

perficie plana del papel otra superficie no desarrollable, como es la del elipsoide terrestre.

A las diferencias establecidas en este Capítulo entre las triangulaciones topográficas y las geodésicas, es preciso agregar otras de la mayor importancia. En primer lugar, la orientación de una cadena geodésica debe hacerse por procedimientos astronómicos, únicos que pueden suministrar toda la exactitud que se necesita. En segundo lugar, el cálculo de las coordenadas geográficas de los vértices demanda la determinación directa de las de uno de ellos por lo menos, también por métodos astronómicos de la mayor precisión. Por esta razón he consagrado la Parte Tercera de este libro á la exposición de los métodos más usuales que sirven para medir directamente el azimut de una línea, y para determinar la latitud y la longitud geográficas de un punto. Estas operaciones constituyen la aplicación indispensable de la Astronomía práctica á la Geodesia.

CAPITULO III.

MEDIDA DE LAS BASES.

30.—La medida de las bases geodésicas es la operación más importante y quizá la más difícil de una triangulación. Nada hay que añadir á lo que se dijo en la Topografía respecto de la elección del terreno, si no es que siendo las bases geodésicas más grandes que las topográficas, necesitan mayor esmero en la elección de las localidades y en el trazo ó demarcación de las líneas. Por lo común se hace éste con un buen teodolito perfectamente nivelado, estableciendo jalones á intervalos de 50<sup>m</sup>, exactamente en la dirección que marca el hilo de la retícula, el cual se ha hecho coincidir primero con la señal que indica el término de la línea.

Los instrumentos que se usan para la medida consisten en reglas de madera ó de metal, cuya longitud varía generalmente de 3<sup>m</sup> á 5<sup>m</sup>, montadas en caballetes ó tripiés con todos los mecanismos necesarios para comunicarles pequeños movimientos en el sentido vertical y en el horizontal, á fin de colocarlas á nivel y exactamente en el plano vertical que pasa por los extremos de la base. La longitud total de las reglas se llama *estación*.

Antes de describir algunos de estos aparatos, indiquemos el método que se sigue para determinar con toda precisión el tamaño de las reglas. Se sabe que todos los cuerpos experimentan variaciones en sus dimensiones, debidas á los cambios de temperatura á que están sujetos, y esta propiedad general de la materia es la que se llama

*dilatabilidad.* Sus efectos son tan constantes, que se han utilizado para construir instrumentos, llamados *termómetros*, que sirven para medir las temperaturas. Un termómetro común consiste en un tubo de vidrio cilíndrico, hueco y muy delgado, lleno en parte de un líquido como mercurio ó espíritu de vino, y con una escala al lado que señala el lugar en que se detiene la columna líquida en cualquiera temperatura. Para graduar la escala de los termómetros se han tomado por término de comparación dos temperaturas fijas: la inferior es la que tiene una masa de hielo cuando se deshace ó se funde, y la superior la que conserva el agua pura al pasar al estado de vapor bajo la influencia del calórico. La primera es constante en cualquier lugar de la tierra; pero la segunda depende mucho de la presión que experimenta el líquido en el momento de la ebullición, ya sea que aquélla provenga del peso de la atmósfera, ya del de cualquiera otro gas que lo oprima. Por esta causa se ha adoptado por temperatura normal de la ebullición, la que adquiere el agua pura hirviendo libremente al nivel del mar, donde se supone constante la presión atmosférica.

Si un termómetro construído como se ha dicho, perfectamente cerrado y libre de aire en su interior, se pone en contacto con trozos de hielo al fundirse, presentará el fenómeno de que va disminuyendo la altura de la columna líquida hasta que se detiene en un punto en el cual permanece por todo el tiempo que tarda el hielo en liquidarse. Entonces se hace una señal en el tubo para marcar el lugar que ocupa el extremo de la columna á esta temperatura fija. En seguida se pone en una vasija de agua caliente, y se ve que la columna sube gradualmente, y se detiene cuando el agua comienza á hervir permaneciendo en el mismo punto mientras dura la ebullición. Si esta última operación se ha hecho al nivel del mar, podrá marcarse el segundo término de la escala termométrica, y dividirse en partes iguales el espacio comprendido entre ellos, á fin de apreciar con el instrumento así graduado, las temperaturas intermedias.

