

La cifra para anotar la radical de la segunda serie, *tempohualli*, era una especie de bandera (núm. 5). Así dos banderas expresarían 40; tres banderas dirían 60, y así sucesivamente hasta diez y nueve, las cuales dirían 380: es el mayor número en que esta cifra puede estar repetida. Los términos intermedios, siguiendo la regla establecida en la numeración hablada, se obtienen por medio de los puntos y signos de la primera serie fundamental. Una bandera y un punto, 21; dos banderas y quince puntos, 55; cinco banderas y nueve puntos, 109, &c.

Consecuente con el principio de considerar el 20 descompuesto en los dos factores cuatro y cinco, dividían el campo de la bandera en cuatro partes por medio de dos líneas, la una horizontal, la otra vertical; cada una de estas divisiones valía por consiguiente cinco. Para expresar quince:—"Pintaban la bandera con sólo tres partes blancas, cubriendo la otra cuarta parte de color; y cuando no tenían éste á mano, les bastaba señalarla como si estuviera segregada de toda la bandera, lo cual así representado denotaba el valor de quince (núm. 6). . . . Para abreviar el número diez, tenían del propio color la mitad de la bandera, dejando la otra mitad blanca." (1) (núm. 7). Naturalmente estos signos introducían una abreviatura en los puntos, supuesto que si al signo de diez se unían uno, dos, &c., puntos, leeríamos sucesivamente once, doce, &c.: añadidos al signo de quince obtendríamos de la misma manera diez y seis, diez y siete, &c., hasta diez y nueve.

La tercera cifra para expresar la radical *tzontli*, aparenta la forma de la parte superior barbada de una pluma, cortada en sentido perpendicular al astil. Encontramos algunas variantes. Se presenta en el Códice Mendocino como en el núm. 11; le vemos en la obra de Gama como en el núm. 12; le encontramos en Clavigero cual en el núm. 13. En los expedientes de tributos y en otras pinturas observamos la variante (núm. 17), muy conforme con el significado de *tzontli*: en efecto, parece un mechón ó manojo de cabellos recogidos por una cinta ó lazo. Todavía en el Códice Vaticano, lámina de los cuatro soles cosmogónicos, hallamos otra variante (núm. 20). Estos signos repetidos producen la progresión respectiva, en el orden metódico de la numeración

(1) Gama, las dos piedras, segunda parte, pag. 136-37.

hablada. Una pluma, *etzontli*, 400; dos plumas, *omtzontli*, 800; tres plumas, *yeitzontli*, 1,200; y así sucesivamente hasta diez y nueve plumas, *caxtolti onnauhtzontli*, 7,600. Llénanse los intermedios entre dos términos, con las series de las banderas y de los puntos en su orden rigurosamente establecido.

Respecto de la pluma, "pintaban sólo tres cuartas partes de ésta para denotar el número 300 (núm. 14); cuando habían de representar 200 se servían de la mitad de la pluma (núm. 15); y para señalar 100 figuraban solamente la cuarta parte de ella." (1) (núm. 16). También en la variante de cabellos observamos que teniendo una cuarta parte blanca significa 300 (núm. 18), y sólo la mitad dice 200 (núm. 19). Estas últimas cifras venían á introducir una abreviatura en la repetición de las banderas, de una manera congruente con el sistema entero: una pluma consta de veinte banderas, y por consiguiente, una cuarta parte de la primera corresponde á cinco banderas ó 100.

