

conocer su mérito, é ignore absolutamente las circunstancias que constituyen la belleza de los objetos. Le bastara tener idea de perfeccion ó belleza en general, y vincular con ciertos signos arbitrarios los grados de perfeccion ó belleza de los objetos para que pueda designarlos á los concurrentes, y ponderar la mayor habilidad de un artista, la menor felicidad de otro, el atinado acierto de aquel, los desaciertos de este, el mayor valor de las obras del primero, la inferioridad de las del segundo, y formar otros pensamientos por este tenor que á primera vista pudieran hacernos creer que el dependiente es un artista consumado, ó cuando menos un aficionado de grande inteligencia y de gusto exquisito.

58. Fácil seria manifestar con otros ejemplos la fecundidad de ciertas ideas generales, y cómo se prestan á innumerables combinaciones, sin que por ellas conciba el entendimiento nada determinado. Hé aqui precisamente lo que nos sucede con la idea de lo infinito: en vano nos preguntamos qué es lo que corresponde á ella en nuestro interior: el concepto de ser en general y de negacion de limite, nada nos presentan fijo, sino ciertas condiciones abstractas á que vamos sometiendo los objetos, á medida que se ofrecen á nuestra intuicion, ó que por lo menos se nos presentan con algunas propiedades que los caractericen, permitiéndonos formar una idea menos vaga de la negacion del limite.

---

## CAPÍTULO VIII

SE COMPRUEBA CON APLICACIONES Á LA EXTENSION,  
LA DEFINICION DE LA INFINIDAD.

59. Hemos explicado la idea de infinidad en general, por los conceptos indeterminados de ser y negacion de limite. Para cerciorarnos de que la explicacion es fundada, y de que se han señalado los caracteres constitutivos del concepto, veamos si sus aplicaciones á objetos determinados corresponden á lo que se ha establecido en general.

Si la idea de infinidad consiste en lo que se ha dicho, se verificará que será susceptible de aplicarse á todos los objetos de la intuicion sensible ó del entendimiento puro, obteniéndose los resultados que deben obtenerse, incluso las anomalías que anteriormente se han hecho notar (Cap. V).

60. Las anomalías, ó mas bien contradicciones, que parecen encontrarse en las aplicaciones de la idea de infinidad, ofreciéndose como infinita una cosa que luego se descubre no serlo, se originan de que se aplica dicha idea bajo condiciones diferentes. Esta variedad no seria posible, si la idea representase algo determinado; pero como solo contiene la negacion de limite en general, unida á un ser tambien en general, resulta que esta negacion la sometemos en cada caso á condiciones particulares, y así sucede que cuando pasamos á otras condiciones, la idea general no puede darnos el mismo resultado.

61. Una linea tirada desde el punto en que nos encontramos, en direccion del norte y prolongada hasta lo infinito, nos ha resultado infinita y no in-

finita (Cap. V). Esta contradicción solo es aparente; en la realidad no hay mas que el diferente resultado á que debe conducir la idea general por la condicion bajo la que se le aplica.

Cuando consideramos una línea prolongada hasta lo infinito en la direccion del norte, no aplicamos la idea de infinito á un valor lineal en abstracto, sino á una recta que parte de un punto y prolongada solo en una direccion: el resultado es el que debe ser; se afirma la negacion del límite bajo una condicion; el infinito resulta sujeto á la misma condicion. Se dirá que no hay medio entre el sí y el no, y por consiguiente entre lo infinito y no infinito; pero no es difícil soltar la dificultad observando que el sí y el no para ser contradictorios, se han de referir á una misma cosa, lo que no sucede cuando se han cambiado las condiciones del objeto.

62. Si en vez de suponer una prolongacion sola, hubiésemos tratado de aplicar la negacion de límite á una recta en general, es evidente que debiéramos haberla prolongado en los dos sentidos opuestos; entonces nos resultaba un nuevo infinito con arreglo á la nueva condicion.

Ya hemos visto (Cap. V) que ni aun en este caso teniamos un valor lineal infinito en todo rigor; pues que esta recta solo formaba parte de la suma de otras que se podian imaginar. ¿Qué diremos pues de ella? ¿será infinita ó no? ambas cosas se pueden decir haciendo la distincion debida. Será infinita, esto es, tendremos la idea de infinidad ó negacion de límite, aplicada con todo rigor á una línea recta sola; pero si en vez de tratar de una recta sola se trata de un valor lineal, sin ninguna condicion, la línea supuesta no será infinita; la negacion de límite no está aplicada bajo aquella condicion; el resultado pues será diferente, dejará de ser infinito.

