

ANÁLISIS.—El valor que aquí debe suponerse es el correspondiente al reloj, en razon de que de él han de proceder los otros como múltiplos y submúltiplos; pero á fin de facilitar la operacion, y como se dejó indicado, se elige un número que cuadruplicado dé octava parte exacta. Este número será 2, el cual representa la primera cantidad proporcional que de este problema resulta; la segunda proporcional, segun el mismo problema, la representará el cuádruplo del anterior, y la tercera se hallará tomando la octava parte de la segunda proporcional que es lo que el problema exige. Buscadas así las partes proporcionales, se colocarán como sumandos para reunirse en una sola cantidad, la que expresará la suma de las partes proporcionales provenida del número supuesto. En columna distinta se pondrán por separado los datos adicionales de \$200 provenientes del valor del carruaje, los \$50 dimanados del aumento del cintillo, y los \$25 como octava parte que completa el valor del referido cintillo con respecto á los \$200 relativos al valor del carruaje. Sumando ambas columnas, dará la primera el total de las partes proporcionales supuestas, y la segunda el importe de las adicionales verdaderas. Este importe se restará de \$1100, valor total de los efectos, representando la diferencia que se encontrare el monto de las partes proporcionales verdaderas.

En este estado el problema, ya ministra los datos proporcionales y necesarios para hallar el cuarto término que se busca, equivalente al valor del reloj.

RESOLUCION PRÁCTICA.

Partes proporcionales.		Partes adicionales.
Número supuesto	2	
Cuádruplo	8	+ 200
Octava parte	1	+ 50
		+ 25 por octava de 200.
Suma de partes proporcionales.	11	275 suma de adicionales.
		1100 valor de los objetos.
		825 monto proporcional verdadero.

$$11 : 825 :: 2 : x =$$

1650	11	
055	150	valor verdadero del reloj.
000	600	} id. id. del carruaje.
	200	
	75	} valor del cintillo.
	25	
	50	
1100		suma que comprueba.

PROBLEMA.—Un copista de música copia una ópera en dos meses, otro en tres, y otro en cinco: repartida la copia entre los tres, ¿en qué tiempo la harán?

ANÁLISIS.—En esta clase de problemás es indispensable buscar la homogeneidad respecto del trabajo que en una misma unidad de tiempo debe hacer cada individuo. Conseguido esto se suman las parcialidades de los trabajos que en una misma unidad de tiempo pueden practicarse. Con esta operacion se consigue el conocimiento de los tres términos con que se formará la Regla de Tres que ha de producir por cuarto término el dato que se buscaba.

Los tres términos indicados serán:

- 1º La suma de las parcialidades de las copias hechas en una unidad de tiempo.
- 2º La unidad que representa toda la obra ó trabajo.
- 3º La unidad de tiempo que sirvió de punto de partida y á que se refieren las parcialidades.
- 4º El tiempo que en el problema se pide, y que se hallará por resultado de la Regla de Tres que de todo esto resulta.

PRÁCTICA.

Supuesto que el mes aparece en el problema como unidad comun de tiempo, se deberá prefijar la parte de copia que en esa unidad de tiempo hará cada copista, encontrando así las parcialidades indicadas. Por esto el que en dos meses hacia la obra, en un mes hará $\frac{1}{2}$; el que la hacia en tres meses, en uno hará $\frac{1}{3}$, y el que la hacia en cinco, en uno hará $\frac{1}{5}$. De la suma de estos quebrados, que á continuacion se verifica, se seguirá el procedimiento expuesto.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{31}{30}$$

$$\frac{31}{30} : 1 :: 1 : x =$$

$$\frac{1}{1 \div \frac{31}{30}} = \frac{30}{31} \text{ avos de mes, tiempo pedido.}$$

PROBLEMA.—Un capital se distribuye entregando su cuarta parte á un heredero; á otro un quinto del mismo capital; la suma de las dos partes anteriores al tercero, y al último \$6000. ¿Qué capital será el divisible?

RESOLUCION.—Se supone el número 20 que contiene cuarta y quinta parte.

	20
Para el primero	5
Para el segundo	4
Para el tercero	9
Partes proporcionales .	18
Capital supuesto	20

2 número equivalente á los \$6000 correspondientes al último interesado, y cuyo número servirá de base para encontrar el capital pedido. Los tres términos de la Regla de Tres, serán: 2 y \$6000, términos equivalentes; y 20 capital supuesto, y x capital verdadero que debe encontrarse.

