

Error que puede provenir de la longitud del aparato.....	0 ^m .194
” ” ” ” de la reducción al horizonte.....	0 .044
” ” ” ” del alineamiento	0 .025
” ” ” ” de los contactos.....	0 .004
” ” ” ” del término diario.....	0 .006
Suma de los errores.....	0 ^m .27

“Todas las consideraciones que preceden me inducen á creer que el error de la base no es probable que llegue á 0^m.2, por lo menos en la suposición de que el aparato comparador represente exactamente el metro á la temperatura normal, y de que no haya algún vicio constante en el modo de comparar, lo que parece garantizar la concordancia que hemos obtenido en la determinación del coeficiente de dilatación de la madera. Por otra parte, el tramo de 800^m que se había medido usando estacas, se rectificó después que adopté los tripiés, y hechas todas las reducciones, la diferencia de las dos medidas no llega á 0^m.005, lo que proporcionalmente produciría en toda la línea una incertidumbre de 0^m.06.”

CAPITULO IV.

ELECCIÓN DE LOS VÉRTICES.

40.—El reconocimiento previo del terreno, que se recomendó como muy útil en las triangulaciones topográficas, es del todo indispensable en las geodésicas, porque de él depende la elección de un buen plan de operaciones, la economía de tiempo en los trabajos subsecuentes, y acaso el menor costo de la triangulación misma. Generalmente hablando, los principales vértices de una cadena deben establecerse en las montañas elevadas, desde las que se descubre una gran extensión del país, procurando que sean aquellos en el menor número posible, y que los triángulos adquieran las mayores dimensiones compatibles con el poder y el mérito de los instrumentos de que disponga el ingeniero para medir los ángulos. La magnitud de los lados geodésicos, aunque muy variable como fácilmente se comprenderá atendidas las dificultades que presente el terreno y los medios de acción con que se cuente, puede establecerse entre los límites de 20 á 50 ó 60 mil metros, al menos en las operaciones del orden común. (1)

Para hacer un buen proyecto de triangulación conviene formar un croquis del país, tomando algunos ángulos con un instrumento portátil desde lo alto de los montes, á fin de determinar aproximada-

1 Creo que el mayor triángulo medido hasta hoy es uno de los de la triangulación del meridiano de Francia, el cual sirvió para enlazar una de las islas Baleares con la costa de España. El mayor lado de este triángulo tiene 160904^m, que representan 38.4 leguas mexicanas. El menor es de 110236^m, ó 26.3 leguas.

mente la posición de todos aquellos puntos que se crean llenar las condiciones necesarias para servir de vértices. Es también muy útil tomar vistas de las montañas distantes con el objeto de reconocer mejor los puntos que parezcan propios para las estaciones; y en general, no elegir definitivamente un vértice sin haber estado en él, para juzgar por sí mismo de las dificultades que ofrezca para continuar las operaciones, porque sucede muchas veces que á distancia se cree conveniente un lugar por su posición elevada ú otra circunstancia, al paso que colocándose en él se encuentra la vista obstruída por obstáculos que al principio no habían podido apreciarse. La copia del aspecto que presentan los vértices lejanos sirve también para juzgar de qué modo se verán las señales que en ellos se coloquen. Así, por ejemplo, si una estación se distingue limitando el horizonte, la señal que se ponga en ella se proyectará en el cielo, y de consiguiente convendrá pintarla de un color obscuro para que se vea con precisión; mientras que si se ha de proyectar sobre objetos terrestres, será mejor pintarla de blanco, y en general, deberá dársele un color que forme contraste con el del objeto sobre el cual se ve proyectada.

Al ocupar cada estación cuando se hace el reconocimiento, puede averiguarse la manera con que se verá proyectada la señal que se establezca en ella. Sea *A*

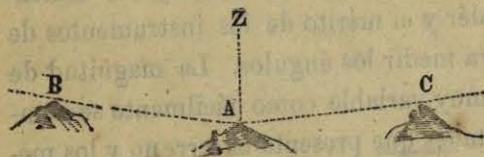


FIG. 9A

(fig. 9ª) la estación de que se trata, y *B* otro vértice desde el cual se desea saber si se proyectará en el cielo ó en la tierra la señal que se ponga en *A*. Midiendo la distancia zenital $z = ZAB$ del punto *B*, y también la del punto *C*, que limita el horizonte en una dirección opuesta á la de *B*, se tendrá: $z' = ZAC$. Si $z + z'$ es mayor que 180° , es claro que el punto *C* estará deprimido respecto de la línea *AB*, y en consecuencia, desde *B* se verá la señal de *A* proyectada sobre el cielo. Si, por el contrario, $z + z'$ es menor que 180° la señal establecida en *A* se distinguirá desde *B* proyectada sobre objetos terrestres.