63. Considerando dos líneas solas se puede hacer notar la misma anomalía. Supóngase una recta prolongada en los dos sentidos hasta lo infinito, y describase á su lado una curva que en undulaciones continua se vaya prolongando hasta lo infinito en direccion paralela á la recta. Serán ambas infinitas segun como se las considere. Si se atiende solo á su direccion, prescindiendo del valor lineal que encierran, ambas son infinitas; pero si se atiende á este, la curva es mas larga que la recta, porque es evidente que tomando una parte de la curva correspondiente á una parte de la recta y extendiendo ó rectificando la de la curva, resultará mayor que la de la recta; y como esto se puede hacer en toda la prolongacion de las líneas, tendremos que el valor lineal de la curva será mayor que el de la recta en proporcion á la ley de sus undulaciones.

64. Por esta doctrina se echa de ver como la idea de infinidad puede aplicarse bajo diferentes condiciones, y producir diferentes resultados, sin ninguna contradicción. Lo que es infinito bajo un aspecto, no lo es bajo otro; y de aquí procede lo que se llama *órdenes de infinitos*, y que tanto figuran en las matemáticas; pero repito que estas contradicciones no son susceptibles de explicacion, si se atribuye á la idea de infinito un valor absoluto y no se la considera como la representacion abstracta de negacion de límite.

65. ¿Es posible concebir en una línea recta ó curva, una longitud infinita absolutamente hablando, ó sea un valor lineal, al cual se aplique absolutamente la negacion de límite? creo que no: porque sea cual fuere la línea que consideremos, siempre se podrán tirar otras cuyo valor sumado con el de la primera, será mayor que el de esta sola. Hé aquí un caso en que hallamos contradicción entre la negacion de límite y la condicion á la cual se la quiere someter. Se exige

un valor lineal al cual se aplique absolutamente la negacion de limite; y por otra parte se exige que este valor lineal se presente en una linea determinada, la cual por el hecho de ser determinada excluye la negacion absoluta de limite: se ponen en el problema datos contradictorios, el resultado ha de ser pues una contradiccion.

66. ¿Qué deberemos suponer para concebir un valor lineal absolutamente infinito? bastará no suponer ninguna condicion que excluya la negacion absoluta de limite. Aquí es menester distinguir entre el concepto puro, y la intuicion sensible en que se exprese. El concepto de un valor lineal infinito existe, desde el momento que unimos las dos ideas generales: valor lineal y negacion de limite. La intuicion sensible en que pueda representarse dicho concepto no es tan fácil excogitarla, ni aun en general. Para llegar á ella en algun modo, es preciso que imaginemos un espacio sin ningun limite; y que entonces considerando en general todas las lineas que en él se pueden tirar rectas ó curvas, en todas direcciones, y bajo todas las condiciones posibles, tomemos la suma de todos estos valores lineales: el resultado será un valor lineal absolutamente infinito, porque le habremos aplicado la negacion de limite sin ninguna restriccion.

67. Del mismo modo podremos obtener un valor de superficie infinito; porque es evidente que se le puede aplicar todo cuanto hemos dicho de los valores lineales.

68. Es de notar que en todos estos casos aplicamos la negacion de limite á la extension considerada únicamente en algunas de sus dimensiones. Si queremos obtener una extension infinita absoluta, es necesario que no prescindamos de ninguna dimension; por manera que el infinito absoluto de este orden es la

extension en todas sus dimensiones, negado absolutamente el limite. Pero tambien es de notar que aun para obtener un valor de lineas ó de superficies, absolutamente infinito, necesitamos ya presuponer el valor de extension absolutamente infinito; pues á esto equivale el suponer el espacio infinito en que se puedan tirar las lineas y las superficies en todas las direcciones, y bajo todas las condiciones posibles.

## CAPÍTULO IX

### CONCEPTO DE UN NÚMERO INFINITO.

69. ¿Concebimos nosotros un número infinito? Por una parte parece que no, pues que dudamos de su posibilidad; duda que no existiría, si tuviéramos su idea. Por otro lado parece que sí, pues que conocemos desde luego cuándo un número no es infinito; lo que nos sucedería, si no tuviésemos idea de número infinito.

Lo que hemos demostrado con respecto á la infinidad de las series (Cap. V), parece indicar que la idea del número infinito es una ilusion, puesto que números que habíamos creído infinitos, se nos presentan luego como no infinitos

Yo creo que esta cuestion se puede resolver por los mismos principios que las del capítulo precedente. No veo ninguna dificultad en admitir la idea de un número infinito, ni que de ella resulte contradiccion de ninguna clase.