En la escala del termómetro centesimal ó centígrado se divide ese espacio en 100 partes iguales, representando cada una de ellas un grado de temperatura, y colocándose el *cero* de la escala en el punto

de fusión del hielo. En el termómetro de Réaumur el *cero* está también en el punto de fusión; pero difiere del centígrado en que tiene marcados 80° en la temperatura de la ebullición. El termómetro Fahrenheit señala 32° en el punto de fusión y 212° en el de ebullición. Las dos primeras escalas, especialmente la centesimal, se usan en Francia: los ingleses emplean casi siempre la de Fahrenheit.

En todo lo que haya necesidad de exponer respecto de temperaturas adoptaré la escala centesimal; pero como es frecuente tener que valerse de termómetros de otra construcción, trazaré el modo de convertir los grados de cada uno en los de los demás. Llamando *c*, *f* y *r* respectivamente las graduaciones centesimal, de Fahrenheit y de Réaumur, puesto que el *cero* de la primera y la última corresponden á la misma temperatura, se tienen 100:80::*c*:*r*, de donde resulta:  $r=0.8c$  y también  $c=\frac{5}{4}r$ . El de Fahrenheit señala 32 en el punto de fusión, y así tendremos: 212—32:100::*f*—32:*c*, y de aquí se obtiene:

$$f = \frac{9}{5}c + 32^\circ$$

$$c = \frac{5}{9}f - 17^\circ.78$$

Del mismo modo se hallará:

$$r = \frac{4}{9}f - 14^\circ.22$$

$$f = \frac{9}{4}r + 32$$

fórmulas que permiten hacer fácilmente la reducción de las indicaciones de una escala á las de cualquiera otra.

31.—Puesto que el fenómeno de la dilatabilidad altera las dimensiones de los cuerpos, es preciso llevarlo en cuenta al comparar con la unidad fundamental el aparato que sirve para medir las bases geodésicas. Se llama *coeficiente de dilatación* de una substancia cualquiera, la cantidad que aumenta su unidad de longitud por un incremento de un grado centesimal de temperatura. Según esto, una regla que que tenga *l*<sub>0</sub> unidades de longitud á la temperatura de *cero*, aumen-

tará  $cl_0$  por un grado, y en general  $ctl_0$  por  $t$  grados de temperatura, siendo  $c$  su coeficiente de dilatación, de modo que su longitud á  $t$  grados será:

$$l_t = l_0 + ctl_0 = l_0(1 + ct) \dots\dots\dots (1)$$

Si se mide, pues, una barra de cualquier material á la temperatura del hielo, y después á la temperatura  $t$ , la fórmula anterior dará su coeficiente, á saber:

$$c = \frac{l_t - l_0}{tl_0} \dots\dots\dots (2)$$

Para los cuerpos sólidos siempre es  $c$  extremadamente pequeño, de suerte que no es indispensable que una de las medidas de la barra se haga á  $0^\circ$ ; porque si se hacen dos medidas á las temperaturas  $t_1$  y  $t_2$  se tiene:

$$l_1 = l_0(1 + ct_1)$$

$$l_2 = l_0(1 + ct_2)$$

de donde eliminando á  $l_0$  resulta:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{1 + ct_1}{1 + ct_2} = (1 + ct_1)(1 - ct_2) = 1 + c(t_1 - t_2)$$

y despejando se encuentra:

$$c = \frac{l_1 - l_2}{l_2(t_1 - t_2)} \dots\dots\dots (3)$$

La Tabla que sigue presenta los valores del coeficiente de dilatación  $c$  hallados experimentalmente para diversas substancias:

MATERIAS.	COEF. DE DILAT.
Oro.....	0.00001466
Platina.....	0.00000884
Plata.....	0.00001910
Cobre.....	0.00001718
Latón.....	0.00001878
Bronce.....	0.00001817
Hierro forjado.....	0.00001220
Hierro fundido.....	0.00001125

MATERIAS.	COEF. DE DILAT.
Acero no templado.....	0.00001079
Acero templado.....	0.00001239
Plomo.....	0.00002857
Zinc.....	0.00002942
Estaño.....	0.00002173
Vidrio.....	0.00000861
Mercurio.....	0.00018018
Agua pura.....	0.000466
Agua salada.....	0.000500
Aire y gases.....	0.00367

32.—Los modelos ó patrones de medidas que conservan los gobiernos son por lo regular de metal, y tienen marcada la temperatura á la cual representan la unidad legal de longitud. El metrotipo de Francia es de platina, y el de México, comparado con aquél, es de latón. Ambos representan el metro legal á  $0^\circ$  de temperatura, y á cualquiera otra, deberán calcularse sus longitudes por la fórmula (1), haciendo en ella  $l_0 = 1$ , y tomando por  $c$  el valor que corresponde al metal de que están contruídos.

