Como ejercicio en las partes alícuotas y para comprobar la operacion anterior, se resuelve en seguida el mismo problema por las referidas partes alícuotas:

```
 31 @ 18 ℔ 14 oz. 12 ads.
×$5
─────────────────────────────
155
  1        valor de 5 ℔
  2        valor de 10 ℔
  0   1/5  valor de 1 ℔    = 64/320
  0   2/5  valor de 2 ℔    = 128/320
  0   1/10 valor de 8 oz.  = 32/320
  0   1/20 valor de 4 oz.  = 16/320
  0   1/40 valor de 2 oz.  = 8/320
  0  1/160 valor de 8 ads. = 2/320
  0  1/320 valor de 4 ads. = 1/320
─────────────────────────────
158,78 7/16              2510 | 320
                         2700   0,78 140/320 = 0,78 7/16
                          140
```

Segun antes se indicó respecto de la aplicacion de la cuarterola á denominados que sin provenir del *quintal* contienen su misma relacion, se aplica dicha regla al problema siguiente:

15 tercios mantas con 25 piezas cada uno, y 13 piezas más, á \$130½ el tercio, ¿cuánto costarán?

```
  15 ters. 13 pzas.
        ×  4
  ─────────────
     1 5,5 2
       1 3 0½
  ─────────────
    4 6 5 6 0
  1 5 5 2
        7 7 6
  ─────────────
  2 0 2 5,3 6
```

Para concluir lo relativo á la cuarterola y partes alícuotas, se vuelve á advertir que para practicar dichas reglas es necesario conocer fundamentalmente la parte de los quebrados.

Parte teórica y práctica de los Decimales.

Los quebrados ó fracciones decimales provienen siempre de dividir ó subdividir la unidad de diez en diez. Por esto \$15,75 son lo mismo ó tienen su orígen del número misto $\$15\frac{3}{4}$, en cuyas expresiones numéricas se manifiesta que $0,75=\frac{3}{4}$.

La razon de esta equivalencia ó igualdad se conoce por este raciocinio.

Toda unidad considerada como absoluta contiene *cien centavos;* luego tres cuartas partes de esa unidad equivaldrán á tres cuartas partes de cien centavos; pero tres cuartos de cien hacen setenta y cinco, y por consecuencia $\frac{3}{4}=0,75$ de la misma unidad.

Generalmente se consideran el quebrado y fraccion decimal como iguales, pero en la realidad existe diferencia en sus expresiones.

Por quebrado decimal se comprende el que contenga por denominador la unidad primordial seguida de uno ó más ceros. A tal expresion numérica se llama propiamente quebrado decimal, por dos razones esenciales: la primera consiste en que satisface la exigencia de la forma del quebrado, de constar de numerador y denominador expresos; la segunda, que es la de considerarlo como decimal, se verifica porque componiéndose el denominador, de la unidad y uno ó más ceros, su orígen será indispensablemente el de la division de la unidad, de diez en diez partes, cuya circunstancia es la base del sistema decimal.

La fraccion decimal es la que se expresa sin denominador determinado y sí tácito, y en la cual la coma que se coloca entre los enteros y los decimales á fin de determinarlos, surte los efectos del denominador suprimido. Lo que se deja expuesto se refiere únicamente á marcar la diferencia que existe en la *forma* ó *expresion* del quebrado decimal y fraccion decimal; pero de ninguna manera quiere decir que una misma cantidad decimal puesta en forma de quebrado y de fraccion, por solo este hecho se altere su valor. La operacion siguiente determina y aclara del todo lo que se deja indicado:

$$\frac{5}{10}=0,5$$
$$\frac{50}{100}=0,50$$
$$\frac{500}{1000}=0,500$$
$$\frac{5}{1000000}=0,000005$$

Las expresiones decimales que anteceden determinan las dos teorías que sobre el particular se dejan asentadas.

Para determinar absolutamente la diferencia que debe considerarse entre quebrado decimal y fraccion decimal con respecto á su forma ó expresion, considérese el quebrado $\frac{9}{36}$ de vara y 9 pulgadas, cuyas dos expresiones, aunque con igual valor, son distintas en su forma, y además que nunca las 9 pulgadas expresan propiamente un quebrado de vara, sino una fraccion.