70. Número es una coleccion de unidades; esta idea nosotros la tenemos en toda su generalidad; para concebir el número, no necesitamos saber ni de qué clase son ni cuántas. La idea de número en general prescinde absolutamente de semejantes determina-

ciones. Es evidente que sea cual fuere el número determinado que imaginemos, siempre podemos concebir otro mayor; aun cuando al número le podemos señalar un límite, este podemos retirarle indefinidamente, de suerte que el límite de uno no sea el límite de otro. Unimos pues á la idea de número la idea de límite y la de negacion de cierto límite; luego si además unimos á la idea de número en general, la de negacion de todo límite en general, formaremos idea de un número infinito.

71. ¿Qué nos representará esta idea? Nada determinado: es un concepto enteramente abstracto, formado de dos igualmente abstractos: número y negacion de límite. No le corresponde ningun objeto determinado; es obra de nuestro entendimiento referida á objetos en general, sin determinacion de ninguna especie. Ahora podremos resolver las dificultades arriba indicadas.

72. ¿Por qué una serie de términos se nos ofrece como infinita, y luego bien examinada, vemos que no reúne los caracteres de infinidad? Porque en el primer caso aplicamos la negacion de límite bajo una condicion de que nos desentendemos en el segundo.

Tomemos una serie

a, b, c, d, e, . . . . .

Es evidente que la podemos continuar hasta lo infinito, y concebir que se niega todo límite á su prolongacion: el número de términos es infinito en este sentido, porque la idea de negacion de límite está realmente aplicada á la serie. Cuando preguntamos si el número de los términos es infinito absolutamente, prescindimos de la condicion con que habíamos unido la negacion de límite: lo que era pues infinito en uno caso, no puede serlo en otro: no hay una verdadera contradiccion; porque el sí y el no se refieren á suposiciones diferentes.

73. Tomemos una línea y midámosla por piés. Prolongando esta línea se multiplicará el número de piés; y en general podemos concebir negado el límite á dicha multiplicacion. Entonces el número de piés resultará infinito. Considerando luego que el pié tiene doce pulgadas, si en vez de tomar por unidad el pié tomamos la pulgada, el resultado será un número doce veces mayor: hé aqui dos números infinitos, mayores el uno que el otro. ¿Hay en esto alguna contradiccion? no por cierto: lo que hay es una diferente combinacion de ideas. En el primer caso, la idea de negacion de límite estaba subordinada á una condicion: la division de la línea en piés; en el segundo, introducimos una condicion diferente: la division de la línea en pulgadas.

74. Pero se nos replicará tal vez, estos números considerados en sí mismos, prescindiendo de que se refieran á piés ó á pulgadas, son iguales ó no; y en ambos casos ¿son infinitos ó no? la objecion se desvanece haciendo notar la equivocacion en que se funda. Si se prescinde enteramente de toda relacion á divisiones determinadas, se considera el número en general, en cuyo supuesto no hay dos casos sino uno; solo entonces no puede haber relacion de mayor y menor, porque solo se tiene el concepto del número en general combinado con la idea de negacion de límite tambien en general: el resultado pues, será el número infinito en toda su abstraccion (70).

La dificultad estriba en una contradiccion, que á primera vista no se nota; se quiere prescindir de condiciones particulares, para saber si los números en sí, son infinitos ó no; y no se quiere prescindir de ellas, pues solo atendiendo á las mismas, tiene sentido la objecion, que siempre supone la division en varias especies de unidades. Cuando se habla pues de estos números, y al mismo tiempo, se pretende con-

siderarlos *en sí*, se incurre en una contradicción, tomándolos á un mismo tiempo con las condiciones particulares y sin ellas.

75. Inferiremos de lo dicho que el concepto de número infinito considerado en su mayor abstracción, prescindiendo de la naturaleza y relaciones de las cosas numeradas, no es contradictorio, pues que no encierra mas que las dos ideas de número, ó sea conjunto de seres, y absoluta negación de límite; pero esto no es bastante para afirmar que el número infinito sea realizable. El número infinito no puede ser actual, sin que haya un conjunto de seres infinito; y estos seres realizados no pueden ser seres abstractos, que no encierren nada mas que ser, sino que han de tener sus propiedades características, y han de estar sujetos á las condiciones que estas les impongan. Como en el concepto general se prescinde absolutamente de dichas condiciones, no puede descubrirse por el concepto solo, la contradicción que en ellas pueda haber; de donde resulta que no encerrándose en el concepto ninguna contradicción, se puede tropezar con ella tan pronto como se quiera realizar lo que está contenido en el mismo. Así podrá suceder que sin ser contradictorio el concepto general é indeterminado, lo sea su realización: á la manera que se conciben perfectamente ciertas teorías mecánicas, que sin embargo no pueden reducirse á la práctica, porque no lo consiente la materia á que se debieran aplicar. Los seres finitos son, por decirlo así, la materia en que se han de realizar los conceptos metafísicos é indeterminados: la posibilidad de estos no prueba de una manera absoluta la posibilidad de aquellos. La realidad puede traer consigo tales determinaciones que envuelvan una contradicción que en el concepto general se hallaba en estado latente, y que al llegar á la realidad se pone de manifiesto.