Supongamos que la unidad-modelo con que se cuente para determinar la verdadera longitud de una regla geodésica, no represente el metro á  $0^\circ$ , sino que haya sido contruída igual al metro de Francia cuando ambos tenían la temperatura  $\theta$ . Llamando  $F$  el metro francés que es de platina, y  $M$  el que va á usarse, se tiene:

$$F_\theta = M_\theta$$

Pero designando por  $p$  el coeficiente de dilatación de la platina, y por  $c$  el del material del metro  $M$ , se tiene también:

$$F_\theta = 1^m + p\theta$$

$$M_\theta = M_0(1 + c\theta)$$

luego igualando, hallaremos:

$$M_0 = \frac{1 + p\theta}{1 + c\theta} = 1^m - (c - p)\theta \dots\dots\dots (4)$$

fórmula por cuyo medio se determina la longitud del modelo  $M$  á  $0^\circ$  de temperatura.

La temperatura  $x$  á la cual  $M$  es exactamente igual á  $1^m$ , se obtendrá por la ecuación:

$$1^m = M_x = M_o(1 + cx)$$

Sustituyendo el valor de  $M_o$  y despejando, resulta:

$$x = \frac{(c-p)\theta}{c - c(c-p)\theta}$$

pero como el segundo término del denominador es de segundo orden, tendremos desechándolo:

$$x = \frac{(c-p)\theta}{c} \quad (5)$$

La temperatura  $\theta$  de la comparación debe estar grabada en el metro. Su longitud á cualquiera otra temperatura  $t$ , será:

$$M_t = M_o(1 + ct) = 1^m + p\theta + c(t - \theta) \quad (6)$$

ó bien en función de  $x$ :

$$M_t = M_x[1 + c(t - x)] = 1^m + c(t - x) \quad (7)$$

Supongamos que se tenga un metro de latón cortado igual al de Francia á la temperatura de  $8^\circ$ . La temperatura á la cual representa realmente el metro legal, es:

$$x = \frac{(0.0000188 - 0.0000088)8}{0.0000188} = 4^\circ.3$$

Su longitud á  $0^\circ$  será:

$$M_o = 1^m - 0.0000188 \times 4.3 = 0^m.99991916$$

y la que tenga á cualquiera otra temperatura  $t$ :

$$M_t = 1^m + 0.0000188(t - 4^\circ.3)$$

33.—Comprendidas estas generalidades, supongamos que se quiera determinar la longitud de una regla geodésica para medir una base. Llamemos  $R_o$  su tamaño á  $0^\circ$  y  $m$  el coeficiente de dilatación del material de que está construída. A una temperatura cualquiera

$t$ , á la cual se hace la comparación con el metro-modelo, tendrá la regla la longitud:

$$R_t = R_o(1 + mt) \quad (8)$$

Siendo  $c$  el coeficiente de dilatación que conviene al metal de la unidad-modelo, y  $n$  el número de veces que esta cupo en la longitud de la regla, se tendrá:

$$R_t = n(1 + ct) \quad (9)$$

Igualando ambos valores, resulta:

$$R_o = n[1 + (c - m)t] \quad (10)$$

Conociendo la longitud de la regla á  $0^\circ$ , la ecuación (8) dará la que tiene á otra temperatura cualquiera. Si la regla y el metro son de una misma substancia, se tendrá  $m = c$ , y la última fórmula da  $R_o = n$ . En efecto, en este caso son iguales los cambios de longitud.

Puede suceder que  $m$  no sea conocido, y entonces para determinar su valor á la vez que el de  $R_o$ , es insuficiente la ecuación (10); pero repitiendo la comparación á otra temperatura  $t'$ , se tendrá:

$$R_o = n'[1 + (c - m)t']$$

y eliminando á  $R_o$  entre ésta y la fórmula (10), se halla:

$$m = c + \frac{n - n'}{nt - n't} \quad (11)$$

En seguida la ecuación (10) suministrará el valor de  $R_o$ . Debe procurarse que las temperaturas  $t$  y  $t'$  difieran bastante con el objeto de disminuir el efecto de los pequeños errores de observación.