La lectura de una cantidad decimal constando dicha cantidad de considerable número de cifras, se dificulta, y además es dilatada segun la regla que á propósito se usa generalmente. Dicha regla determina que se divida la cantidad decimal de derecha á izquierda, en períodos de tres en tres cifras, poniendo una coma en los períodos que expresen millares, y en los períodos de cada seis cifras un 1, un 2, un tres, etc., representando millon, billon, trillon, etc. Despues se analizan las cifras decimales empezando por la izquierda, nombrando las especies de cada cifra como décimas, centésimas, milésimas, etc., hasta llegar á la última, cuya especie vendrá á conocerse de esta manera, teniendo que escribir la que á la última cifra le corresponda, y de esta manera poderse leer la cantidad decimal sin que se olvide la denominacion de su última cifra.

Esta operacion, como se ve, es molesta y dilatada. Por lo mismo en su lugar obsérvese la regla siguiente:

Marcados los períodos de millones, billones, trillones, etc., que contenga la cantidad dada, póngaseles á las cifras que quedaren entre la última division superior y la coma que separa los enteros, un denominador compuesto de la unidad y tantos ceros como cifras tenga dicha division, y entonces este denominador, combinado con el número que marca las referidas unidades superiores, expresará la denominacion de la última cifra decimal.

Esta regla abrevia y facilita extraordinariamente la lectura de cantidades decimales. Por ejemplo:

$$5{,}789,^{\text{enteros}}\ \dfrac{262}{1000}{}^{2}{:}931{,}457{}^{1}{:}394{,}375 \text{ mil-billonésimas.}$$

Por lo expuesto en la teoría y cantidad precedentes, se determina que las *cinco* unidades con que termina la cantidad expresan *mil-billonésimas*, supuesto que el denominador *mil* corresponde á las cifras que anteceden á la marcada como BILLON. Por consecuencia la cautidad de que se trata deberá leerse de este modo:

Cinco mil setecientos ochenta y nueve enteros, doscientos sesenta y dos billones, novecientos treinta y un mil cuatrocientos cincuenta y siete millones, trescientos noventa y cuatro mil trescientas setenta y cinco MIL-BILLONÉSIMAS.

Con otro ejemplo se supone suficientemente claro el punto de que se trata.

$$38{,}426,^{\text{enteros}}\ \dfrac{95{,}218}{100000}{}^{2}{:}673{,}524{}^{1}{:}932{,}648 \text{ cienmil-billonésimas.}$$

Esta cantidad se leerá: *Treinta y ocho mil cuatrocientos veintiseis enteros, noventa y cinco mil doscientos diez y ocho billones, seiscientos setenta y tres mil quinientos veinticuatro millones, novecientos treinta y dos mil seiscientas cuarenta y ocho* CIENMIL-BILLONÉSIMAS.

Ligeros ejercicios sobre el Sistema Métrico-Decimal.

Para practicar operaciones basadas en el Sistema Métrico-Decimal, conociendo debidamente sus fundamentos, es indispensable habituarse á las relaciones más comunes de sus unidades con todas las demas que no sean de su especie; por esto en los ligeros apuntes que sobre el particular van á darse, se expondrán las relaciones más comunes y necesarias, y segun en la práctica positiva se consideran. Algunas de estas relaciones presentan la inconveniencia de la inexactitud por exceso ó por defecto, en razon de las fracciones decimales que se desprecien. Sin embargo, así están admitidas generalmente, y bajo este supuesto se hacen figurar en la tabla que á continuacion se establece.

Dichas relaciones pueden considerarse como *directas* ó como *indirectas*, á propósito de figurar como factores ó divisores en el problema que se resuelva.

Llegado el caso práctico, se amplificará suficientemente la idea que se deja iniciada.

TABLA de las relaciones más usuales en el Sistema Métrico-Decimal, aproximadas algunas segun la práctica general.

1 vara $=0,^{\text{M.}}838$ (se usa para la conversion de cortas cantidades).

119,33 varas $=100^{\text{M.}}$ (relacion legal y usada generalmente por su mayor exactitud).

1 legua $=4,^{\text{Km.}}190$.