Muchas veces se establecen los vértices en las poblaciones; en tales casos es necesario elegir puntos muy notables que se distingan de la masa general de edificios, porque de otra manera suele ser muy dificultosa la medida de los ángulos. En todas ocasiones se procurará evitar la elección de estaciones que den lugar á la *reducción al centro*, que se ha dado á conocer en el número 69 de la Topografía.

Cuando se desea establecer geodésicamente un gran número de puntos, se dividen por lo regular las triangulaciones en primarias, secundarias, etc., lo mismo que en la Topografía. Debe, sin embargo, advertirse que cuando los lados no exceden de 15000^m se obtiene toda la precisión apetecible tratando los triángulos como se ha enseñado en las operaciones topográficas, de manera que no estableceremos diferencia alguna respecto de los triángulos geodésicos de las mismas dimensiones, admitiendo que los secundarios de éstas equivalen á los topográficos de primer orden. Cuando las cadenas geodésicas se establecen con el fin de que sirvan de apoyo á una extensa operación topográfica, puede evitarse la medida de las bases topográficas, sirviendo de tales los lados menores de la triangulación geodésica, porque en general deben éstos considerarse como más exactos que las líneas medidas directamente con el decámetro.

41.—Los triángulos geodésicos pueden tratarse como esféricos, según lo que se ha expuesto en el Capítulo II; pero por ser siempre sus lados muy poco curvos, no habría inconveniente en hacerles extensivo lo que se dijo en la Topografía respecto de la figura más ventajosa de los triángulos planos para que influyan menos en ellos los errores de observación. No obstante, demostraré directamente la misma propiedad en los triángulos esféricos poco curvos, valiéndome del análisis infinitesimal, por ser más breve el cálculo.

Si la ecuación

$$\text{sen. } a = \text{sen. } b \frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } B}$$

se diferencia suponiendo variables todos sus elementos, se obtiene:

$$da = \frac{\cos. b \text{ sen. } A}{\cos. a \text{ sen. } B} db + \frac{\text{sen. } b \cos. A \cdot dA - \text{sen. } a \cos. B \cdot dB}{\cos. a \text{ sen. } B}$$

Como los errores angulares, según se ha dicho varias veces, son independientes de los valores de los ángulos, si suponemos $dA = dB$, y además sustituimos el valor de $\text{sen. } b$, resulta:

$$da = \frac{\cos. b \text{ sen. } A}{\cos. a \text{ sen. } B} db + \tan. a (\cot. A - \cot. B) dB$$

y puesto que los lados son siempre de poca amplitud, la relación de sus cosenos, que entra en el primer término, es sensiblemente igual á la unidad; así es que omitiéndola, se tendrá la siguiente expresión del error del lado a :

$$da = \frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } B} db + \tan. a (\cot. A - \cot. B) dB$$

Igualmente hallaríamos para el tercer lado c :

$$dc = \frac{\text{sen. } C}{\text{sen. } B} db + \tan. c (\cot. C - \cot. B) dB$$

Por estas ecuaciones se ve que los errores ó variaciones de los lados a y c provienen de dos causas: la primera es el pequeño error db que pueda existir en la base b del cálculo, y la segunda el error angular. El efecto de la primera no puede nulificarse más que con $db = 0$, y crecerá ó menguará según que el ángulo opuesto á la base sea menor ó mayor que el adyacente.

El efecto de la segunda causa podrá ser nulo cuando lo sean los coeficientes de dB ; condición que equivale á suponer $A = B = C$.

La parte de error que proviene de db , para valores poco diferentes de los ángulos adyacentes á la base, tendría un *mínimum* cuando $B = 90^\circ$; pero esta condición trae consigo la necesidad de ir disminuyendo la longitud de los lados trigonométricos, lo cual es contrario á la conveniencia, porque sería preciso haber partido de una base sumamente grande. Aunque por lo regular los errores de las bases tienen más influencia que los angulares, se adopta la forma deducida de la primera condición, que destruye el efecto de estos últimos, recomendándose solamente el medir las bases con extremada escrupu-

losidad. En la misma hipótesis de triángulos equiláteros, el error que proviene de db , si bien existe, al menos no aumenta. Por idéntica razón se debe tener mucho cuidado de ir aumentando gradualmente la magnitud de los primeros triángulos cuando la base sea menor que la longitud media que se juzgue conveniente dar á los lados de la cadena.

Los coeficientes de dB son de la misma forma que los hallados en el cálculo referente á la mejor figura de los triángulos topográficos (Tomo I, núm. 32), por lo que, si se quiere, podrá transformarse como allí se hizo, para el caso en que el error angular varíe de signo de un ángulo á otro, pues no creo necesario repetirlo aquí. Sólo recordaré que si bien es imposible en la práctica sujetarse á formar triángulos equiláteros, debe procurarse no salir de los límites 30° y 120° para los ángulos. He visto, sin embargo, triangulaciones de mucho mérito en que hay algunos ángulos muy agudos, y en realidad la magnitud de los errores angulares ha disminuído considerablemente en razón de la perfección progresiva que ha logrado alcanzarse en la graduación de los instrumentos, muy superior en su línea al grado de exactitud con que pueden medirse las distancias; así es que cuando no pueda evitarse la elección de triángulos mal configurados, creo que midiendo sus ángulos con más precaución, no deben temerse malos resultados.