La cuarta y última cifra (de las que ahora conocemos) es el *xiquipilli*, representado por la bolsa de pieles que en las pinturas llevan en las manos algunos sacerdotes é ídolos, y es símbolo del zahumerio del copal. Encontramos diversas variantes: la del Códice Mendocino, núm. 21; en Gama, núm. 22; en Clavigero, núm. 23. Gama indica que este signo se compendiaba, "pintando la mitad de una bolsa," (2) la cual expresaría el valor 4,000: no hemos logrado encontrar esta cifra para tomar su figura. En cambio hemos dado en los papeles de tributos con la variante número 24, que representa una bolsa común de cuero, amarrada la boca: de este signo sí hemos alcanzado á ver la mitad ó el 4,000, núm. 25. Con el *xiquipilli* se escribe la cuarta serie: una bolsa dice 8,000; dos bolsas 16,000, y así sucesivamente: las cantidades intermedias entre dos términos se llenan con las cifras de las tres series anteriores.

Con las cuatro cifras principales y sus abreviaturas, más el signo *matlaclli*, se expresan todas las cantidades. Esto se concibe fácilmente, supuesto que escribiendo cifras unas en seguida de otras, se podrían representar cualesquiera números por grandes que se imaginasen; pero este método tomado al pie de la letra,

(1) Gama, segunda parte, pag. 137.

(2) Gama, segunda parte, pag. 142.

sería tan embarazoso como confuso y complicado, supuesto que, para representar la cantidad *cexiqipilxiqipilli* sería indispensable repetir ocho mil veces seguidas la cifra de la bolsa. Estaba obviado este inconveniente. Según las indicaciones de Gama, quien no parece se pronuncie en la materia de un modo definitivo; conforme á los casos auténticos recogidos por el Sr. D. José Fernando Ramírez, en su colección suelta de jeroglíficos que están en nuestro poder; con arreglo á las observaciones practicadas por nosotros mismos en algunas pinturas, encontramos las siguientes anotaciones numéricas, dando á entender la manera en que se ejecutaba la abreviatura de las cifras. En el núm. 26 se ve una bandera, 20; más el cuadrilátero 10; más dos puntos, todo lo cual dice *cempohualli onmatlactli omome*, 32. En el núm. 27, leeremos; *ompohualli onmatlactli once*, 51: estas cifras tomadas de una matrícula de tributos se distinguen por tener repetida la huella del pié humano; esta no es peculiar del número, sino que da á entender que los 51 tributarios se ausentaron ó huyeron. En el número 28, el cuadrilátero 10, unido á la bandera 20, la multiplica dando un producto de diez banderas, más otra bandera, más el cuadrilátero, más dos puntos, dando la lectura *matlactlioncempohualli onmatlactli omome*, 232. En el núm. 29, se ve el signo *matlactli* sobre el de *tzontli*, en cuyo caso la lectura es *matlactzontli*, 4,000. En el número 30, el cuadrilátero unido á la bolsa se pronuncia *matlaxiqipilli*, 80,000: idénticamente expresa la misma cantidad el núm. 31. En el núm. 32 tenemos *cempohualxiqipilli*, 160,000. En el número 33 se expresa *cezonxiqipilli*, 3,200,000. Como se advierte en estos ejemplos, en ciertas condiciones las cifras indican que se multiplican entre sí, y no sólo encontramos casos de multiplicación de dos en dos, sino también de tres en tres. El núm. 34 arroja las palabras *ompohualxiqipilli*, 320,000. En el núm. 35 nos encontramos *matlapohualxiqipilli*, 1,600,000.

La numeración hablada y los ejemplos que acabamos de aducir, nos autorizan para establecer estas reglas generales: toda cifra unida inmediatamente á otra, ya en la parte inferior ó en la superior, ó bien colocada una dentro de otra ó superpuesta, multiplica el valor de la cifra con que se acompaña: las cifras puestas en seguida unas de otras, ó colocadas en la parte superior, aunque no inmediatamente unidas, dan á entender que se

suman entre sí y con el término principal. Las numeraciones hablada y escrita estaban en perfecta consonancia; si con la primera se podían expresar todas las cantidades imaginables, con la segunda se podían representar de una manera entendible y completa. Las cifras, en verdad, eran complicadas, bromosas para ser escritas; pero estaban en consonancia con el género de escritura á que pertenecían. Indudablemente menos perfectas que las cifras arábigas, no ceden su lugar distinguido ante otros caracteres de los pueblos antiguos. Su combinación, para nosotros, resulta más clara y científica que la de los números romanos. Son verdaderas cifras numéricas, y por lo mismo signos fonéticos en el mismo sentido que sus congéneres. Los sistemas hablado y escrito se basaban, como tenemos repetido, en la multiplicación y la suma.