1 quintal $=46,^{\text{Kg.}}024634$ (en la práctica $=46,^{\text{Kg.}}025$).

$217,^{\text{lb}}274949=100^{\text{Kg.}}$ (en la práctica $=217,^{\text{lb}}275$ ó $217,^{\text{lb}}35$; esta última relacion es la legal).

$2,^{\text{lb}}17274949=1^{\text{Kg.}}$

1 onza $=28,^{\text{G.}}765$.

$0,^{\text{lb}}002173=1^{\text{G.}}$

1 arroba $=11,^{\text{Kg.}}506159$ (en la práctica $=11.^{\text{Kg.}}506$).
1 libra $=0,^{\text{Kg.}}460246$.
100 yardas $=91,^{\text{M.}}44$.
1 yarda $=0,^{\text{M.}}9144$.
1 carga $=1\,\underline{^{\text{Hl.}}}\,8\,\underline{^{\text{Dl.}}}\,1,^{\text{L.}}629775$ (en la práctica $=181,^{\text{L.}}63$).
1 cuartillo para áridos $=1,^{\text{L.}}891977$ (en la práctica $=1,^{\text{L.}}892$).
1 cuartillo para el aceite $=0,^{\text{L.}}506162$.
1 cuartillo para otros líquidos $=0,^{\text{L.}}456264$.

MONEDAS.

DE ORO.		DE PLATA.	
1 Doble Hidalgo..........	$ 20	1 Peso................	100 cs.
1 Hidalgo................	10	½ Peso ó Toston........	50 „
½ Hidalgo................	5	1 Peseta..............	25 „
¼ Hidalgo................	2½	1 Décimo..............	10 „
1 Escudo.................	1	1 Vigésimo (llamado quinto)	5 „

DE COBRE.

Un centavo.................. 1 cent.

PROBLEMA.—¿Cuántos metros resultarán de 275,25 varas?

Para verificar estas conversiones es conveniente marcar primero la relacion ó equivalencia que haya entre las dos especies de unidades que se consideran, y que en el caso la representa la que existe entre la *vara* y el *metro.*

La primera, la *vara*, se considera como unidad antigua, por ser de la que se determina la cantidad de unidades conocidas y las que se van á convertir en las unidades que se buscan. La segunda, que en la cuestion es el *metro*, se considera como unidad nueva, por ser de la naturaleza de las que se desconocen.

La relacion *directa* que en esta cuestion se usará, es la de $119,^{\text{vs.}}33=100^{\text{ms.}}$ supuesto que es la que generalmente debe preferirse por su mayor exactitud. Como dicha relacion es la directa en el caso que se presenta, bastará multiplicar las varas por 100 metros y partir el producto que resultare por $119,^{\text{vs.}}33$, por ser las que contienen los 100 metros. El resultado expresará los metros que la cuestion demandaba.

PRÁCTICA.

$$275{,}25 \text{ varas} \times 100^{\text{M.}} = 2752500 \div 119,^{\text{vs.}}33 = 230,^{\text{M.}}66286.$$

PROBLEMA.—¿Qué número de varas resultan de $230,^{\text{M.}}66286$?

Este problema, que es inverso al anterior, comprende por unidad antigua el *metro* y como nueva la *vara*. Para resolverlo se marcará la relacion directa respectiva, que es: $100^{\text{M.}}=119{,}33$ varas.

PRÁCTICA.

$$230,^{\text{M.}}66286 \times 119^{\text{vs.}}33 \div 100^{\text{M.}} = 275,^{\text{vs.}}249990838.$$

Es de advertirse que la separacion de siete cifras que se nota en el resultado, proviene de las cinco decimales que comprenden los dos factores, y las otras dos cifras se separan por haberse considerado la relacion de *cien* metros, por lo que el resultado aparece *cien veces mayor.*

Tambien es de notarse por qué no salen exactamente los 25 centavos de vara que en el primer problema constan. Sucede esto en razon de que en el resultado de ese primer problema se despreció una insignificante diferencia, que evidentemente es la misma que en el segundo problema se encuentra.

PROBLEMA.—275 leguas y 1725 varas de extension, ¿cuántos kilómetros medirán?

1 legua $=4,^{\text{Km.}}190$. Relacion directa.