42.—Para la demarcación de los vértices se han usado señales geodésicas muy diversas. Las más comunes (fig. 10ª) consisten en tres ó cuatro maderos que forman un trozo de pirámide terminado en su parte superior por un cono invertido, que sirve de punto de mira. El eje del cono se proyecta en el suelo, y se marca su proyección sobre una estaca, á fin de colocarse en el centro mismo de la señal cuando desde ella se observan los ángulos. A veces se cubre de madera su parte superior para que sirva de abrigo al ingeniero y para resguardar el instrumento.

También se ha hecho uso de señales (fig. 11ª) cuyo

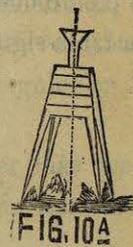


FIG. 10ª

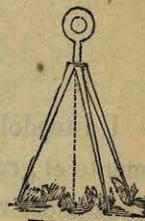


FIG. 11ª

punto de mira es móvil, consistiendo en una lámina de madera ó de metal, que gira alrededor de un eje vertical, á fin de poderla dirigir hacia el punto desde el cual se observa.

Otras señales más permanentes (fig. 12^a) forman pequeños observatorios de mampostería, de ladrillo ó de piedra. En su parte superior están terminadas por un cilindro que sirve á la vez de punto de mira y de apoyo al teodolito.

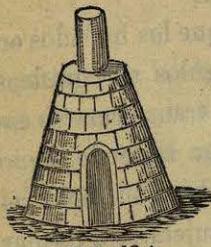


FIG. 12A

Se han usado también como puntos de mira, cilindros, conos ó esferas formados de láminas metálicas (hoja de lata ó latón) que pulimentadas, se ven á grandes distancias, especialmente cuando las hiere la luz del sol.

Respecto de la altura de las señales, se dijo ya en la Topografía que debe ser por lo menos igual á 0.00015 de la distancia desde la cual se han de observar. En cuanto al diámetro del punto de mira, por algunas experiencias que he hecho, creo poder asentar que una señal se distingue muy bien con un antejo mediano cuando su grueso se ve bajo un ángulo de 2'', lo que próximamente equivale á adoptar señales cuyo diámetro sea $\frac{1}{15}$ de su altura, ó bien 0.00001 de la distancia. Con estas dimensiones está formada la tabla siguiente:

DIST.	ALTURA.	DIAM.
20000	3 ^m .0	0 ^m .2
30000	4 .5	0 .3
40000	6 .0	0 .4
50000	7 .5	0 .5
60000	9 .0	0 .6
70000	10 .5	0 .7
80000	12 .0	0 .8

Un teodolito de telescopio poderoso permitirá disminuir notablemente el grueso de las señales, con especialidad cuando á esta circunstancia reuna la de permitir las lecturas angulares con mucha aproximación.

El algunas operaciones geodésicas se han medido los ángulos de noche, poniendo señales luminosas en los vértices. Estas han consistido en lámparas colocadas en el foco de reverberos ó reflectores parabólicos cuya superficie interna, muy bien pulimentada, envía los rayos luminosos á una gran distancia paralelamente al eje del paraboloides. Así midieron los astrónomos Biot y Arago los ángulos del gran triángulo que liga las costas de Cataluña con la Isla de Ibiza. En las operaciones ejecutadas en la India por los geógrafos ingleses se han empleado fuegos de Bengala como señales. Creo que la luz llamada de Drummond, producida sobre un trozo de cal por una corriente de gases oxígeno é hidrógeno, ó mejor todavía la luz eléctrica, suministrarían magníficas señales, con cuya ayuda podrían formarse triángulos muy extensos. Nuestro país se presta admirablemente á grandes trabajos geodésicos; porque en todas partes se encuentran dilatadas llanuras interrumpidas por elevadas sierras y por picos aislados que proporcionarían excelentes estaciones.

Parece que las observaciones nocturnas dan por lo regular resultados más acordes que las ejecutadas de día. Es probable que sea así principalmente en nuestros climas intertropicales, porque la causa más influente de incertidumbre en la dirección de las visuales proviene del movimiento vibratorio del aire, cuyas capas inferiores, calentadas desigualmente, dan lugar á corrientes que hacen ver trémulas las señales, y por lo cual se recomienda medir los ángulos en las primeras horas del día ó hacia la caída de la tarde.

En todos casos las señales nocturnas no deben tener más que el tamaño necesario para que se distingan con el telescopio del teodolito como un punto luminoso ó una estrella pequeña.