## CAPÍTULO X

### CONCEPTO DE LA EXTENSION INFINITA.

76. ¿Es concebible la extensión infinita? Este concepto incluye dos ideas: la de extensión y la de negación absoluta de límite. La de extensión es á su vez un concepto general, referido á esa intuición, que sea lo que fuere en sí y en su objeto, representa la extensión ó el conjunto de las tres dimensiones, cuya forma pura es el espacio. Es evidente que nosotros podemos reunir en un concepto estas dos ideas: extensión en general, y negación de límite; y si á esto se llama idea de una extensión infinita, es claro que poseemos dicha idea. Salta á los ojos que en este concepto de la extensión infinita, se prescinde de todas las condiciones de realidad; y que no sabemos todavía, si en la naturaleza de los seres extensos, se hallaría algo, que se opusiese á la absoluta infinidad de su extensión; y por consiguiente ignoramos, si hay aquí alguna contradicción latente, que no podemos conocer por solo el concepto general.

77. Nótese bien que aquí hablo de la idea, y no de la representación sensible de la extensión; porque si bien tengo por posible aun para nosotros, el concepto de una extensión infinita, no pienso lo mismo de su representación sensible. Esta podemos dilatarla indefinidamente, mas no hacerla infinita.

A mas de que la conciencia nos atestigua dicha imposibilidad, la razón la demuestra. En efecto: las representaciones sensibles internas no son mas que una repetición de las externas, ó cuando menos están formadas de los elementos que estas suministran. La vista y el tacto son los dos sentidos que nos producen

representacion de extension, y es evidente que ambos necesitan un límite: al tacto no se le ofrece sino lo inmediato; la vista no ve, sin un límite que le envíe los rayos luminosos. Las representaciones sensibles internas, sean las que fueren, no pueden perder ese carácter de limitacion: dilatarán el objeto cuanto se quiera; retirarán el límite, mas no le destruirán, so pena de destruirse á sí propias. Luego es imposible para nosotros, y para todo ser sensible, la imaginacion de una extension infinita.

78. Contra la infinidad de la extension, en cuanto nos la podemos representar en un volúmen sin límites, he propuesto mas arriba (40) una dificultad fundada en que como la idea de impenetrabilidad no entra en el concepto de sólido, dentro de un infinito se podrá colocar otro, y así sucesivamente; por manera que la penetrabilidad da origen á otra serie que tampoco tendrá fin. Pero esta dificultad, que es concluyente si se trata del concepto de sólidos que encierra algo mas que la pura idea de extension, no lo es cuando nos limitamos á esta idea: porque entonces, la extension implica necesariamente el que unas partes estén *fuera* de otras, pues que sin este *fuera*, no es posible concebirla. Es cierto que dentro de una parte del espacio puede situarse un cuerpo; y que despojando á este de la impenetrabilidad, podemos todavía colocar otro en el mismo lugar, y así hasta lo infinito; pero en tal caso concebimos ya algo mas que extension pura; unimos algo mas, siquiera en general é indeterminadamente, á la idea de cosas situadas; pues de otro modo, no distinguiríamos entre el espacio, representante de la extension pura, y los sólidos que en él se colocasen; y aun estos mismos no los distinguiríamos entre sí, á no reconocer en ellos alguna diferencia, siquiera en general é indeterminadamente.

79. Parece pues mas probable que la idea pura de

la extension infinita está en la de un volúmen infinito; la cual no es otra que la del espacio. Lo demás que puede introducirse en la idea, es un elemento extraño á la misma; pues á la extension pura añade algo que no le pertenece, como son las diferencias entre los seres extensos, aunque concebidas con indeterminacion.

## CAPÍTULO XI

### SOBRE LA POSIBILIDAD DE LA EXTENSION INFINITA.

80. ¿Qué pensaremos de la posibilidad de esas infinidades que nosotros concebimos? examinémoslo.