Tomando la quinta parte de las varas, quedarán reducidas á decimales de legua en razon de que, descompuesta la legua en las 5000 varas que contiene, resultará: $1=\frac{5000}{5000}$ y simplificando este quebrado, ó dividiendo sus dos términos *por cinco*, quedará representado por $\frac{1000}{1000}$ quebrado decimal. Para practicar esta abreviatura se necesitará en algunos casos conocer con perfeccion los decimales, pues de lo contrario la operacion se equivocará. Si hubiere duda, hágase la conversion del quebrado comun en decimal, por las reglas generales. Por esto en el caso, las leguas con dichas decimales se multiplicarán por la relacion indicada, y el producto representará lo que el problema pide.

RESOLUCION:

$$\begin{array}{r} 275{,}345 \\ \times\ \overset{\text{Km.}}{4{,}190} \\ \hline 24781050 \\ 275345 \\ 1101380 \\ \hline \overset{\text{Km.}}{1153{,}695550} \end{array}$$

PROBLEMA.—$1153,^{Km.}695,550$, ¿cuántas leguas comprenden?

Relacion indirecta: 1 legua$=4^{Km.}190$.

RESOLUCION:

$1\,1\,5\,\overset{Km.}{3},6\,9\,5,5,5,0,$	$\overset{Km.}{4},1\,9\,0\,0\,0\,0$
3 1 5 6 9 5 5 5	2 7 5,3 4 5 leguas pedidas.
2 2 3 9 5 5 5 0	
1 4 4 5 5 5 0 0	
1 8 8 5 5 0 0 0	
2 0 9 5 0 0 0 0	
0 0 0 0 0 0 0	

Con esto se deja dada una idea, aunque muy ligera, del Sistema Métrico Decimal; advirtiendo que, en vez de las relaciones indirectas que en los casos respectivos se han usado, se acostumbran generalmente las relaciones directas; pero que los resultados siempre serán iguales.

Para concluir esta seccion, se hace notar que en ella no se han hecho ámplias explicaciones por suponerse en los estudiantes los conocimientos generales.

SEGUNDA SECCION

Teorías y práctica de la Regla de Tres.

La regla de que se va á tratar es de suma utilidad, y por lo mismo los antiguos aritméticos la llamaban *La Regla de Oro.* En la actualidad vuelven á darle este nombre algunos aritméticos modernos. La Aritmética recientemente publicada bajo el título de "El Calculador Violento," da el nombre indicado á la regla de que se trata.

Esta regla no es de la facilidad que vulgarmente se le supone, conteniendo, por el contrario, dificultades de consideracion. La dificultad mayor que ella envuelve consiste en la colocacion propia y debida que se dé á los términos que deban formarla. Tal dificultad determina la grande diferencia que existe entre establecer tres términos cualesquiera, á fin de hallar el cuarto término proporcional geométrico, lo que constituye una simple proporcion, y establecer dichos términos con el objeto de resolver una cuestion de Regla de Tres. En el primer caso, aun cuando los términos se hayan colocado sin regla alguna ó indistintamente, siempre se encontrará el cuarto término proporcional geométrico en el cociente que resultare de dividir el producto de los medios por el extremo conocido. En el segundo caso, esto es, cuando los términos con que se establezca la proporcion, provengan de un problema de Regla de Tres, esos términos no podrán plantearse arbitrariamente sino bajo reglas precisas, y las cuales constituyen la que se conoce con el nombre de *Regla de Tres.* Por ella no solamente se busca el cuarto término proporcional geométrico como en la proporcion sucede, sino además, que ese cuarto término proporcional geométrico hallado, satisfaga netamente lo que el problema demanda.

De todo esto resulta que la definicion dada generalmente respecto de esta regla no es satisfactoria, supuesto que ella se refiere únicamente á lo que se conoce y es una verdadera proporcion.

La definicion indicada dice así: "La Regla de Tres es la que da á conocer un cuarto término proporcional geométrico con otros tres conocidos."

Examinando debidamente esta definicion, se verá que en ella no se exige más que el encontrar un cuarto término proporcional geométrico, satisfaga ó no la cuestion propuesta.