34.—El método que he expuesto fué con poca diferencia el que seguí para comparar el aparato geodésico con que medí la base para la triangulación del Valle de México. Las reglas eran de madera, substancia cuya dilatabilidad es tan pequeña, que muchos físicos la suponen nula. Sin embargo, Kater ha hallado que el pino blanco tiene un coeficiente de 0,0000041, y Puissant encontró 0.0000047 para la madera de sabino. Yo no conocía más que esas dos experiencias, y me propuse determinar el coeficiente de nuestro pino [oyamel]

de que estaban construídas las reglas. Con el objeto de presentar con más minuciosidad un ejemplo de operaciones prácticas, copiaré algunos trozos de la Memoria que remití al Gobierno al terminar la medida de la base. <sup>(1)</sup>

“El aparato comparador de que podía disponer, consiste en un metro-modelo, un medio metro y un doble-decímetro, todos de latón, construídos por Parent y garantizados con el sello del gobierno francés. Al doble-decímetro, dividido en milímetros, le he adaptado un vernier que permite apreciar directamente  $0^m.00005$ , y que ha servido para medir el exceso de las reglas sobre los metros enteros. Un termómetro centígrado, unido al aparato, indica su temperatura en el momento de las observaciones.

“Establecida cada una de las reglas horizontalmente, y sostenidas por la cuarta y las tres cuartas partes de su longitud, con el objeto de colocarlas absolutamente en las mismas circunstancias que cuando se procede á la medida de la base, aunque no se les haya notado flexión alguna, se ha puesto el metro-modelo en coincidencia con uno de los extremos de la regla, y en esta posición se ha fijado fuertemente á ella por su medio, con un tornillo de presión. En seguida el medio metro se ha puesto en contacto con el metro entero, fijándolo á la regla de igual manera, y luego que se ha estado cierto de que subsistían todas las coincidencias, se ha dejado pasar algún tiempo para que el termómetro tome la temperatura del aparato. Una vez anotada ésta, se ponía en libertad el metro entero para volverlo á fijar á continuación del medio metro, procediendo absolutamente lo mismo que antes. El exceso de la regla sobre cuatro metros enteros se ha apreciado con el vernier del doble-decímetro. Los contactos de las diversas partes del aparato han sido tan perfectos como puede desearse, y algunas veces, para variar los procedimientos, en lugar de comenzar por la coincidencia de la regla con el metro, se ha colocado éste á una pequeña distancia del extremo de aquella, ya hacia adelante, ya hacia atrás, apreciando también la fracción de metro con el vernier. Ambos métodos han conducido á los mismos resultados,

<sup>(1)</sup> Véase la “*Memoria para la carta hidrográfica del Valle de México*,” (pág. 24), publicada por el Sr. Orozco y Berra.

lo que prueba la firmeza del aparato que se ha sujetado á diversas temperaturas.

“En los primeros días de la medida de la base, y cuando todavía se usaban las estacas de que hice mención en lugar de los tripiés, se notó en dos de las reglas una torsión bastante sensible, á pesar de todas las precauciones que había tomado para impedirla; mas como sólo se habían medido ochocientos metros cuando me resolví á adoptar los tripiés, quise comenzar de nuevo toda la medida con el aparato así modificado, tanto para buscar una comprobación del grado de exactitud que podía esperar, como porque la ligera torsión de las dos reglas había alterado probablemente su longitud, dada por las comparaciones que se habían hecho, lo que hacía indispensable una nueva medida del aparato. Afortunadamente no se volvió á notar cambio alguno en él, de suerte que toda la medida de la base se practicó con la longitud que resultó de las comparaciones posteriores, y que difiere cosa de  $0^m.003$  de la que se había obtenido primero.

“Para evitar el error que hubiera provenido de la pequeña curvatura de las reglas haciendo la comparación como se explicó al principio, procedí de esta manera: medida repetidas veces una de ellas que no había sufrido torsión alguna, se determinó la longitud de las demás por diferencias medidas con el vernier, de suerte que de este modo se tenía la distancia, en línea recta, comprendida entre los extremos de cada regla, eliminando también el error inicial del comparador, circunstancia que bastaría por sí sola para preferir este segundo método de comparación, pues aunque aquel error se había determinado con el mayor cuidado desde el principio, es siempre más seguro proceder de manera que los resultados queden independientes de él.