Siempre en consonancia lo hablado y lo escrito, empleaban los mexicanos algunos otros signos para casos particulares, y de ellos presentamos los que han llegado á nuestro conocimiento. La palabra *centlacolli*, *centlacotl*, "la mitad de algo," se expresa por el signo particular núm. 36, y también por sus variantes números 37 y 38; responde á la misma idea el núm. 39, figurado en un circulillo mitad blanco, mitad negro. El signo núm. 40 se lee *chicomacatl*, sacado de los siete puntos superiores *chicome* y de la figura *acatl*, caña; mas la palabra no dice, siete cañas, sino que significa "cierta yerba medicinal," y servía para designar los paquetes ó manojos de yerbas medicinales, ó de otras plantas empleadas y estimadas para diferentes usos. Presentamos en el núm. 41 el sonido *cemolotl*, "una mazorca de maíz ó cosa semejante," la cual entra en composición de ciertos numerales: de aquí que la lectura del núm. 42 sea, *matlacolotl*; idénticamente expresa lo mismo el núm. 43. En esta misma numeración el veinte se distinguía con el término particular *tlamic*, voz que está representada en el núm. 44, en forma de una media luna ó cosa semejante. A este mismo género de notación parecen corresponder los numerales siguientes. Núm. 45, *tlamic omei*, 23; núm. 46, *cezonmolotl*; núm. 47, *cepohualtzonmolotl*; el núm. 48, veinte multiplicado por trescientos, 6,000; el núm. 49 y su sinónimo el 50, *cepohualxiqipilolotl*, 160,000; el núm. 51, *xiquipololotl*, y por último el núm. 52 en que están combinados los números, doscientos, *tlamic* y el determinativo *olotl*. En las cuentas del papel, esteras, &c.,

cemipilli valía veinte; el signo era la misma media luna, mas no pronunciada en este caso *tlamic*, sino sólo dando á entender que los numerales debían terminar en *pilli*, cuyo sonido le determinaba el *copilli* determinativo; por eso el núm. 53 debe ser leído *cemipilli onmacuilli*, 25.

Los mexicanos se ocupaban en trabajos estadísticos; los mayordomos derramaban los tributos, les recogían y distribuían por cuenta; conocían el efectivo de los ejércitos en guarnicion y en campaña, y les preparaban armas, vestidos y raciones; partían ciertas rentas entre los sacerdotes, el culto y la fábrica de los teocalli; tenían un calendario muy bien arreglado, &c.; todo lo cual demuestra que conocían la ciencia de combinar los números, sabían calcular, y sus cálculos no debían ser sólo los más sencillos, sino levantarse á otros complicados y difíciles, ya que con tanta exactitud determinaran el valor del año trópico.

Basado el sistema numeral en la multiplicacion y en la suma, se comprende que debían practicar ambas operaciones. El idioma, entre otras voces, presenta *poa*, contar cosa de cuenta ó número; *tlapoalli*, cosa contada ó numerada; *tlapoalixtli*, el acto de numerar ó contar; *tlacempoalixtli*, suma en cuenta, ó suma total. La regla para sumar es sencillísima. Puestas unas debajo de otras las unidades de las diversas especies, se suman como los números arábigos, teniendo presente que veinte unidades de una especie, forman una unidad de la inmediata superior.