¿Es posible una extension infinita? no se descubre ninguna repugnancia: la idea de extension y la de negacion de todo límite, no se excluyen, por lo menos segun nuestro modo de concebir; mas bien tenemos dificultad en concebir el límite absoluto de la extension que no en concebirla ilimitada: mas allá de todo término imaginamos espacios sin fin.

81. Considerando la cuestion con respecto á la omnipotencia divina, tampoco se descubre ninguna imposibilidad en la existencia de una extension sin límites. Mas allá de toda extension puede Dios criar otra extension; si suponemos que haya querido aplicar su fuerza creadora á toda la extension posible, habrá criado una extension infinita.

82. Ofrecese aqui una dificultad. Si Dios hubiese criado una extension infinita, no podria criar otra extension, luego su poder estaria agotado, luego no seria infinito.

Esta dificultad nace de que se entiende en un sentido falso el poder infinito. Cuando se dice que Dios

lo puede todo, no se quiere significar que pueda hacer cosas contradictorias; la omnipotencia no es un atributo absurdo, como lo seria si se refiriese á cosas absurdas. Una extension absolutamente infinita es contradictoria con otra extension distinta; pues por lo mismo que es infinita absolutamente, contiene todas las extensiones posibles. Si la suponemos existente, no será posible otra distinta de ella; al afirmar que Dios no podria producir otra, no se limita su omnipotencia, solo se dice que no puede hacer una cosa absurda.

83. Aclaremos mas la solucion anterior. La inteligencia de Dios es infinita, y no puede entender mas que lo que ahora entiende: todo progreso supondria imperfeccion, pues que envolveria mudanza de una inteligencia menor á una inteligencia mayor. Ahora bien; si se dice: Dios no puede entender mas de lo que entiende en la actualidad, ¿se limita su inteligencia? es cierto que no: pues que no puede entender mas, porque entiende todo lo real y todo lo posible, y no es dable concebir sin contradiccion que pueda entender mas que lo que entiende en la actualidad; esto no limita la inteligencia, antes afirma su infinidad; porque no es susceptible de perfeccion por lo mismo que es infinita. Con este ejemplo se comprende el sentido de la expresion *no puede*, aplicada á Dios: lo que se niega, no es una perfeccion, sino un absurdo; por cuya razon observa muy oportunamente santo Tomás, que mas bien se debiera decir que la cosa no puede ser hecha, que no que Dios no puede hacerla.

## CAPÍTULO XII

### SOLUCION DE VARIAS DIFICULTADES CONTRA LA POSIBILIDAD DE UNA EXTENSION INFINITA.

84. Las discusiones sobre la posibilidad de una extension infinita datan de muy antiguo; y no puede menos de ser así, supuesto que el grandioso espectáculo del universo, y los espacios que imaginamos mas allá de todo confin, deben suscitar naturalmente las cuestiones que siguen. ¿Existe algun limite de tamaño inmensidad? ¿Puede existir? ¿Es posible que no exista?

Algunos filósofos opinan en contra de la posibilidad de una extension infinita; examinemos las razones en que se fundan.

85. La extension es propiedad de una substancia finita, y lo que pertenece á una cosa finita no puede ser infinito; pues no se concibe cómo la infinidad de ninguna clase puede caber en un ser finito. Este argumento no es concluyente. Es verdad que la substancia extensa es finita, en el sentido de que no tiene la infinidad absoluta, cual se concibe en el Ser Supremo; mas de aquí no se infiere que no pueda ser infinita bajo ciertos aspectos. Con decir que ninguna substancia finita puede tener ninguna propiedad infinita, porque las propiedades dimanen de la substancia, y de lo finito no puede salir lo infinito, tampoco se consolida la razon. Para que este argumento valiese seria menester probar que todas las propiedades de un ser dimanen de su substancia: las figuras de los cuerpos son propiedades accidentales de los mismos, y sin embargo muchas

de ellas no tienen ninguna relación con la substancia, son meros accidentes que aparecen ó desaparecen, no por la fuerza interior de la substancia, sino por la acción de una causa externa. Nosotros vemos la extensión en los cuerpos; pero no conociendo la esencia de la substancia corpórea, no podemos decir hasta qué punto están ligadas dicha propiedad y la substancia, y si aquella dimana de esta, ó es únicamente una cosa que se le ha dado y que se le puede quitar sin alteración esencial. (V. Lib. III, cap. XIX, XXI, XXIV, XXV, XXVI, XXVII, XXVIII.)