“Todos los señores ingenieros que hoy forman la Comisión han repetido también las observaciones, operando cada uno aisladamente, y anotando los datos en su registro particular para calcularlos separadamente con el objeto de comparar sus resultados con los míos. Antes de darlos á conocer, expondré el método de reducción que he creído conveniente adoptar.

“Las cantidades incógnitas que se trata de determinar son dos, á

saber: la longitud del sistema de reglas ó estación á una temperatura fija ó *normal*, y la dilatación relativa de la madera por cada grado centesimal. De consiguiente, dos comparaciones que suministran otras tantas ecuaciones entre ambas incógnitas, bastarían para determinar el valor de éstas; pero este procedimiento presupone la exactitud de todos los elementos recogidos de la observación, hipótesis inadmisibles, por más precisos que se supongan los instrumentos y los métodos empleados. Es, pues, necesario repetir las experiencias, y dando cada una de ellas una ecuación de condición, determinar los valores más probables de las incógnitas, que son aquellos que satisfacen mejor á todas las ecuaciones. El análisis demuestra que estos valores son los que reducen á un *mínimum* la suma de los cuadrados de los errores, y por tanto, las variables deben determinarse estableciendo algebraicamente esta condición. La aplicación que he hecho de la teoría de los *mínimos cuadrados* (1), es la siguiente:

“Designando por  $E_0$  la longitud de la estación á 0° de temperatura; por  $m$  el coeficiente de dilatación incógnita de la madera; por  $t$  la indicación del termómetro en el momento de la comparación; y por  $M$  la del metro-modelo cuya dilatación  $l$  es conocida, se tendrá una ecuación de esta forma:

$$E_0(1+mt) = M(1+lt)$$

“Para abreviar, llamaré  $x$  la dilatación absoluta de la estación, esto es:  $x = mE_0$ , y representaré por  $a$  el segundo miembro de la ecuación, que se conoce, puesto que  $l = 0.0000188$ , con lo que se transformará en esta otra:

$$E_0 + tx = a$$

(1) El método de los *mínimos cuadrados* está fundado en la teoría matemática de las probabilidades, y sirve para combinar un número cualquiera de ecuaciones de condición á fin de obtener los valores más probables de las incógnitas que entran en ellas. La regla final para hacer la combinación, se reduce á multiplicar cada ecuación de condición por el coeficiente que en ella tiene una de las incógnitas, tomado con su signo, y á sumar las nuevas ecuaciones que resultan. La misma regla aplicada respecto de cada una de las incógnitas, da tantas ecuaciones llamadas *normales*, como incógnitas había en las de condición; y en consecuencia, pueden resolverse por las reglas comunes del álgebra.

“Cada comparación da una ecuación semejante; de suerte que en  $n$  comparaciones se tendrán entre las incógnitas  $E_0$  y  $x$  las  $n$  ecuaciones de condición:

$$E_0 + t_1 x = a_1$$

$$E_0 + t_2 x = a_2$$

$$E_0 + t_3 x = a_3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$E_0 + t_n x = a_n$$

“Llamando ahora  $T$  la suma algebraica de las temperaturas;  $A$  la de los valores de  $a$ ;  $B$  la de los cuadrados de las  $t$ , y  $C$  la de los productos  $a t$ , se tendrá:

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + \dots\dots t_n \quad B = t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 + \dots\dots t_n^2$$

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots\dots a_n \quad C = a_1 t_1 + a_2 t_2 + a_3 t_3 + \dots\dots a_n t_n$$

“Con estas anotaciones, las ecuaciones normales entre  $E_0$  y  $x$ , que expresan la condición de los mínimos cuadrados, serán entonces:

$$n E_0 + T x - A = 0$$

$$T E_0 + B x - C = 0$$

de donde se obtendrá finalmente:

$$x = \frac{A T - n C}{T^2 - n B} \quad E_0 = \frac{A}{n} - \frac{T}{n} x$$

“Una vez calculada  $x$  puede sustituirse, si se quiere, en cada una de las ecuaciones de condición para tener los valores individuales de  $E_0$ . Por último, el coeficiente de dilatación de la madera se sacará de la relación:

$$m = \frac{x}{E_0}$$

“No siendo posible incluir aquí todos los datos y los cálculos, que son bastante largos, me contentaré con poner á la vista los resultados que hemos obtenido separadamente los Sres. D. Manuel Fernández, D. Miguel Iglesias, D. Francisco Herrera y yo, cada uno por seis comparaciones de toda la longitud de la estación, además de las

que se han hecho posteriormente á la medida de la base. El coeficiente de dilatación del pino resulta:

Según mis observaciones.....	$m = 0.0000041$
„ las del Sr. Fernández.....	$m = 0.0000039$
„ las del Sr. Herrera.....	$m = 0.0000044$
„ las del Sr. Iglesias.....	$m = 0.0000045$

“Atendida la extremada pequeñez de esta cantidad, todos estos números pueden considerarse idénticos á los de Kater y Puissant.”