De aquí proviene que en muchas proporciones dimanadas de la regla de que se trata, sin embargo de ser proporcional el término encontrado y haber satisfecho con esto el contenido de la definicion, dicho término aparece expresando un resultado contrario al de la cuestion propuesta: para subsanar tal inconveniente, la definicion se establece come sigue:

La Regla de Tres da á conocer el cuarto término proporcional geométrico, satisfaciendo á la vez dicho término la cuestion propuesta.

Con todo lo expuesto se da á entender que la dificultad fundamental en la resolucion de los problemas de la Regla de Tres, consiste esencialmente en la colocacion acertada y debida que se ha de dar á los términos que en su planteo sucesivamente deban entrar. Para esto obsérvese con detenimiento la siguiente regla general:

Para plantear debidamente cualquier problema de Regla de Tres, fórmense las razones con los términos homogéneos que la cuestion presente, obsérvándose para su colocacion, con respecto á considerar como antecedente el mayor ó menor término en la primera razon, que si el problema exige que la cantidad que se busca sea mayor que su homogénea determinada, mayor será entonces el consecuente que deba resultar en la segunda razon; por consecuencia, los términos de la primera razon se establecerán bajo el mismo respecto, es decir, EL MENOR POR ANTECEDENTE *y el* MAYOR POR CONSECUENTE. *Si al contrario, se buscare menor cantidad que su homogénea conocida en la segunda razon, la primera se establecerá poniendo el* MAYOR TÉRMINO POR ANTECEDENTE *y el* MENOR POR CONSECUENTE.

La Regla de Tres puede ser simple ó compuesta: es simple cuando planteada resultare con tres términos conocidos y uno por conocer, y entonces se resuelve con una sola proporcion; será compuesta cuando planteada comprendiere más de tres términos conocidos y uno por encontrar. La Regla de Tres así, se resuelve con dos ó más proporciones, cuyo número de ellas dará á conocer el mismo planteo, como se explicará oportunamente.

La mayor parte de los autores que tratan de la materia, subdividen la Regla de Tres en directa ó inversa. La primera es aquella en que *se busca*

de más á más ó de menos á menos. La segunda es aquella en la que *de lo más se busca lo menos ó de lo menos se busca lo más.*

Tales circunstancias se conocen fácilmente por los mismos problemas propuestos.

Sobre este punto no se hacen las amplificaciones que él exige, porque segun la regla fundamental prescrita, para nada hay que considerar tales diferencias.

Los problemas que dan orígen á la regla de que se va tratando, siempre contendrán dos partes ó proposiciones: la primera manifiesta los datos completos y conocidos referentes á la cuestion propuesta, que servirán de punto de comparacion para encontrar lo que se busca. Tal proposicion se conoce con el nombre de *supuesto.* La segunda la componen los datos que tambien se conocen, pero que comparados con los del supuesto, siempre faltará uno, que es el que se trata de encontrar. A esta segunda parte ó proposicion se le llama *pregunta.*

Estas distinciones sirven muchísimo para plantear generalmente los términos que deban entrar en la Regla de Tres *simple* ó *compuesta,* que de los problemas propuestos deben resultar, facilitando extraordinariamente la colocacion propia y debida de los términos en el establecimiento de la proporcion ó proporciones que hayan de formularse.

Antes de entrar á la práctica de las teorías expuestas, se advierte que en dicha práctica se omitirán abreviaturas en las operaciones numéricas, á fin de procurar toda la claridad posible en las operaciones, cosa indispensable al escribir para todas las inteligencias. Las operaciones resueltas por fórmulas, y por consecuencia abreviadamente, las deben verificar los calculistas que por supuesto estén ya al tanto para poder hacerlo así.

Problemas de Regla de Tres Simple.

12 hombres hacen una zanja en 4 dias; ¿6 hombres en qué tiempo la harán?

ANÁLISIS.—Si doce hombres hacen la zanja en cuatro dias, seis hombres, que hacen la mitad de los doce, necesitan doble tiempo. Por consecuencia, el consecuente de la segunda razon, que es el que se busca, deberá resultar mayor que su antecedente homogéneo, resultando este planteo:

PLANTEO GENERAL.

Supuesto.— 12 hombres 4 dias.

