que es igual al de dientes de la sierra que haya recorrido el hilo; basta sólo anotar el punto de partida en el índice y ver la posición del hilo al comenzar y al terminar el movimiento.

Con el fin de facilitar la inteligencia del uso del micrómetro, he supuesto que es uno solo el hilo que se mueve con el tornillo, y esta disposición es realmente la que se adopta en los micrómetros colocados á veces en los oculares de los telescopios para medir, dentro

de su campo, pequeños espacios angulares; pero por lo común en los microscopios destinados á la apreciación de las fracciones de un limbo graduado, el tornillo micrométrico hace mover dos hilos que se cortan en ángulo agudo hacia el centro del campo, y las coincidencias se establecen haciendo de manera que las divisiones del limbo bisequen el ángulo de los hilos. La bisección, en efecto, se aprecia con más precisión que la simple superposición de un solo hilo á la imagen de las divisiones. Se comprende que esta diversa disposición no constituye una diferencia real en la teoría y el uso del micrómetro.

47.—Ocupémonos ahora de las rectificaciones de altazimut. Este instrumento debe reunir las condiciones siguientes: 1ª El eje del círculo azimutal á cuyo derredor se mueve la parte superior del aparato, debe ser perfectamente vertical. 2ª El eje del círculo vertical y del telescopio debe ser horizontal. 3ª Los micrómetros del círculo vertical deben estar á la altura necesaria para que correspondan á los extremos de uno de sus diámetros. 4ª Los hilos de la retícula deben ser verticales los unos y horizontales los otros. 5ª La línea de colimación del telescopio debe ser perpendicular á su eje de rotación.

Para examinar la primera condición se hace uso del nivel fijo en el círculo azimutal, ó mejor aún, del que es paralelo al círculo vertical; porque generalmente éste es más sensible que aquél. Muévase el instrumento en azimut hasta que el nivel quede colocado en la dirección de dos de los tornillos del tripié, y por el movimiento simultáneo de éstos llévase la burbuja al medio del tubo, de modo que sus dos extremidades señalen divisiones iguales. En seguida hágase girar el instrumento  $180^\circ$  al derredor de su mismo eje vertical, y si se ha desviado la burbuja, vuélvase á conducir al centro dividiendo la corrección en dos partes iguales, de las que una se hace por medio de los dos tornillos del tripié, y la otra subiendo ó bajando uno de los extremos del nivel con los tornillos de que al efecto está provisto. Si se ha practicado bien la corrección, y si además el eje no está muy inclinado en una dirección perpendicular á la de los dos tornillos, deberá permanecer la burbuja en el medio del tubo al lle-

var el instrumento á su primera posición. Si no sucede así, se vuelve á hacer la corrección, siempre por mitad, con los tornillos del tripié y con el del nivel mismo, repitiendo la operación cuantas veces sea necesario hasta que en las dos posiciones opuestas y paralelas del círculo vertical, permanezca la burbuja en el centro del nivel.

En seguida se hace girar el instrumento  $90^\circ$  en azimut respecto de la posición que ocupaba, quedando por consiguiente el nivel en una dirección paralela á la del tercer tornillo, con el cual se hace la corrección en caso de que la burbuja se desvíe. En esta nueva posición no deben ya tocarse los tornillos del nivel, pues éste ha quedado corregido en la operación precedente, y toda la desviación de la burbuja proviene de la inclinación del eje vertical hacia el tercer tornillo del tripié.

Cuando al comenzar la rectificación de que me ocupo, el eje vertical está muy inclinado en una dirección perpendicular á la de los dos tornillos del pie con los cuales se principia, es en general muy dilatada la corrección del nivel, á menos que se pase de una posición á la opuesta, midiendo exactamente los  $180^\circ$  con la graduación del círculo azimutal. Por esta razón es preferible establecer primero la verticalidad del eje de un modo aproximativo, y corregir después el pequeño error que aún pueda existir. Para ello se hace de manera que en las dos primeras posiciones opuestas no se aleje mucho la burbuja del centro del tubo, corrigiendo su desviación por partes iguales, como se ha dicho; y en seguida, antes de acabar de arreglar el nivel, se lleva á la posición perpendicular á la que ocupaba, con el objeto de destruir en su mayor parte la inclinación del eje por medio del tercer tornillo. De este modo, son ya pequeños el error de verticalidad y el del nivel, y puede volverse á comenzar la operación ejecutando las correcciones con más esmero, hasta conseguir que no sólo en las dos posiciones rectangulares, sino en cualquiera otra intermedia, den sensiblemente la misma indicación ambos extremos de la burbuja. También puede abreviarse mucho la operación ejecutándola primero aproximadamente con el nivel fijo al círculo azimutal, el que siempre es menos sensible que el paralelo al limbo vertical; y después de reducir así á una pequeña cantidad la inclinación