Además: al decir que de lo finito no puede salir lo infinito, no negamos que de una substancia finita en su esencia, pueda salir cierta propiedad infinita. En efecto: por lo mismo que en tal caso admitiríamos la propiedad infinita, podríamos admitir también todo lo que fuese necesario en la substancia para que en ella se radicase dicha propiedad, con tal que se salvase el carácter de finito que debe siempre tener toda criatura. Cuando se niega de estas el que sean infinitas, y que puedan serlo, se habla de la infinidad esencial, de la que implica necesidad de ser é independencia absoluta bajo todos respectos; mas no se trata de una infinidad relativa, cual lo sería la de extensión.

Empezar por sostener que la extensión infinita es imposible porque toda propiedad de la substancia finita es finita, equivale á suponer lo mismo que se disputa; pues precisamente la cuestión está en si una de estas propiedades, la extensión, pueda ser infinita. Para afirmar que ninguna lo puede ser, es necesario probar que lo mismo se verifica de la extensión; pues de otro modo la proposición negativa: «ninguna propiedad de la substancia finita es infinita» no podría establecerse. Por donde se ve que el argumento que combatimos, implica en algún modo una petición de principio, cuando se funda en una proposición gene-

ral, de la que no podemos estar ciertos antes de tener resuelta la cuestión presente.

86. La extensión infinita debiera ser la mayor de todas, y no hay ninguna que pueda tener este carácter. Dada una cualquiera, Dios puede quitarle una cierta cantidad, por ejemplo, una vara; y en este caso la extensión infinita se habrá convertido en finita, porque será menor que la primera; y como la diferencia entre las dos será de sola una vara, resultará que ni aun la primera habrá sido infinita; pues entre lo finito y lo infinito, es imposible que no haya más diferencia que de una vara.

Esta dificultad merece una contestación bien meditada; porque á primera vista parece tan concluyente, que no se concibe la posibilidad de una solución satisfactoria.

La proposición de que la diferencia entre lo finito y lo infinito no puede ser finita, no es de todo punto exacta, y da lugar á diversas consideraciones. Ante todo es necesario advertir que la diferencia entre dos cantidades positivas, finitas ó infinitas, no puede ser absolutamente infinita en el sentido del minuendo. Diferencia es el exceso que va de una cantidad á otra, y esto entraña por necesidad algún límite; pues por lo mismo que se trata solo de exceso, se entiende que no entra en la diferencia la cantidad excedida. Llamando D la diferencia, A la cantidad mayor, y a la menor, digo que D en ningún caso puede ser infinita. Por el supuesto tenemos:  $D = A - a$ ; luego  $D + a = A$ ; luego para que llegue D al valor de A, es necesario añadirle a; luego D no puede ser infinita. Si suponemos A infinita haciendo  $A = \infty$ ; tendremos:  $D = A - a = \infty - a$ ; lo que nos da:  $D + a = \infty$ . Luego para que D se nos haga infinita necesita que le añadamos a; y nunca será  $D = \infty$ , sino en el caso de  $a = 0$ ; pero entonces no será una verdadera dife-



rencia; pues la ecuacion  $D = A - a$ , se convertirá en  $D = A - 0 = A$ ; y por tanto la diferencia no será real sino figurada.

Se sigue de lo dicho que ninguna diferencia entre cantidades positivas puede ser infinita absolutamente; y que si en algun modo lo es, no puede serlo en el sentido del minuendo, y que en tal caso el reunir estas dos ideas de diferencia é infinito, es incurrir en una contradiccion (1).

La diferencia entre una cantidad infinita, y otra finita dada, no podrá ser otra finita dada, sino que será infinita en algun sentido. Supongamos una línea infinita, y otra finita de un valor dado; la diferencia entre las dos no la podemos expresar en un valor lineal finito dado. Porque supuesto que la línea es finita y dada, podremos superponerla á la línea infinita en una cualquiera de sus direcciones, y desde uno cualquiera de sus puntos, en cuyo caso llegará hasta un cierto punto de la infinita, pero esta continuará prolongándose hasta lo infinito. Si suponemos otra línea finita dada, en la cual pensamos representar la diferencia, deberemos superponerla á la infinita desde el punto en que acaba la otra finita, y es evidente que se acabará en otro punto determinado por la longitud de la misma, luego no agotará la diferencia entre la línea infinita y la finita.

El mismo resultado se encuentra con expresiones algebraicas. Si  $A$  es un valor finito dado, la diferencia entre  $A$  y  $\infty$  no puede ser otro valor finito dado. Porque expresando la diferencia por  $D$ , tendremos  $\infty - A = D$ . Luego  $D + A = \infty$ ; luego si ambos fuesen

(1) Hablo de diferencia entre cantidades positivas, porque en no suponiéndolas tales, se puede representar algebraicamente una diferencia infinita. Sean estas dos cantidades  $(\infty - a)$  y  $(-a)$ . Buscando la diferencia tenemos:  $D = (\infty - a) - (-a) = \infty - a + a = \infty$ .

valores finitos dados, un infinito resultaria de dos valores finitos dados, lo que es imposible.