Para la sustraccion presentamos las voces *inmatlatli ce*, de diez uno; *incaxtollí ce*, quince ménos uno; *incaxtollí onnahui yei*, de diez y nueve tres; *impohualli ce*, cuarenta ménos uno, &c.: el *in*, indica el minuendo, y la cifra separada el sustraendo. Para la resta se encuentra la diferencia entre las unidades de la misma especie; si el sustraendo es mayor que el minuendo, se toma una de las unidades superiores, que reducida á la inferior vale veinte: v. g. si de seis banderas había que quitar doce banderas, tomaríamos una pluma, que reducida á banderas serían veinte, mas las seis del minuendo, veinte y seis, y quitadas las doce, quedarían catorce en la diferencia: al operar sobre las plumas se consideraría una ménos.

Para la multiplicacion, ademas de los compuestos en que se daba á entender un número multiplicado por otro, tenían términos propios como *ceppace*, uno por uno; *nappannahui*, cuatro por

cuatro; *chicunappachiconahui*, nueve por nueve; *matlacpa matlaactli*, diez por diez, &c. Para multiplicar un número por otro, se toma sucesivamente el multiplicando por cada una de las cifras del multiplicador, bajo esta base: el producto de los puntos entre si sigue la regla de nuestras unidades, cierto número de puntos por una bandera, pluma ó bolsa, son otras tantas banderas, plumas ó bolsas; una bandera por una bandera, compone una pluma; una bandera por una pluma, igual á una bolsa; por una bolsa, son veinte bolsas; una pluma por una pluma, componen veinte bolsas. &c. La suma de los productos parciales es el producto total.

Aparentemente la division es complicada; ya entendida presenta notable sencillez. Para explicarla pondremos un ejemplo. Dividiremos cinco xiquipilli, once tzontli, cuatro pohualli y chicomé, por un tzontli, cuatro pohualli y chiconahui: para poder figurar la operacion y á falta de tener á la mano las cifras mexicanas, suponemos que una *x* representa la bolsa, una *p* la pluma, una *b* la bandera, y una *a* cada punto: tendremos:

xxxxx	pppppppppp	bbbb	aaaaaa	pbbbbasaaaaaa
x	pppp	bbbbbbbb		bbbbasaaaaaa
xxxx	pppppp	bbbbbbbbbbbb	aaaaaa	
x	pppp	bbbbbbbb		
zxx	pp	bbbbbb	aaaaaa	
x	pppp	bbbbbbbb		
xpppppppppppppppp		bbbbbbbbbbbb	aaaaaa	
x	pppp	bbbbbbbb		
	pppppppppppp	bbbbbbb	aaaaaa	
	pppppppppppp	bbbb	aaaaaaaa	
	p	bbb	aaaaaaaaaaaaaaaa	

En el cociente no pueden aparecer otros signos que los cuatro conocidos, puntos, banderas, plumas y bolsas. Se buscará el signo mayor que multiplicado por el divisor produzca el dividendo; en el caso actual no puede ser una bolsa, ni una pluma; será pues una bandera, que pongo en el cociente, y multiplico por el divisor en esta forma. Una bandera por nueve puntos, son nueve banderas, y las pongo debajo del dividendo: una bandera por cuatro banderas, son cuatro plumas: una bandera por una plu-

ma, una bolsa. Restando del dividendo este producto parcial, tendremos: que quedan los siete puntos; de cuatro banderas tenemos que restar nueve banderas, y como esto no se puede, tomaremos una de las inmediatas plumas, que reducidas á banderas son veinte, con lo cual si de veinticuatro quitamos nueve, quedarán quince: de diez plumas, quitando cuatro quedan seis, y de cinco bolsas rebajada una quedan cuatro. Esta resta, dividida por el divisor, da por cociente otra bandera, cuyo producto por el divisor, será igual al anterior: por resta quedarán tres x, dos p, seis b y siete a. De nuevo tocará á bandera, el producto será idéntico, y la resta una x, diez y siete p, diez y siete b, y siete a. Por cuarta vez tocará á bandera, y la diferencia trece p, ocho b y siete a. Cabrá ahora á diez puntos, los cuales colocamos en el cociente junto á las cuatro banderas. Diez puntos por nueve puntos, son noventa puntos, ó cuatro banderas y diez puntos: diez puntos por cuatro banderas, igual á cuarenta banderas ó dos plumas: diez puntos por una pluma, diez plumas. Practicando la resta quedarán finalmente una p, tres, b y diez y siete a. Traducida la operacion á nuestro lenguaje numérico, tendríamos este enunciado: 44,487 dividido por 489, da un cociente de noventa unidades, y sobran 477. No sabemos como dispondrían la operacion los mexicanos, pero el resultado debería ser éste.