Pregunta.— 6 hombres $x =$

Proporcion ordenada para la Regla de Tres:

6 hombres : 12 hombres :: 4 dias : x=8 dias segun la cuestion propuesta.

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 48 & 6 \\ \hline 00 & 8 \end{array}$$

La proporcion anterior, planteada segun la Regla de Tres expuesta, además de producir el cuarto término proporcional geométrico, lo produjo satisfaciendo lo que el problema demandaba.

No hubiera sucedido lo segundo si la proporcion se hubiera establecido como á primera vista se encuentra, pues que entonces resultaria de esta manera: $12^{h.} : 4^{d.} :: 6^{h.} : x = 2$ dias.

$$\begin{array}{r|l} 6 & \\ \hline 24 & 12 \\ \hline 00 & 2 \end{array}$$

2 dias, los que proporcionalmente satisfacen; pero en cuanto á lo que el problema exige, resulta lo contrario.

Problema.—Con \$ 6000 se gana cierto interes en 4 meses; para ganar ese mismo interes en 8 meses, ¿qué capital se necesitará?

Análisis.—Si con el capital de \$ 6000 se gana cierto interes en 4 meses, para ganar el mismo interes en 8 meses (doble tiempo) se necesitará la mitad del capital, esto es, menor cantidad. Por lo mismo el consecuente de la segunda razon debe resultar menor que su antecedente; por lo cual los términos homogéneos de la primera se establecerán bajo el mismo respecto, segun el planteo siguiente lo indica:

PLANTEO GENERAL.

Supuesto. — 4 meses \$ 6000

Pregunta.— 8 meses \$ x =

$8^{m.} : 4^{m.} ::$ \$ 6000 : \$ x = \$ 3000 cap^{l}. ped^{o}

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 24000 & 8 \\ \hline 0000 & 3000 \end{array}$$

No se proponen más problemas de Regla de Tres Simple, por suponerse que con los dos que anteceden basta para comprender la esencia de la regla.

Problemas de Regla de Tres Compuesta.

Con \$500 al 8 p% se ganaron \$40; con \$1000 al 4 p% y en el mismo tiempo, ¿cuánto se ganará?

PLANTEO GENERAL.

	Capital.	Interes.	Producto.
Supuesto. —	\$ 500 –	\$ 8 –	\$ 40
Pregunta.—	\$ 1000 –	\$ 4 –	\$ x

Fijando la atencion en este problema, se notará que el producto que se busca debe resultar igual á su homogéneo conocido, es decir, que se deberán encontrar cuarenta pesos. Esto sucede porque el capital de la pregunta es doble que el del supuesto, y por lo mismo su interes deberá resultar doble; mas como el interes de la pregunta es la mitad del que comprende el supuesto, el producto en tal caso bajará á la mitad, quedando por consecuencia el mismo interes por último resultado.

Para proceder á la resolucion de este problema que es de *Regla de Tres Compuesta*, por contener más de tres términos conocidos, se necesitarán á lo menos dos proporciones. El número exacto de ellas se determina por los términos que en el planteo contenga la pregunta. Por consecuencia son dos las proporciones necesarias para resolver el problema propuesto. Esto se verá más claramente reflexionando en que si dos términos contiene la repetida pregunta, para encontrar la representacion de cada uno de ellos es indispensable hacerlo por medio de la proporcion respectiva.

Para plantear las diversas proporciones que de la Regla de Tres Compuesta dimanan, se aplicará la regla general que se deja establecida, lo que se verificará bajo el siguiente procedimiento:

Para resolver con exactitud cualquier problema de Regla de Tres Compuesta, planteese la cuestion generalmente, lo que en el presente caso ya se dejó hecho. Este planteo general se funda en colocar el supuesto y la pregunta ordenadamente, es decir, los términos del supuesto en direccion horizontal y separadamente cada uno por medio de un guion, teniendo cuidado de que el último venga á ser el homogéneo del que se busca; despues se colocarán los términos de la pregunta en el mismo órden y debajo de los homogéneos del supuesto, debiendo representarse por la incógnita el último término de la repetida pregunta.

Hecha esta operacion, que no viene á ser sino preparatoria, se toman el primer término del supuesto y el primero de la pregunta para formar la