PRÁCTICA.— $2 : 6000 :: 20 : x = \$60000$, capital pedido.

$$\begin{array}{r} 120000 \overline{) 2} \\ \underline{00000} \\ 60000 \end{array}$$

COMPROBACION.—Capital total hallado. . \$60000

Para el primero $\frac{1}{4}$. . .	15000
Para el segundo $\frac{1}{5}$. . .	12000
Para el tercero, la suma de las dos partes ant. ^s	27000
Para el cuarto	6000
Suma	\$60000, igual al capital total.

La parte expuesta respecto de esta Regla, basta para darla á comprender; advirtiéndose que dicha regla es una de las que mayor práctica necesitan para llegarla á poseer.

SÉTIMA SECCION

Teorías y práctica de la Regla de Aligacion.

Regla de Aligacion es la que sirve para encontrar el precio medio á que deben venderse distintos objetos de diversos precios designados, á fin de hallar el mismo producto que vendidos á los precios primitivos, ó bien la que determina las porciones que de distintos objetos deban mezclarse proporcionalmente para poderse vender á un precio medio fijado, obteniendo el mismo producto que el que resultara vendiendo las porciones á sus respectivos precios.

Como de la definicion anterior se deduce, esta regla comprende dos casos generales.

El primero se refiere á encontrar el precio medio entre otros varios, de los cuales unos sean mayores y otros menores, circunstancia indispensable para que el primero sea en realidad precio medio.

La regla que para tal caso debe aplicarse se reduce á la que en seguida se expone.

Dados los objetos con sus precios correspondientes, se colocan los primeros en forma de sumandos, y los segundos se ponen en seguida bajo el mismo orden, interponiéndoles el signo de multiplicar. Después de cada número de los objetos por su precio indicado se coloca el signo de multiplicacion cada producto y en el orden debido para la suma se dividirá por la de los objetos, expresando el precio medio pedido.

PROBLEMA DEL PRIMER CASO.—A qué precio medio se podrá vender un

RESOLUCION.—Se supone el número 20 que contiene cuarta y quinta parte.

	20
Para el primero	5
Para el segundo.	4
Para el tercero	9
Partes proporcionales .	18
Capital supuesto.	20

2 número equivalente á los \$6000 correspondientes al último interesado, y cuyo número servirá de base para encontrar el capital pedido. Los tres términos de la Regla de Tres, serán: 2 y \$6000, términos equivalentes; y 20 capital supuesto, y x capital verdadero que debe encontrarse.

PRÁCTICA.— $2 : 6000 :: 20 : x = \$60000$, capital pedido.

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 120000 \overline{) 2} \\ 00000 \quad 60000 \end{array}$$

COMPROBACION.—Capital total hallado. . \$60000

Para el primero $\frac{1}{4}$. . .	15000
Para el segundo $\frac{1}{5}$. . .	12000
Para el tercero, la suma de las dos partes ant. ^s	27000
Para el cuarto.	6000
Suma.	<u>\$60000</u> , igual al capital total.

La parte expuesta respecto de esta Regla, basta para darla á comprender; advirtiéndole que dicha regla es una de las que mayor práctica necesitan para llegarla á poseer.

SÉTIMA SECCION

Teorías y práctica de la Regla de Aligacion.

Regla de Aligacion es la que sirve para encontrar el precio medio á que deben venderse distintos objetos de diversos precios designados, á fin de hallar el mismo producto que vendidos á los precios primitivos, ó bien la que determina las porciones que de distintos objetos deban mezclarse proporcionalmente para poderse vender á un precio medio fijado, obteniendo el mismo producto que el que resultara vendiendo las porciones á sus respectivos precios.

Como de la definicion anterior se deduce, esta regla comprende dos casos generales.

El primero se refiere á encontrar el precio medio entre otros varios, de los cuales unos sean mayores y otros menores, circunstancia indispensable para que el primero sea en realidad precio medio.

La regla que para tal caso debe aplicarse se reduce á la que en seguida se expone.

Dados los objetos con sus precios correspondientes, se colocan los primeros en forma de sumandos, y los segundos se ponen en seguida bajo el mismo orden, interponiéndoles el signo de multiplicar. Después de cada número de los objetos por su precio indicado se coloca una línea horizontal, y en el orden debido para cada producto se divide cada producto por la suma de los objetos, expresando el precio medio pedido.