Aunque no tenemos nociones precisas acerca de todas las operaciones que los mexicanos sabían practicar, no parecerá aventurado admitir con Gama, que no sólo conocían las cuatro primeras reglas fundamentales, sino que se elevaban á cálculos más complicados, como las proporciones, reglas de tres y otras. En esta materia, como en todas, preferimos quedarnos cortos en los supuestos, para no sustituir teorías sin fundamento á verdades averiguadas.

Como materias correlativas en las ciencias matemáticas, diremos unas cuantas palabras acerca de pesos y medidas. Describiendo Cortés el mercado de Tenochtitlan, dice: (1) "Todo lo venden por cuenta y medida, excepto que hasta agora no se ha visto vender cosa alguna por peso."—Clavigero escribe al mismo propósito:—"Vendíanse, y permutábanse las mercancías por número y por medida; pero no sabemos que se sirviesen de peso,

(1) Cartas de Cortés en Lorenzana, pág. 104.

ó porque lo creyesen expuesto á fraudes, como dicen algunos escritores, ó porque no lo juzgasen necesario, como dicen otros, ó porque si lo usaron en efecto, no llegó á noticia de los españoles." (1) Dudosa para nosotros es la cuestion, y la abandonamos sin resolverla, dejándola á cargo de personas mejor informadas.

Consta que tenían medidas para los áridos. Hemos visto en las pinturas las formas que les daban, 54, 55, 56, 57, y la manera con que expresaban esta especie de cantidades, como el 58 que explica cuatrocientas medidas; pero en cuanto á la capacidad lineal, y á la correspondencia con nuestras medidas actuales, ningún punto seguro de partida hemos logrado descubrir.

La vara lineal, en mexicano, llevaba el nombre de octacatl. No atinando á encontrar la equivalencia, entre ésta y nuestras varas de medir, cuando la comision científica de Pachuca iba á encargarse del levantamiento del plano de las pirámides de San Juan Teotihuacan, encargamos á su jefe D. Ramon Almaraz, averiguara, si posible era, cuál era la unidad lineal empleada en aquellas construcciones: el entendido ingeniero hizo cuantos trabajos estuvieron en su mano, resumiendo sus inducciones en estas palabras; "me contentaré con decir que la unidad lineal, con pequeñas modificaciones, debió ser cosa de 0, ^m8, ó cuatro palmos próximamente." (2) La sagacidad del Sr. Almaraz para descubrir la incógnita, da testimonio de sus buenos conocimientos, aunque el resultado no podía pasar de la categoría de probable, supuesto que la solucion no descansaba en relaciones precisas y directas, y si 0, ^m8 puede responder al problema, tambien lo pueden algunos múltiplos y submúltiplos suyos.

Encontramos despues en Ixtlilxochitl, al hacer la descripcion de los palacios de Nezahualcoyotl:—"Tenían las casas de longitud, que corrían de Oriente á Poniente, cuatrocientas y once medidas y media, que reducidas á nuestras medidas hacen mil doscientas treinta y cuatro varas y media, y de latitud, que es de Norte á Sur, trescientas veinte y seis medidas, que hacen novecientas y setenta y ocho varas." (3) Refiérese Ixtlilxochitl en su comparacion, por la una parte á la medida de Texcoco igual

(1) Hist. antigua, tom. 1, pág. 349.