A pesar de la concordancia de los anteriores resultados, para adoptar los valores finales se combinaron todas las observaciones, obteniéndose definitivamente:

$$E_0 = 20^m.55134 \quad m = 0.0000042$$

35.—Los aparatos para la medida de las bases se han variado tanto, que no podríamos hacer la descripción de todos ellos, ni aun mencionar los diversos arbitrios á que han acudido los geógrafos para conseguir la mayor precisión combinada hasta donde es posible con la comodidad en el manejo de estos instrumentos. Haremos sólo una breve descripción de dos ó tres sistemas, persuadidos de que bien penetrado el ingeniero de las condiciones que debe reunir cualquiera de ellos, apreciará las modificaciones que advierta en los que tenga ocasión de usar, y aun acaso inventará otras que estén adecuadas á las circunstancias que le rodeen.

Las reglas, llamadas de Borda, con que se han medido algunas de las bases de la carta de Francia, son de platina y en número de cuatro. La longitud de cada una es próximamente de 4<sup>m</sup>, y tiene superpuesta otra regla de cobre un poco más corta, fijada invariablemente por uno de sus extremos á la de platina y libre por el otro. El objeto de esta combinación bimetálica es el de poder apreciar la temperatura del aparato, por medio de la diferencia de dilataciones de las dos reglas, con cuyo fin tiene trazadas la de cobre algunas divisiones en su extremidad libre, y la de platina un vernier para estimar las fracciones de aquellas. Además de esto, cada regla de platina tiene en uno de sus extremos otra regla pequeña que se mueve en una ra-

nura, en la cual hay otro vernier para apreciar la partes de las divisiones de la regla pequeña. Con este mecanismo, no es preciso poner las reglas en contacto al hacer la medida, sino que se colocan á una corta distancia una de otra, la cual se mide después sacando la regla pequeña hasta que toque á la inmediata, y anotando la prolongación que indica el vernier de la ranura. Cada una de las reglas está sostenida por otra de madera que descansa á su vez sobre tripiés con puntas de hierro que se clavan en el suelo por medio de un mazo.

El célebre astrónomo Bessel hizo uso de un aparato, también bimetálico, compuesto de reglas de hierro y de zinc. Las primeras tenían una longitud de 4<sup>m</sup>, por 0<sup>m</sup>.025 de anchura y 0<sup>m</sup>.01 de espesor próximamente; y las de zinc de igual grueso y de unos 0<sup>m</sup>.012 de ancho, eran un poco menores que las de hierro. Estas últimas estaban terminadas por aristas verticales en forma de bisel, y las de zinc por aristas horizontales. La diferencia de longitud de estas dos reglas se medía por medio de una lámina de vidrio dividida, y terminada por caras no paralelas, formando así una especie de cuña que se introducía entre la arista vertical de la regla de hierro y la horizontal de la de zinc. Esta medida daba á conocer la diferencia de dilataciones de los dos metales.

Los astrónomos Zach y Plana midieron las bases de Aix y de Turin con reglas de madera de sabino impregnadas de aceite y barnizadas, con el objeto de preservarlas de la humedad. Al operar, el barón de Zach dejaba de una regla á la inmediata un pequeño espacio, que medía en seguida con otra regla pequeña de cobre dividida. Plana hacía mover una de las reglas hasta que un hilo muy fino que tenía cada una en un anillo fijo en su extremidad, cortase exactamente un punto marcado en la regla inmediata.

El ingeniero piamontés Porro ha inventado un aparato de la mayor precisión, y que resulta del uso combinado de una varilla de madera y de dos ó más microscopios. La varilla, de 3<sup>m</sup> de longitud próximamente y de 0<sup>m</sup>.01 de diámetro, está contenida por medio de diafragmas en el eje de un tubo de cobre, y lleva en sus extremidades dos láminas metálicas pequeñas y divididas en diezmilímetros. Los microscopios, apoyados en sólidos tripiés que se clavan en la di-