PROBLEMA DEL PRIMER CASO.—A qué precio medio se podrá vender un

conjunto de varas de alfombra, poniendo 48 varas de á 12 reales vara, 56 de á 18 rs., 32 de á 20 rs., y 64 de á 26 rs.?

Varas.	Precios.	Productos.
48	× 12 rs.	= 576
56	× 18 rs.	= 1008
32	× 20 rs.	= 640
64	× 26 rs.	= 1664
<hr/>		
200		3888 200
		1888 19,44 precio medio pedido.
		0880
		0800
		000

La comprobacion de que el resultado es bueno, consistirá en que el producto del conjunto de las varas por su precio medio sea igual á la suma de los productos parciales.

Por ejemplo:— Suma de los productos parciales. . . . 3 8 8 8
 Número de varas 2 0 0
 Precio medio × 1 9,4 4
3 8 8 8(0 0 igual 3 8 8 8

El primer caso de que se viene tratando no presenta dificultad alguna, y solo se advierte que cuando los precios son heterogéneos, como si fueran unos en pesos y otros en reales, se anotarían convertidos á una misma especie, que en el caso serían reales, y por consecuencia homogéneos.

La operacion que sigue pone en claro lo relativo á este punto.
PROBLEMA.—¿Qué precio medio sacará la @ de azúcar en un conjunto compuesto de 200 @ á 12 rs., 325 á \$2 y 475 á \$2-4 rs.?

Segun antes se dijo, los precios se considerarán todos convertidos en reales al plantear el problema; entonces el procedimiento se verifica como sigue:

Arrobas.	Reales.	Productos.
200	× 12 =	2400
325	× 16 =	5200
475	× 20 =	9500
<hr/>		
1000		17100 1000
		07100 17,10 precio medio en reales.
		01000
		00000

Por supuesto, para verificar cualquiera cantidad por mil, bastará separar sus tres últimas cifras de la derecha, por lo que la division anterior se repite bajo el supuesto indicado:

17100

El segundo caso que la definicion abarca, consiste en que conocidos los precios de los objetos y el precio medio, se busque la parte proporcional que de cada objeto debe ponerse, á fin de que, sumadas estas, den la mezcla general, la que vendida al precio medio fijado, produzca la misma cantidad que las partidas proporcionales multiplicadas por sus precios respectivos.

Para conseguir tal resultado, obsérvese la regla siguiente:

Colóquense los precios en forma de sumandos, encerrándolos por la izquierda con una llave, colocando fuera de ella y en su punto intermedio el precio medio fijado. De los precios de los objetos se elegirán dos, bajo la circunstancia precisa de que sean uno menor y otro mayor que el referido precio medio. Se comparará este con el menor, colocando su diferencia al lado del precio mayor, separándolos por medio de un guion. Luego se buscará la diferencia entre el precio mayor y el medio, colocándola al lado del precio menor. Este mismo procedimiento se observará con los demás términos que el problema pudiere contener. Estas diferencias representarán la porcion que de cada efecto debe ponerse: esto es, el número colocado en direccion del precio menor indicará la porcion que se pondrá del efecto de ese precio, considerando análogamente la porcion relativa al precio mayor.

PROBLEMA.—¿Cuántos relojes de á \$15, de \$25, de \$40 y de \$55 se pondrán para formar un conjunto que pueda venderse á razon de \$30 el reloj?

Precios.	Porciones.
15 - 25	relojes.
25 - 10	"
40 - 5	"
55 - 15	"
<hr/>	
55	conjunto de las porciones pedidas.

Para comprobar el problema anterior, así como todos los de su género, se multiplicará cada porcion por el precio primitivo que le corresponda, y la suma de todos esos productos parciales deberá ser igual al producto del conjunto hallado, multiplicado por el precio medio, como se ve á continuacion:

Porciones.	Precios.	Productos parciales.
25	× \$15 =	375
10	× \$25 =	250
5	× \$40 =	200
15	× \$55 =	825
<hr/>		
55	conjunto.	
× 30	precio medio.	
<hr/>		<hr/>
1650		= 1650

Es de advertirse que cuando en los diversos precios que se fijan en esta clase de problemas, solo uno de ellos sea mayor ó menor que el precio medio, ese mismo precio mayor ó menor se tomará para compararse con cada uno de los otros á fin de buscar las diferencias, y por consecuencia el referido precio mayor ó menor tendrá á su lado tantas diferencias como sean los otros términos. La suma de estas distintas porciones representará la total relativa al precio respectivo.