(2) Memoria de los trabajos ejecutados por la comision científica de Pachuca en el año de 1864. México, 1865, pág. 357.

(3) Historia Chichimeca, cap. 36: MS.

en todo á la de México, y por la otra á la vara de Burgos, que era la mandada usar en la colonia por la ordenanza de D. Antonio de Mendoza. De esta relacion directa se saca, que una medida lineal mexicana corresponde á tres varas exactas de Burgos: cada una de éstas es igual á 0, ^m838, luego aquella mide 2, ^m514. Como segun la índole de la numeracion, cada una de estas unidades principales se dividía en cinco menores, cada una de estas era equivalente á 21, 6 pulgadas castellanas, ó 0, ^m503.

La unidad mayor se empleaba en las grandes extensiones, como en las distancias itinerarias, distribucion de tierras, &c. La unidad menor, para nosotros la verdadera unidad, era la aplicada en el comercio, en los lienzos y cosas de no mucha extension. Las mantas, tejidos de algodón ó telas de pelo de conejo, estaban sujetas á este tamaño, llamado *zoll*, "pierna de manta ó pieza de lienzo."

No sabemos decir cuales nociones alcanzaron aquellos pueblos acerca de la geometría; pero la regularidad de ciertas esculturas astronómicas, la simetría en el trazo y division del círculo, la distribucion correcta de las líneas, nos convencen plenamente de que, no les eran extrañas varias de las figuras regulares, ni desconocían algunas de sus propiedades. No revelan sus planos geográficos y topográficos que hubieran alcanzado la escala, y con ella á la proporcionalidad de las líneas; pero sabían dividir los terrenos, limitarlos para distinguir la propiedad, lo cual implica recursos para determinar los polígonos y avaluar las superficies. En los planos de tierras, núm. 63, tomado de Gama, cada lado tiene marcada su dimension en cifras numéricas; por medio de éstas referidas al perímetro, ó por la cantidad de sembradura contenida en cada heredad, se establecía entre ellos la relacion, ya para las constancias del catastro, ya para asegurar la propiedad caso de controversia.

CAPÍTULO IX

NUMERACION.

Numeracion maya.—Primera serie fundamental.—Segunda serie de Bak.—Tercera serie de Pic.—Observaciones.—Sistema primitivo.—Sistema moderno.—Numeracion de los tarascos.—Numeracion mixteca.—Zapoteca.—Matlatzinca.—Othomi.—Mazahua.—Mixe.—Comparacion.

LA numeracion maya se expresa de esta manera en los primeros veinte términos.

1. Hun.	6. Vac.	11. Buluc.	16. Vaclahun.
2. Ca.	7. Vuc.	12. Laheá.	17. Vuclahun.
3. Ox.	8. Vaxac.	13. Oxlahun.	18. Vaxaclahun.
4. Can.	9. Bolon.	14. Canlahun.	19. Bolonlahun.
5. Ho.	10. Lahun.	15. Holhun.	20. Kal ó hunkal.

Se advierte á la primera inspeccion, que las once primeras palabras son nombres simples, con significado peculiar. *Laheá*, doce, parece compuesto de *ca*, dos, y de *lah*, que parecería contraccion de *lahun*, diez; pero el acento y la estructura de la palabra nos hace entender, que es tambien nombre simple. De *Oxlahun*, 13, á *Bolonlahun*, 19, las voces son compuestas de los dígitos y de diez, expresando propiamente, *Ox-lahun*, tres diez; *Can-lahun*, cuatro diez (catorce); *Vuaxac-lahun*, ocho diez (diez y ocho). Excepcion á esta regla es *Ho-l-hun*, en donde aparece el *ho*, cinco, y *l-hun* elidida la *a* de la *hun* por eufonia ó regla gramatical que no conocemos. *Kal* y acompañado de *Hun*, veinte ó un veinte,