Se infiere de esto que una diferencia puede ser infinita en cierto sentido, segun la acepcion que diésemos á la palabra infinidad. Si desde el punto en que nos hallamos se tira una línea en la direccion del norte hasta lo infinito, y luego se la prolonga en la direccion del sud tambien hasta lo infinito, la diferencia entre la suma de las dos y una de ellas, será infinita en un solo sentido (Cap. VIII).

Lo que hallamos en valores lineales lo encontraremos tambien en expresiones algebraicas: si tenemos el valor infinito  $2\infty$ , y lo comparamos con  $\infty$ , resultará  $2\infty - \infty = \infty$ .

En general teniendo un valor infinito cualquiera, podemos sacar con respecto á él una diferencia finita cualquiera, con tal que no tomemos por substraendo, un valor finito dado. Sea  $\infty$  el valor infinito, digo que podemos encontrarle una diferencia finita. Porque siendo  $\infty$  un valor infinito, contiene todos los valores finitos de su orden; luego contiene el valor finito  $A$ ; y por consiguiente puedo formar esta ecuacion:  $\infty - A = B$ . Sea cual fuese el valor de  $B$ , tengo que lo que va de  $B$  á  $\infty$  es  $A$ ; pues con solo añadir  $A$  á  $B$ , me resulta  $\infty$ . La ecuacion  $\infty - A = B$ , me da  $B + A = \infty$ , y tambien  $\infty - B = A$ ; y como  $A$  es un valor finito dado por el supuesto, y  $A$  es la diferencia finita dada, entre  $\infty$  y  $B$ , resulta que á todo valor infinito se le puede encontrar una diferencia finita.

Inferiremos de esto que el poderse asignar á una extension infinita una diferencia finita no prueba nada contra su verdadera infinidad. Lo infinito, por lo mismo que es tal, contiene todo lo perteneciente al orden en que es infinito: tomando uno cualquiera de aquellos valores, y considerándole como una diferencia, nos resultará una diferencia finita. Mas esto

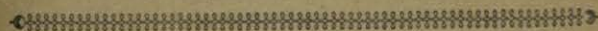
lejos de probar la falta de infinidad, confirma su existencia; pues indica que todo lo finito está contenido en lo infinito.

En tal caso el substraendo será infinito bajo cierto aspecto; pero no lo será en el orden del minuendo, por faltarle la cantidad que se ha quitado.

87. Hay en contra de la infinidad absoluta de la extension otro argumento que me parece mas fuerte que ninguno de los anteriores, y que no sé por qué no habrá ocurrido á los que combaten dicha posibilidad; hélo aqui. Supongamos existente una extension infinita. Dios puede anonadarla, y despues criar otra nueva igualmente infinita. La suma de las dos es mayor que una cualquiera de ellas; luego ninguna de por sí será infinita. Es evidente que este aniquilamiento se puede suponer repetido tantas veces como se quiera; de donde resultará una serie de extensiones infinitas. Los términos de esta serie no pueden existir á un mismo tiempo, pues que una extension infinita actual excluye las otras; luego como la suma de las extensiones es mayor que un número cualquiera de los sumandos, la extension infinita absoluta debe hallarse, no en los sumandos sino en la suma, luego la extension infinita en acto es intrinsecamente imposible.

Para desvanecer esta dificultad se debe distinguir entre la extension y la cosa extensa: toda la cuestion gira sobre la posibilidad intrinseca de la infinidad de la extension, considerada en sí, prescindiendo absolutamente del sujeto en que se halla. La dificultad propuesta hace desfilas á nuestros ojos una serie de extensiones infinitas que se suceden; pero si bien se reflexiona, la sucesion se verifica entre los seres extensos, cuyo número se va multiplicando; pero no en la extension misma. La idea pura de la extension infinita que tenemos para un caso, no se aumenta

con las nuevas extensiones que vienen; la extension aparece, desaparece, reaparece y vuelve á desaparecer, mas con esto no se aumenta. La sucesion nos indica la posibilidad intrinseca de su aparicion y desaparicion, su contingencia esencial, por lo que no le repugna el dejar de existir cuando existe, y el pasar de nuevo de la no existencia á la existencia. Examinemos nuestras ideas, y echaremos de ver que concebida la extension infinita, no la podemos agrandar con ninguna suposicion imaginable; y que todo cuanto hacemos se reduce á una sucesion de producciones y aniquilamientos. La idea de la extension infinita parece un hecho primitivo de nuestro espíritu; esa infinidad que imaginamos en el espacio, no es otra cosa que el resultado de los esfuerzos de nuestra idea para expresarse en una realidad. Habiendo sido criados con intuicion sensible, se nos ha dado la posibilidad de dilatar esa intuicion en una escala infinita; para esto necesitábamos la idea de una extension infinita.