PROBLEMA.—¿Cuántos tápalos de á \$4, de á \$6, de á \$8 y de á \$12 se han de poner para hacer un conjunto que pueda venderse á razon de \$10 el tápalo?

Operacion.	Comprobacion.
10 { 4 - 2	= 2 × 4 = 8
6 - 2	= 2 × 6 = 12
8 - 2	= 2 × 8 = 16
12 - 6 + 4 + 2	= 12 × 12 = 144
Conjunto de porciones	<u>18 × 10 = 180</u>

El segundo caso de la Regla de Aligacion de que se está tratando, comprende otras tres cuestiones de géneros distintos, las cuales pueden denominarse de *Doble y Triple Aligacion*.

Consiste la de *Doble Aligacion*, en que el problema que la comprende no solo demande las porciones parciales que deban buscarse segun los casos generales anteriores, sino además, que la suma de esas porciones se ajuste á la prefijada en la cuestion propuesta.

Otra circunstancia que tambien ocasiona la *Doble Aligacion*, es la de indicarse en el problema que se ponga de alguno de los efectos cantidad fija ó determinada.

En cualquiera de los dos últimos supuestos, ya se deja comprender la necesidad de dos operaciones distintas, á fin de obtener el resultado pedido. Tal necesidad sanciona la *Doble Aligacion*.

Las cuestiones que se llaman de *Triple Aligacion*, serán las que exijan que se busquen los tres datos que pueden desconocerse en la Regla de que se trata, y los cuales se han considerado en lo que se deja expuesto.

A fin de aclarar el significado de *Triple Aligacion*; se marcan por orden los tres datos distintos que en dichos problemas deben demandarse.

- 1º Hallar las porciones generales.
- 2º Que las sumas de estas porciones se ajusten á la prefijada en el problema.
- 3º Que una de las porciones halladas se ajuste á otra determinada.

PROBLEMA DE DOBLE ALIGACION.—¿Qué número de cargas de frijol, de á \$5, de á \$7 y de á \$10, deberán incorporarse para hacer una mezcla de 150 cargas que pueda venderse á \$6 por precio medio?

ANÁLISIS.—Este problema exige dos operaciones distintas. La primera para hallar las porciones generales. Tal operacion se verifica como ya se dejó expuesto.

La segunda operacion se practica por la Regla de Tres, y con la cual la mezcla hallada se ajustará á la pedida.

Las Reglas de Tres que en el caso deben hacerse, serán tantas como las partidas proporcionales que se hayan encontrado. El razonamiento se hará así:

Si la mezcla general hallada es menor que la pedida en el problema, entonces se dirá:

La mezcla general hallada ha de subir á la mezcla pedida, como cada porcion particular encontrada subirá á la porcion relativa que se busca.

Si al contrario, el conjunto que se encontró fuere mayor que el que se pide, entonces las Reglas de Tres se establecerán diciendo:

La mezcla pedida ha de bajar á la que se encontró, como cada partida parcial bajará á su relativa.

Segun las teorías anteriores, se procede á la resolucion del problema.

PRIMERA OPERACION.

$$6 \left\{ \begin{array}{l} 5 - 4 + 1 = 5 \\ 7 - 1 = 1 \\ 10 - 1 = 1 \\ \hline 7 \text{ mezcla general.} \end{array} \right.$$

SEGUNDA OPERACION.

$$7 < 150 :: 5 < x = 107\frac{1}{7}$$

$$\begin{array}{r} 750 \overline{) 7} \\ 050 \overline{) 107\frac{1}{7}} \\ 1 \end{array}$$

$$7 < 150 :: 1 < x = 21\frac{5}{7}$$

$$\begin{array}{r} 150 \overline{) 7} \\ 10 \overline{) 21\frac{5}{7}} \\ 3 \end{array}$$

$$7 < 150 :: 1 < x = 21\frac{5}{7}$$

$$\begin{array}{r} 150 \overline{) 7} \\ 10 \overline{) 21\frac{5}{7}} \\ 3 \end{array} \quad \underline{\underline{150 \text{ mezcla pedida.}}}$$

La comprobacion de este problema se verificará bajo el mismo respecto que la del problema anterior, considerando por supuesto para ello las porciones y mezcla general últimamente encontradas. De este modo:

Porciones.	Precios.	Importes.
$107\frac{1}{7}$	$\times \$ 5$	$= 535\frac{5}{7}$
$21\frac{5}{7}$	$\times \$ 7$	$= 150$
$21\frac{5}{7}$	$\times \$ 10$	$= 214\frac{2}{7}$
Mezcla pedida . .	150	
Precio medio . . .	$\times 6$	
	<u>900</u>	<u>= 900</u>

Sin la comprobacion en esta clase de problemas, no se puede tener seguridad de sus resultados, pues que bien puede suceder que la mezcla general pedida resulte exacta, y sin embargo las porciones que la formen no sean las proporcionales verdaderas.

PROBLEMA CON DIFERENTE DOBLE ALIGACION.—¿Cuántas mantillas de á \$40, de á \$60 y de á \$75 se deberán poner con 20 de á \$100, para venderlas al precio medio de \$50?

ANÁLISIS.—Este problema deberá resolverse por la regla general, á fin de encontrar las partes proporcionales que deban incorporarse. Despues se harán las Reglas de Tres necesarias para subir ó bajar dichas porciones, segun lo que deba verificarse para ajustar á la pedida, la encontrada respecto del precio \$100. Por ejemplo:

PRIMERA OPERACION.

Precios.	Porciones.	Mezclas proporcionales.
\$ 40	- 50	+ 10
\$ 60	- 10	= 10
\$ 75	- 10	= 10
\$100	- 10	= 10

Precio medio, \$50

SEGUNDA OPERACION.

Las Reglas de Tres que ahora se establecerán se basarán en las 10 mantillas que á \$100 debian ponerse, segun la operacion anterior; el raciocinio será: Si las 10 mantillas indicadas de á \$100 han de subir á 20 que exige el problema, ¿cada una de las demas porciones á qué subirán?

$$10 < 20 \left\{ \begin{array}{l} 85 < 170 \times 40 = 6800 \\ 10 < 20 \times 60 = 1200 \\ 10 < 20 \times 75 = 1500 \\ 10 < 20 \times 100 = 2000 \end{array} \right.$$

Mezcla general.	230	
Precio medio . .	50	
	<u>11500</u>	<u>11500</u>

Las cuestiones de Triple Aligacion de que en seguida se va á tratar, comprenden alguna dificultad en los cálculos sucesivos que para su resolucion deben verificarse. La regla general que para resolver tales cuestiones debe aplicarse, se comprenderá en la resolucion progresiva del problema que en seguida se propone. De esta manera se facilita mucho más la exposicion é inteligencia de la mencionada regla.

PRIMER PROBLEMA DE TRIPLE ALIGACION.—¿Cuántos quintales de café de á \$30 y de á \$15 se incorporarán con 10 quintales de á \$9 para hacer una mezcla de 100 quintales que pueda venderse á \$20 por precio medio?

RESOLUCION COMPRENDIENDO LA REGLA DEL PROCEDIMIENTO.—Búsqese el valor total de los 100 qq. á \$20, lo que dará (100 qq. \times \$20 = 2000).—De este resultado réstese el producto de los 10 qq. á \$9, y se tendrán (10 qq. \times \$9 = 90).—Dividiendo ahora \$1910 (que resultan de \$2000 - \$90) entre 90 qq. (diferencia entre 100 de la mezcla general, menos 10 qq. fijados de á \$9), se tendrán:

$$\begin{array}{r} \$1910 \quad | \quad 90 \text{ qq.} \\ 110 \quad 21\frac{2}{9} \end{array}$$

resultado que representa un segundo precio medio á que salen los

90 qq. que se van á formar ahora con el café de á \$30 y de á \$15 el qq. Estos se forman conforme á la Regla de Aligacion general tomando por precio medio los \$21 $\frac{2}{9}$.

Esta segunda operacion se dispone así:

$$21\frac{2}{9} \left\{ \begin{array}{l} 30 - 6\frac{2}{9} \\ 15 - 8\frac{7}{9} \end{array} \right.$$

15 De donde resulta que para formar

15 qq. á \$21 $\frac{2}{9}$ deberán tomarse 6 $\frac{2}{9}$ qq. de á \$30 y 8 $\frac{7}{9}$ de á \$15.

Para tener la mezcla de los 90 qq. se establecerán las siguientes proporciones que representan la tercera operacion:

$$15 : 90 :: \left\{ \begin{array}{l} 6\frac{2}{9} : x = 37\frac{5}{15} \\ 8\frac{7}{9} : x = 52\frac{10}{15} \end{array} \right.$$

90 qq.