## CAPÍTULO XIII

### SI EXISTE LA EXTENSION INFINITA.

88. La cuestion sobre la posibilidad de una extension infinita es muy diferente de la de su existencia. Admitiendo la primera, se puede negar la segunda.

Descartes sostiene que la extension del mundo es indefinida; pero esta palabra que puede tener un sentido muy razonable, si se refiere al alcance de nuestra inteligencia, carece de significado cuando se la aplica á las cosas. No hay inconveniente en decir que la extension del mundo es indefinida, si se en-

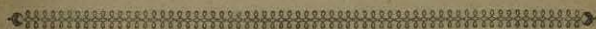
tiende que nosotros no podemos asignar sus límites; pero en la realidad los límites existirán ó no existirán, independientemente de la posibilidad de asignarlos nosotros; no hay medio entre el sí y el no; luego no hay medio entre la existencia de los límites, y su no existencia. Si existen, la extensión del mundo es finita; si no existen, es infinita; en todo caso la palabra indefinido no expresa nada.

El argumento de Descartes, si prueba algo, prueba la verdadera infinidad del mundo; pues que si hemos de retirar indefinidamente los límites de este, porque indefinidamente concebimos siempre una extensión mas allá de toda otra extensión; como por otra parte sabemos que esta serie de conceptos no tiene ningún límite, podemos trasladar desde luego la ilimitación al objeto que corresponde á los conceptos, y afirmar que la extensión del mundo es absolutamente infinita. Desgraciadamente, el argumento de Descartes flaquea por su base; pues consiste en un tránsito del orden ideal ó mas bien imaginario, al real; tránsito que una sana lógica no puede permitir. (V. Lib. III, cap. VIII.)

89. Leibnitz sostiene que si bien parece que Dios puede hacer el universo material finito en extensión, no obstante es mas conforme á su sabiduría el no haberlo hecho. « Yo no digo, como se me imputa aquí, que Dios no pueda dar límites á la extensión de la materia; mas parece que no lo quiere y que ha considerado mejor el no dárselos. » (Cartas entre Leibnitz y Clarke. Respuesta á la 4.<sup>a</sup> réplica de Clarke, § 73.) La opinión de Leibnitz se funda en su sistema del optimismo, sujeto á muchas dificultades de que no me es posible hacerme cargo aquí.

90. Emitiendo ingenuamente mi opinión, diré que esta es una cuestión irresoluble, por principios puramente filosóficos; pues que no hallando en las ideas

ninguna necesidad intrínseca en pro ni en contra de la existencia de una extensión infinita, debemos esperar la resolución de lo que nos enseñe la experiencia; y esta es imposible tratándose de una extensión infinita; todo el tiempo que se gasta en resolver dicha cuestión, es completamente perdido. Lo que podemos asegurar es que la extensión del mundo excede á toda ponderación; que cuanto mas adelantan las ciencias astronómicas, tanta mayor profundidad se descubre en el océano del espacio. ¿Dónde está la ribera? ¿hay siquiera alguna? La sola razón no es capaz de resolver semejantes cuestiones. ¡Y qué sabemos nosotros, pobres gusanos que nos arrastramos un momento sobre ese pequeño montón de polvo, que apellidamos globo de la tierra!



## CAPÍTULO XIV

### SOBRE LA POSIBILIDAD DE UN NÚMERO INFINITO ACTUAL.

91. ¿Es posible un número infinito? La unión que nosotros hacemos de la idea de número con la de negación absoluta de límite, ¿entraña alguna contradicción que impida la realización del concepto?

Por grande que concibamos un número, podemos concebirle siempre mayor; lo que parece indicar que, sea cual fuere el número existente, nunca podrá ser absolutamente infinito. En efecto: supóngase realizado este número; una inteligencia podrá conocerle, y formar este acto: multiplíquese el número existente por dos, por tres ú otro cualquiera; luego no implicará ninguna contradicción el que dicho número se aumente, luego no será infinito.

Esta dificultad, concluyente á primera vista, dista